

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

---

И. В. Полубаринов

P-177

Связанные состояния и рассеяние  
барионов при контактном взаимодействии

1958 год

## А н н о т а ц и я

Рассматривается возможность описания  $\bar{K}$ - и  $K$ -мезонов как связанных состояний в теории четырехбарийонных взаимодействий. В рамках этой теории в целом приближении получены сечения рассеяния барионов на барионах. Обсуждается вопрос законности использования для сечений первого приближения теории возмущений.

Четырехфермионные взаимодействия, повидимому, свойственны широкому кругу явлений в физике элементарных частиц. Они определяют  $\beta$ -распад нейтрона, распад  $\Lambda$ -мезона, возможно,  $\Lambda$ - и  $\beta$ -распады гиперонов и т. д. Возникает вопрос, как широк список фермионов, между которыми существуют четырехфермионные взаимодействия. Существуют ли, например, непосредственные четырехфермионные взаимодействия (контактные взаимодействия) между нуклонами и вообще барионами (нуклоны, гипероны), между электронами и т. д., и как они могут проявиться? Какие факты противоречат или при каких условиях противоречили бы допущению таких сил?

Рассмотрим с этой точки зрения возможное контактное взаимодействие барионов. Обычно взаимодействие барионов описывают как взаимодействие через третье поле (мезонное, электромагнитное). Однако при современном состоянии теории нельзя исключить возможность контактного взаимодействия, описываемого лагранжианом взаимодействия

$$\mathcal{L}(x) = \frac{1}{4} g [\bar{\psi}(x), O_T \psi(x)] [\bar{\chi}(x), O_T \chi(x)] \quad (1)$$

где  $g$  - константа связи, а  $\psi(x)$  и  $\chi(x)$  - операторы двух барионных дираковских полей (например, протонного и нейтронного).

Особый интерес представляет контактное взаимодействие барионов в связи с вопросом классификации элементарных частиц. В предложенной М. А. Марковым систематике элементарных частиц <sup>(1/1)</sup> одним из существенных пунктов является предположение о том, что барионы и антибарионы могут объединяться в бозоны.

Это предположение можно понимать как очень широко, так и более узко - в смысле гипотезы Ферми и Янга<sup>/3/</sup>. Согласно этой гипотезе не ядерные силы объясняются  $\pi$ -мезонами, а сами  $\pi$ -мезоны рассматриваются как продукт особых (контактных) ядерных сил (I), а именно как связанные состояния нуклонов и антинуклонов. В этом смысле и K-мезоны можно рассматривать как связанные состояния нуклонов и анти- $\Lambda$ -гиперонов<sup>/I/</sup>.

Как указали Ферми и Янг<sup>/3/</sup>, для того, чтобы наряду с  $\pi$ -мезоном как связанным состоянием нуклон-антинуклон не возникали столь же сильно связанные системы нуклон-нуклон пригодны только векторный и тензорный варианты связи (I). Остальные варианты будут давать совершенно одинаковые дефекты массы для связанных систем нуклон-нуклон и нуклон-антинуклон. Правда, не исключена возможность использования линейных комбинаций векторного или тензорного вариантов с другими вариантами.

Для рассмотрения связанных состояний естественно привлечь уравнение типа Бете-Салпетера. К сожалению, при контактном взаимодействии даже в наинизшем (цепном) приближении оно содержит расходимость, для устранения которой приходится прибегнуть к обрезанию. Связанные состояния в рамках такого уравнения Бете-Салпетера уже рассматривали Х. Катсумори<sup>/4/</sup> и Э. Маки<sup>/5/</sup>. Однако, в работе первого автора рассматривались связанные состояния частиц только с равными массами, причем были допущены ошибки и, в частности, в наиболее интересном из рассмотренных векторном

---

I) Аналогичная систематика была предложена в Японии С. Саката<sup>/2/</sup>.

варианте<sup>2)</sup>. Сделанный Катсумори вывод об отсутствии у векторного варианта преимуществ перед скалярным и псевдоскалярным является, как мы увидим в п.3, неверным. В работе Э.Маки<sup>/5/</sup> рассматривалось взаимодействие, которое можно представить как комбинацию всех 5 типов взаимодействий (I). Это взаимодействие было взято в зарядово-независимом виде. Результаты Э.Маки близки к тем, которые получены у нас в п.3.

Нашей задачей будет рассмотрение (также в рамках Бете-Салпетера) двух основных вариантов (I) — векторного и тензорного. При этом мы сразу рассмотрим не только связанные состояния, но и рассеяние.

Отметим, что рассматриваемые уравнения для операторов поля отличаются от уравнений Гайзенберга (см. /6/, где даны ссылки на все предыдущие работы) наличием члена с массой. Уравнения для бозонных волновых функций оказываются близкими к соответствующим уравнениям Гайзенберга, хотя мы <sup>как</sup> и в /4/, и в /5/ придерживаемся обычного "линейного" подхода к квантованию, когда предполагаются имеющими известный смысл свободные уравнения.

---

<sup>2)</sup> Например, неправильно построены графики, соответствующие нашему рис. I(a).

## 2. РЕШЕНИЕ ИСХОДНОГО УРАВНЕНИЯ.

Поставленную задачу мы будем рассматривать с помощью уравнения Бете-Салпетера<sup>3)</sup>

$$\chi^{(12)} = \chi^0(12) + \int \frac{1}{2} S_F(13) \frac{1}{2} S_F(24) G(34; 56) \chi(56) dx_3 \dots dx_6 \quad (2)$$

в наинизшем (цепном) приближении. Здесь  $\chi^{(12)}$  — волновая функция Бете-Салпетера для системы двух частиц; функция  $\chi^0(12)$  равна нулю в задаче связанных состояний, а в задаче рассеяния описывает состояние системы при  $t_{1,2} = -\infty$  /9/, когда взаимодействие выключено. В наинизшем приближении  $S_F(12)$  будут просто свободными функциями распространения. В цепном приближении в качестве оператора взаимодействия  $G(34; 56)$  берется первый член его разложения по  $g$ . Для устранения расходимости в уравнении мы заменим стоящее в этом выражении произведение трех  $\delta$ -функций некоторым нелокальным форм-фактором  $[\delta(35)\delta(34)\delta(56) \rightarrow \mathcal{F}(34; 56)]$ , т.е. возьмем

$$G(34; 56) = ig O_T^1 O_T^2 \mathcal{F}(34; 56) \quad (3)$$

где индексы 1 и 2 у  $O_T$  означают, что эти матрицы относятся соответственно к первому и второму полям (это обозначение мы будем использовать в дальнейшем). В качестве  $\mathcal{F}(34; 56)$  возьмем уже использовавшийся в работе /4/ форм-фактор Меллера-Кристенсена /10/

<sup>3)</sup> Оно может быть получено различными способами. В /7/ оно было получено специально для контактного взаимодействия по методу Швингера /8/.

<sup>4)</sup> Цифровые аргументы включают в себя 4-координату и спинорный индекс, причем, если аргумент входит двукратно, то подразумевается суммирование по спинорному индексу.

$$Z(x_1, x_2) = (2\pi)^{-4} \int G(\Pi^2) \exp\left\{i[\beta P_1(x_2 - x_1) + \beta P_2(x_1 - x_2) + \beta(x_2 - x_1) + \beta(x_1 - x_2)]\right\} d^4 P_1 d^4 P_2$$

где  $\Pi^2 = p^2 - (\beta P_1)^2 P_1^{-2}$ ,  $\Pi_1^2 = p_1^2 - (\beta_1 P_1)^2 P_1^{-2}$

$G(\Pi^2)$  равно 1 при  $\Pi^2 \leq K^2$  и равно нулю при  $\Pi^2 > K^2$ ,

$\beta$  - произвольная величина,  $\beta = 1 - \beta_1$ .

Как показал К. Нишижима<sup>4/</sup> матричные элементы

S-матрицы следующим образом выражаются через волновые функции Веге-Салпетера

$$S_{\alpha\alpha} = S_{\alpha\alpha} + \int \bar{\chi}_\alpha(12) G(12; 34) \chi_\alpha(34) dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 \quad (4)$$

где  $\chi_\alpha(12)$  - волновая функция конечного состояния системы.

Условие нормировки в наименьшем приближении согласно

Нишижме<sup>4/</sup> можно записать в виде<sup>5)</sup>

$$\int d^6 p_\mu \langle \alpha | j_\mu^1(x) | \alpha \rangle \approx \int d^6 p_\mu \bar{\chi}_\alpha(x, 2) \gamma_\mu^1 \frac{1}{2} S_F^1(x, 3) G(32, 54) \chi_\alpha(54) dx_2 \dots dx_5 = 1 \quad (5)$$

Если искать решения уравнения (2) в виде

$$\chi(12) = \exp(iPX) \chi(x) \quad (6)$$

(P - 4-импульс системы;  $X = \alpha x_1 + \beta x_2$ ,  $x = x_1 - x_2$ ), представляя в таком же виде и  $\chi(12)$ , то получим

$$\chi(x) = \chi^0(x) - \frac{i\alpha}{(2\pi)^4} \int G(\Pi^2) S_F^1(\alpha P + p, m_1) S_F^2(\beta P - p, m_2) \exp(ipx) dp Q_1^1 Q_2^2 \chi \quad (7)$$

где  $S_F(p, m) = (i\gamma p + m)^{-1}$

$$\chi = (2\pi)^{-4} \int G(\Pi^2) \exp(ipx) \chi(x) dp dx \quad (8)$$

Отсюда для  $\chi$  получается уравнение<sup>6)</sup>

$$\chi - \alpha \{ \alpha - M^{-2} (\gamma^1 P) (\gamma^1 P) \} \chi + \frac{1}{2} [ (\gamma^1 \gamma^2) + M^{-2} (\gamma^1 P) (\gamma^1 P) ] \chi - i M^{-1} (\gamma^1 P) \chi - i M^{-1} (\gamma^2 P) \chi \} Q_1^1 Q_2^2 \chi = \chi_0 \quad (9)$$

5) Это условие, очевидно, означает, что имеется одна частица поля 1 ( $j_\mu^1 = \frac{i}{2} [\bar{\psi}(x) \gamma_\mu \psi(x)]$  - оператор тока 1-го поля).

где  $\chi_0$  - выражение (8) для  $\chi_0(x)$ ,  $M = \sqrt{-P_T^2}$  - масса системы двух частиц. Выражения для коэффициентов  $\alpha, \beta, \zeta, \eta$  и  $\xi$  приведены в Приложении I.

Для матричных элементов  $S$ -оператора с помощью (4), (6), и (7) получается выражение

$$S_{ba} = \delta_{ba} + (2\pi)^4 i g \bar{\chi}_b^0 O_T^1 O_T^2 \chi_a S(P_b - P_a) \quad (10)$$

где  $P_a$  и  $P_b$  - 4-импульсы начального и конечного состояний. Интересно отметить, что в согласии с общей теорией  $S$ -матрицы, эти матричные элементы имеют полюсы при тех значениях  $M < m_1 + m_2$ , которые являются уровнями массы связанных состояний. Этими полюсами обладает  $\chi_a$ , ибо являясь решением неоднородного уравнения (9),  $\chi_a$  ~~является решением уравнения (9)~~ обратно пропорциональна детерминанту (9). Обращение же в нуль этого детерминанта является условием разрешимости однородного уравнения и дает уровни массы связанной системы.

С помощью (5), (6) и (7) для нормировочной константы связанных состояний получается выражение (в СИМ, где  $\vec{P} = 0$ )

$$N^2 = V g^2 \bar{\psi} \left\{ \alpha' + \beta' \gamma_4^1 \gamma_4^2 + \frac{1}{2} \zeta' \gamma_k^1 \gamma_k^2 + \eta' \gamma_4^1 + \xi' \gamma_4^2 \right\} \psi \quad (11)$$

где  $\psi = O_T^1 O_T^2 \chi_a$ ,  $\bar{\psi} = \chi^* O_T^1 O_T^2 \gamma_4^1 \gamma_4^2$  (по-прежнему 1-й индекс  $\chi$  относится к первому, а 2-й - ко второму полю).

Штрихами в (11) обозначаются производные по  $M$ .<sup>7)</sup>

Рассматривая  $\chi$  как матрицу 4x4 (первый индекс принадлежит первому, а второй - второму полям) и представляя в виде

6) См. Приложение I.

7) Выражение (11) легко получить, если воспользоваться формулой (I.1) Приложения I и соотношением

$$\frac{d}{idp_k} S_F(p, m) = S_F(p, m) \delta_{pk} S_F(p, m)$$



разложения

$$\chi = \sum_{i=1}^{16} a_i \gamma_i C \quad (12)$$

где коэффициенты разложения равны  $a_i = 4^{-1} \text{Sp}[(\gamma_i C)^{-1} \chi]$

мы преобразуем уравнение (9) в систему уравнений для

Разложение по  $\gamma_i C$  (а не по  $\gamma_i$ ) удобно тем, что эти матрицы обладают трансформационными свойствами лорентцовских тензоров

$$S^1 S^2 \gamma_i C = S \gamma_i C \bar{S} = S \gamma_i S^{-1} C = a_{ij} \gamma_j C$$

( $S^i$  и  $\|a_{ij}\|$  — матрицы преобразования спинора (дираковского) и тензора). Решив неоднородную систему уравнений (рассеяние)

для  $a_i$ , мы выразим  $a_i$  через коэффициенты  $a_j^0$  разложения (12) для  $\chi^0$

$$a_i = \sum_{j=1}^{16} A_{ij} a_j^0$$

так что  $\chi$  будут иметь вид<sup>8)</sup>

$$\chi = \sum_{i=1}^{16} \sum_{j=1}^{16} A_{ij} a_j^0 \gamma_i C \quad (13)$$

Решения однородного уравнения (9), полученные решением однородной системы уравнений для  $a_i$ , приведены в таблице I.

При решении однородного уравнения  $g^{-1}$  находятся как собственные значения.<sup>9)</sup> Это дает связь между  $g$  и  $M$ . При  $K = m_N$

( $m_N$  — масса нуклона) такие зависимости построены на рис.

1 и 2. Задавшись константой связи  $g$ , по этим графикам

можно найти массы связанных систем. Для последних трех типов

решений в таблице I  $g^{-1} = 0$ , так что, повидимому, они не

имеют физического смысла.

8) Коэффициенты  $A_{ij}$  в СЛМ ( $\vec{P} = 0$ ) для тензорного и векторного вариантов приведены в Приложении II.

9) Они приведены в Приложении III.

Таблица I

№ № П/П	Вид x)	Спин	Простран- ственная четность	Число решений	
				В вектор- ном вари- анте	В тензорном варианте
1.	$[aI + b(\gamma P)]C$	0	4	2	1
2.	$[cI + d(\gamma P)]\gamma_5 C$	0	Н	2	1
3.	$\{[eI + f(\gamma P)]P_m + g\gamma_m + h\epsilon_{mn}P_n\}C$	1	Н	4 / $m=1,2,3,4$	4 / $m=1,2,3,4$
4.	$\{[kI + l(\gamma P)]P_m + m\gamma_m + n\epsilon_{mn}P_n\}\gamma_5 C$	1	4	4 / $m=1,2,3,4$	4 / $m=1,2,3,4$
5.	$\sigma_{\mu\nu} C$	1	4, Н	6 / $\mu, \nu=1,2,3,4$ $\mu > \nu$	0
6.	$\gamma_\mu C$	1, 0	Н	0	4 / $\mu=1,2,3,4$
7.	$\gamma_\mu \gamma_5 C$	1, 0	4	0	4 / $\mu=1,2,3,4$

х) Выражения для коэффициентов  $a, b, \dots, n$  приведены в Приложении III. Оператор пространственного отражения спинора выбран в виде  $i\gamma_4$ .

$$\sigma_{\mu\nu} = -i(\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)$$

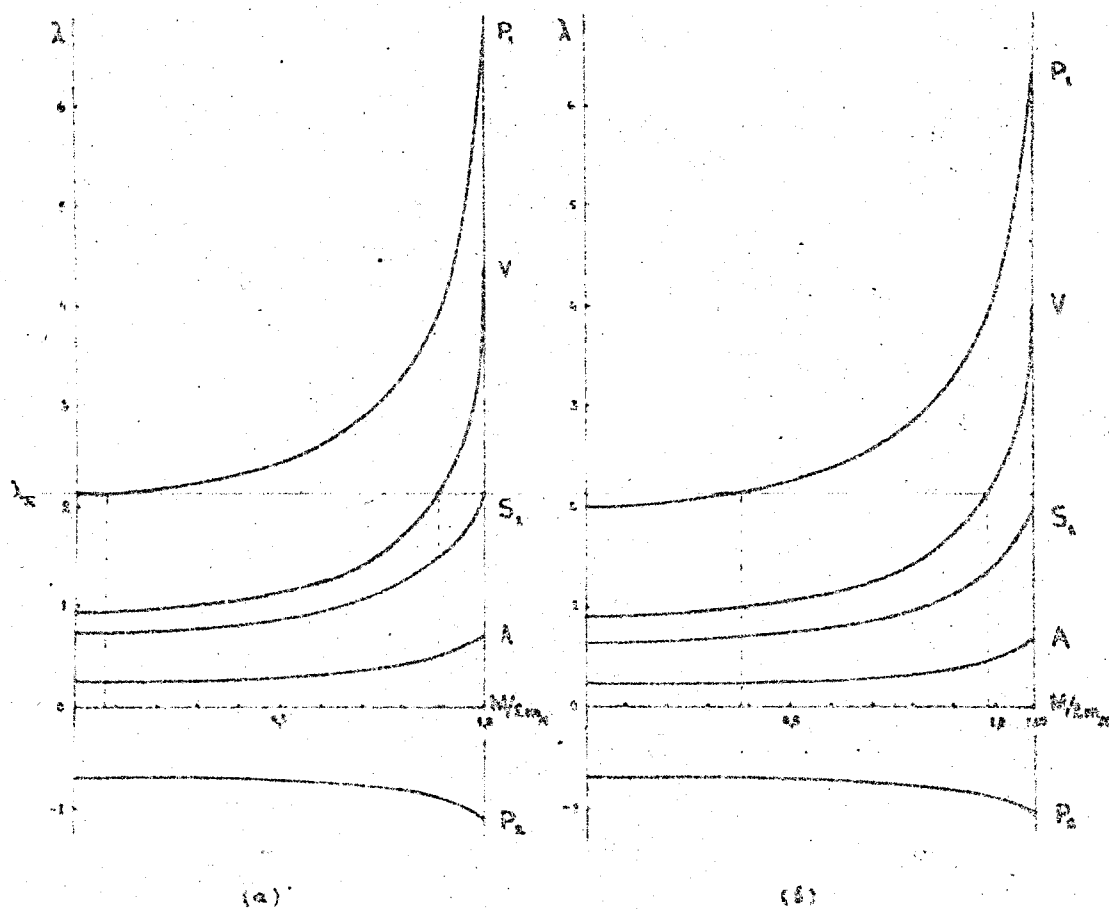


Рис. I. Векторный вариант.  $\lambda = 2(2\pi)^2 m_N^{-2} g^{-1}$  как функция  $M/2m_N$  при  $K = m_N$  в случаях: (а)  $m_1 = m_2 = m_N$ , (б)  $m_1 = m_N, m_2 = m_N$ . Для  $S_2$  в случае (а)  $\lambda = 0$ , а в случае (в)  $\lambda$  идет очень близко к оси абсцисс.

$\lambda_\pi$  - значение  $\lambda$ , при котором масса псевдоскалярной связанной системы  $P_1$  с  $m_1 = m_2 = m_N$  равна экспериментальной массе  $\pi$ -мезона. Пунктирные линии пересекают ось абсцисс в точках, соответствующих массам связанных систем при  $\lambda = \lambda_\pi$ .

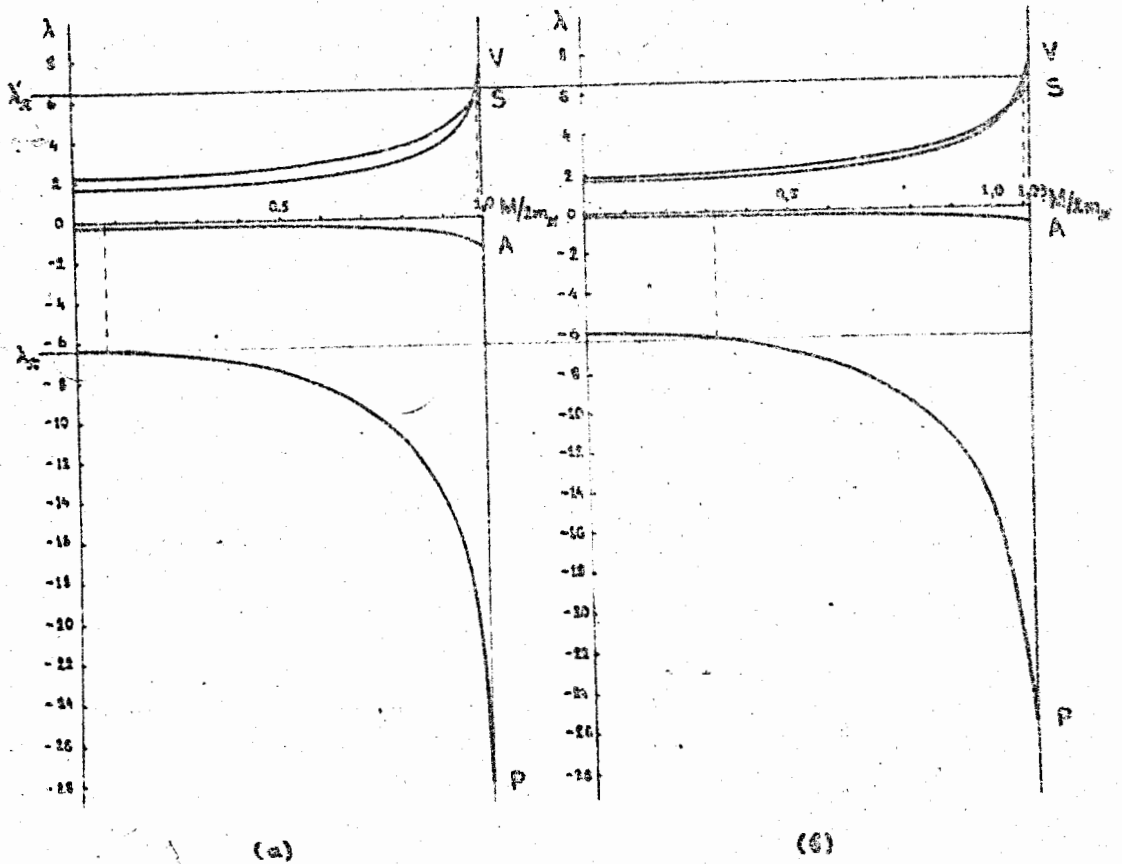


Рис. 2. Тензорный вариант.  $\lambda = 2(2\pi)^2 m_N^{-2} g^{-1}$  как функция  $M/2m_N$  при  $K = m_N$  в случаях: (а)  $m_1 = m_2 = m_N$  (б)  $m_1 = m_N, m_2 = m_\Lambda$ .  $\lambda_\pi$  - значение  $\lambda$ , при котором масса псевдоскалярной связанной системы (P) с  $m_1 = m_2 = m_N$  равна экспериментальной массе  $\pi$  - мезона.  $\lambda'_\pi = -\lambda_\pi$ . Пунктирные линии пересекают ось абсцисс в точках, соответствующих массам связанных систем при  $\lambda = \lambda_\pi$  и  $\lambda'_\pi$

### 3. СВЯЗАННЫЕ СОСТОЯНИЯ

Пространственная четность и спин  $\lambda$ , приведенные в таблице I, полностью определяют пространственную четность и спин окончательных решений (6). Отметим, что между решениями 3 и 4 типов в таблице I имеется линейная зависимость  $P_n A_n = 0$ . Поэтому они описывают только спин I. Таким образом, при конечной  $g$  могут существовать только скалярные, псевдоскалярные, векторные и псевдовекторные решения (на рис. 1 и 2 соответствующие зависимости  $g^{-1}(M)$  отмечены  $S, P, V$  и  $A$ ). Псевдоскалярные состояния можно попытаться отождествить с  $K$ -мезоном, что достигается выбором константы связи  $g$ , при которой  $M$  равна экспериментальной массе  $K$ -мезона. Это можно сделать графически, например, при  $K = m_K$ , по графикам 1а или 2а. Другие возможные состояния при той же  $g$  будут также состояниями систем частица-античастица. В то же время при  $g' = -g$  в векторном и тензорном вариантах мы получим состояния систем частица-частица. Результаты отождествления псевдоскалярных состояний с  $K$ -мезонами представлены в таблице II ( $S, P, V$  - скалярное, псевдоскалярное и векторное состояния).

В векторном варианте возможны два типа псевдоскалярных состояний ( $P_2$  и  $P_1$ ), но, как видно из таблицы II, при отождествлении  $P_2$  с  $K$ -мезоном в случае  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup> не возникает связанного состояния в системе  $(N\bar{N})$ . Согласно таблице II при тех значениях констант связи, при которых

ТАБЛИЦА II.

Массы связанных систем в векторном и тензорном вариантах

Вариант	K	$\delta \tilde{m}_p$ эрг. см. <sup>2</sup>	$m_1 = m_2 = m_N$		$m_1 = m_N, m_2 = m_A$		
			Нуклон-антинуклон ( $\bar{n}p$ ) или ( $n\bar{p}$ )		Нуклон- нуклон ( $np$ )	$(N\bar{N})$ $(\bar{N}N)$	$(NA)$
			Состояние, отождеств. с $\pi$ -мезо- ном	Другие состоя- ния			
Векторный	$m_N$	$5,1 \cdot 10^{-43}$	$P_1$ ( $M=273 m_e$ )	$V$ $M=3300 m_e$	-	$P_1$ $M=1400 m_e$ $V$ $M=3600$	-
	$10^3 m_N$	$2,8 \cdot 10^{-49}$	$P_1$ ( $M=273 m_e$ )	-	-	$P_1$ $M=1300 m_e$	-
	$m_N$	$-1,6 \cdot 10^{-42}$	$P_2$ ( $M=273 m_e$ )	-	-	$P_2$ $M=980 m_e$	$S_1$ $M=1650 m_e$
	$10^6 m_N$	$-1,2 \cdot 10^{-49}$	$P_2$ ( $M=273 m_e$ )	-	-	-	-
Тензорный	$m_N$	$-1,7 \cdot 10^{-43}$	$P$ ( $M=273 m_e$ )	-	$V$ $M=3600 m_e$	$P$ $M=1200 m_e$	$V$ $M=4000 m_e$
	$10^3 m_N$	$-0,92 \cdot 10^{-49}$	$P$ ( $M=273 m_e$ )	-	-	$P$ $M=1300 m_e$	-

существует сложный  $\Sigma$ -мезон либо вообще не существует связанных систем нуклон-нуклон, либо (в тензорном варианте при  $K=ny$ ) существует связанное состояние, но с массой сильно отличающейся от  $\Sigma$ -мезонной. Последнее состояние является векторным и в связи с очень малым дефектом массы можно полагать, что оно имеет какое-то отношение к дейтону. Однако, возможно, что при каком-то более строгом подходе в цепном приближении дейтон не существует (в рамках нашего качественного рассмотрения даже в том же тензорном варианте при  $K = 10^3 m_N$  такого состояния нет), но если теория верна, то более высокие приближения должны будут привести к этому состоянию.

Связанные состояния  $(\Sigma N)$ , возникающие одновременно с  $\Sigma$ -мезоном, можно интерпретировать как  $K$ -мезоны<sup>/1/</sup>. Вследствие качественного характера рассмотрения количественное несоответствие массы  $K$ -мезона ( $\sim 1000-1300 m_e$ ) с экспериментальной, конечно, неудивительно. Однако, обращает на себя внимание то, что в данном приближении замена в связанном состоянии  $\bar{N}$  на  $\bar{K}$  приводит к увеличению массы. Как следует из таблицы II, в векторном варианте при  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup> отождествление с  $\Sigma$ -мезоном состояния  $P_2$  не приводит к  $K$ -мезону.

Подчеркнем, наконец, что одновременно с  $\Sigma$ -мезоном, как видно из таблицы II, существует очень мало возможных связанных состояний, особенно при  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup>. С помощью нормированной волновой функции псевдоскалярного связанного состояния  $(\bar{p} \bar{N})$  ( $\Sigma$ -мезон) можно оценить эффективные константы связи  $\Sigma$ -мезонов с нуклонами. Это можно сделать так, как сделали Ферми и Янг<sup>/3/</sup>, - сравнить для виртуального процесса  $p \rightarrow n + \Sigma$  матричный элемент от лагранжиана взаимодействия (I) с матри-

ТАБЛИЦА III

Эффективные константы связи  $\pi$ -мезонов с нуклонами

K	$g_{\pi-p}$ эрг.см. <sup>3</sup>	$\frac{f_{V,T}^2}{\hbar c}$	$\frac{\eta_{V,T}^2}{\hbar c}$	$\frac{\nu_{V,T}^2}{\hbar c}$
$m_N$	$g_V = 5 \cdot 10^{-43}$ $g_T = -2 \cdot 10^{-43}$	230	1,2	0
$10^3 m_N$	$g_V = 3 \cdot 10^{-49}$ $g_T = -1 \cdot 10^{-49}$	6,3	$10^{-12}$	0



ным элементом обычной мезонной теории. Полученные при этом эффективные константы псевдоскалярной ( $f$ ) и псевдовекторной ( $\eta$ ) связи  $\pi$ -мезонов с нуклонами в векторном ( $V$ ) и тензорном ( $T$ ) вариантах, приведенные в таблице III, имеют разумные значения ( $f^2/\kappa c \sim 10$  при  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup>). Для векторного варианта в таблице приведены значения, полученные только с состоянием  $P_2$ . Относительно состояния  $P_2$ , которое, как мы видели выше, при  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup> неблагоприятно для единого описания  $\pi$ - и  $K$ -мезонов, заметим только, что оно дает  $f/\eta \ll 1$ , что так же противоречит экспериментальным фактам.

#### 4. РАССЕЯНИЕ

Если в формуле (10) в качестве состояний  $\alpha$  и  $\beta$  взять состояния с определенными импульсами и проекциями спина обеих частиц (т.е.  $\chi^{\alpha}(12)$  и  $\chi^{\beta}(12)$  в виде произведений дираковских плоских волн), перейти к сечению, усреднить с помощью (13) по начальным и просуммировать по конечным спиновым состояниям, то для дифференциального сечения в СЦМ ( $\vec{P} = 0$ ) получим следующее выражение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{g^2 G(p^2)}{2^{10} (2\pi)^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2} \sum_{i,j,i',j'=1}^{16} A_{ij} A_{i'j'}^* \quad (14)$$

$$S_p[(i\gamma p_2 + m_2)\gamma_i(i\gamma p_1 - m_1)\gamma_j] S_p[(i\gamma p_3 - m_1)\gamma_k \gamma_l (i\gamma p_4 + m_2)\gamma_m \gamma_n \rho_0 \rho_l]$$

где  $p_1$  и  $p_2$  - 4-импульсы падающих, а  $p_3$  и  $p_4$  - рассеянных частиц,  $\epsilon_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$  ( $i = 1, 2$ ),  $p$  - импульс в СЦМ.

Вычисление суммы в (14) приводит к следующим сечениям в векторном ( $V$ ) и тензорном ( $T$ ) вариантах  $|\kappa = c = 1|$ :

$$\frac{d\sigma_V}{d\Omega} = \frac{g^2 G(p^2)}{16 (2\pi)^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ |A_{04;04}(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - 4A_{00;04}(m_1 + m_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2) - 2A_{00;00}(m_1 + m_2)^2|^2 \frac{p^4}{(\epsilon_1 \epsilon_2 - p^2 + m_1 m_2)^2} + \right. \\ & + |A_{45;45}(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + 4iA_{05;45}(m_1 - m_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2) - 2A_{05;05}(m_1 - m_2)^2|^2 \frac{p^4}{(\epsilon_1 \epsilon_2 - p^2 - m_1 m_2)^2} + \\ & + |A_{01;01}|^2 (3\epsilon_1 \epsilon_2 - p^2 + 3m_1 m_2)(\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 + m_1 m_2) + \\ & + |A_{15;15}|^2 (3\epsilon_1 \epsilon_2 - p^2 - 3m_1 m_2)(\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 - m_1 m_2) - \\ & - 2\operatorname{Re} \left\{ [A_{04;04}(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 - 4A_{00;04}(m_1 + m_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2) - 2A_{00;00}(m_1 + m_2)^2] A_{01;01}^* \right\} p^2 \cos\theta - \\ & - 2\operatorname{Re} \left\{ [A_{45;45}(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + 4iA_{05;45}(m_1 - m_2)(\epsilon_1 - \epsilon_2) - 2A_{05;05}(m_1 - m_2)^2] A_{15;15}^* \right\} p^2 \cos\theta + \\ & + 4\operatorname{Re}(A_{01;01} A_{15;15}^*) (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 p^2 \cos\theta + 4(|A_{01;01}|^2 + |A_{15;15}|^2) p^4 \cos^2\theta \left. \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_T}{d\Omega} &= \frac{g^2 G(p^2)}{4 (2\pi)^2 (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2} \left\{ 9|A_{00;00}|^2 (\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 - m_1 m_2)^2 + 9|A_{05;05}|^2 (\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 + m_1 m_2)^2 + \right. \\ & + |A_{23;23}|^2 [4p^4 - 8p^2(\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 - m_1 m_2) + 3(\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 - m_1 m_2)^2] + \\ & + |A_{14;14}|^2 [4p^4 - 8p^2(\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 + m_1 m_2) + 3(\epsilon_1 \epsilon_2 + p^2 + m_1 m_2)^2] + \\ & + 2\operatorname{Re} [3(A_{14;14} A_{00;00}^* + A_{23;23} A_{05;05}^*) (\epsilon_1 + \epsilon_2)^2 - 2A_{23;23} A_{14;14}^* (\epsilon_1 - \epsilon_2)^2] p^2 \cos\theta + \\ & + 4(|A_{23;23}|^2 + |A_{14;14}|^2) p^4 \cos^2\theta \left. \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

Если в формулах (15) и (16) положить  $A_{ij} = \delta_{ij}$  и  $G(p^2) = 1$ ,

то они перейдут в формулы первого приближения теории возмущений<sup>10)</sup>

<sup>10)</sup> В формуле (14) такой переход можно совершить с помощью соотношения ортогональности  $\sum_{i=1}^{16} (\delta_i)_{\mu\alpha} (\delta_i)_{\beta\gamma} = 4\delta_{\mu\beta} \delta_{\alpha\gamma}$

$$\frac{d\sigma_V}{d\Omega} = \frac{g^2}{2(2\pi)^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2} \left\{ 2p^4 + 2p^2\epsilon_1\epsilon_2 + m_1^2 m_2^2 + \epsilon_1^2 \epsilon_2^2 + \right. \\ \left. + (2\epsilon_1\epsilon_2 + m_1^2 + m_2^2)p^2 \cos\theta + p^4 \cos^2\theta \right\} \quad (17)$$

$$\frac{d\sigma_T}{d\Omega} = \frac{2g^2}{(2\pi)^2(\epsilon_1 + \epsilon_2)^2} \left\{ 2p^4 + 4p^2\epsilon_1\epsilon_2 + 3\epsilon_1^2\epsilon_2^2 + 3m_1^2 m_2^2 + \right. \\ \left. + (4\epsilon_1\epsilon_2 + \epsilon_1^2 + \epsilon_2^2)p^2 \cos\theta + p^4 \cos^2\theta \right\} \quad (18)$$

Рассмотрим теперь сечения упругого рассеяния нейтронов и антинейтронов на протонах ( $m_1 = m_2$ ) при  $K = m_N$  и  $10^3 m_N$  и при тех значениях константы связи, которые необходимы для существования сложного  $\bar{K}$ -мезона<sup>11)</sup>. В векторном варианте мы будем касаться только случая псевдоскалярного состояния  $\bar{K}$ . Полученные при этом полные сечения упругого рассеяния  $\sigma_{np}$  и  $\sigma_{\bar{K}p}$  приведены на рис. 3 и 4. Сечения обладают следующими особенностями

1) Сечения  $\sigma_{np}$  и  $\sigma_{\bar{K}p}$  довольно сильно отличаются друг от друга, особенно при  $K = 10^3 m_N$  в векторном варианте, тогда как в первом приближении теории возмущений они совпадают.

2) При  $K = m_N$  ( $g \sim 10^{-43}$  эрг.см<sup>3</sup>) сечения оказываются примерно того же порядка, что и в первом приближении теории возмущений (при той же  $g$ ). Но уже при  $K = 10^3 m_N$  ( $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup>) сечения  $\sigma_{np}^V$ ,  $\sigma_{np}^T$  и  $\sigma_{\bar{K}p}^T$  оказываются на 8 - 9 порядков выше получаемых в первом приближении теории возмущений при той же константе связи ( $\sigma_{np}^V$  того же

<sup>11)</sup> См. таблицу II.

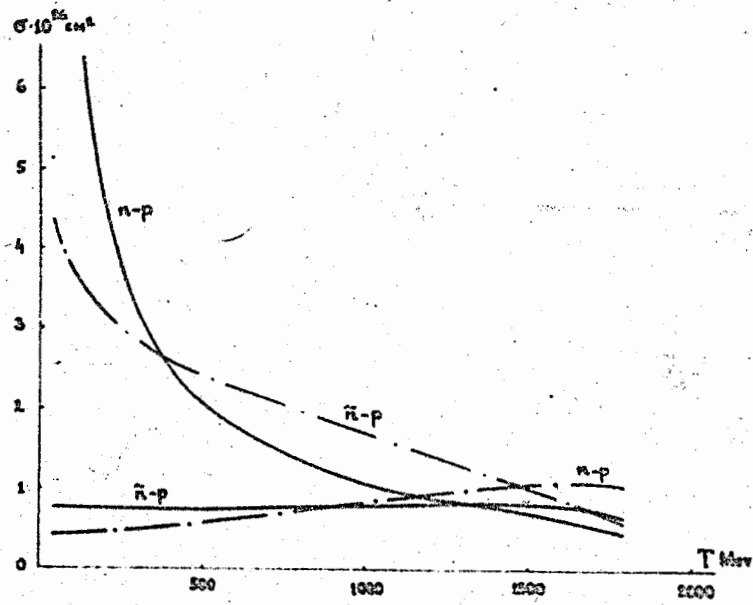


Рис. 3. Полные сечения упругого рассеяния нейтронов и антинейтронов на протонах в зависимости от энергии  $T$  в лабораторной системе при  $K = m_N$  :

- · - · - · векторный вариант  
 — тензорный вариант

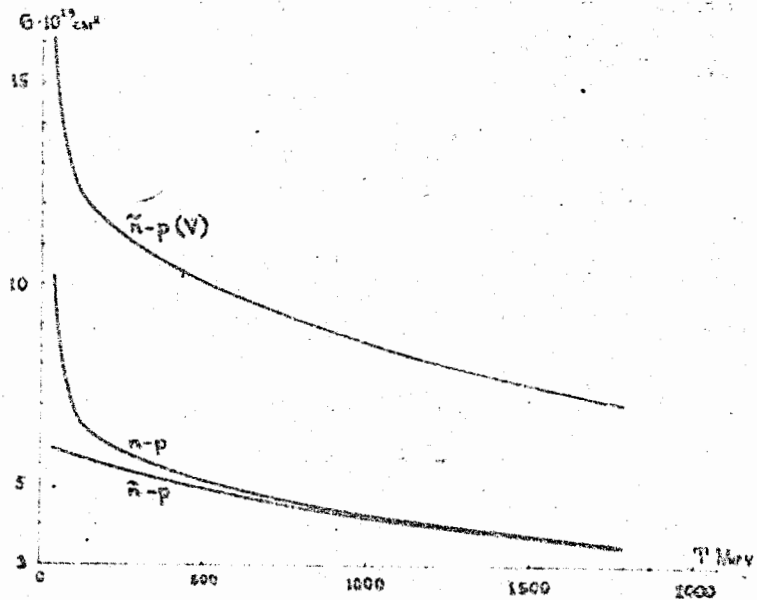


Рис. 4. Полные сечения упругого рассеяния антинейтронов на протонах в векторном варианте (v) и нейтронов и антинейтронов на протонах в тензорном варианте в зависимости от энергии  $T$  в лабораторной системе при  $K = 10^3 m_H$ .  $\sigma_{n-p}$  в векторном варианте имеет порядок  $10^{-39} \text{ см}^2$ .

порядка, что и в первом приближении теории возмущений).

3) В то время как в первом приближении теории возмущений сечения довольно быстро растут с энергией, в цепном приближении только  $\sigma_{np}^V$  при  $K = 10^3 m_\mu$  имеет столь же быстрый рост, а остальные сечения, как видно из рис. 3 и 4, либо падают, либо растут, но медленно. Обращает на себя внимание слабое изменение сечений с энергией при больших энергиях.

4) При всех значениях  $K$  коэффициенты  $a$ ,  $b$  и  $c$  во всех дифференциальных сечениях  $\sigma(\theta) = a + b \cos\theta + c \cos^2\theta$  оказываются сильно отличающимися от тех, какие дает теория возмущений. В частности, при  $K = 10^3 m_\mu$  сечения  $\sigma_{np}^V(\theta)$ ,  $\sigma_{np}^T(\theta)$  и  $\sigma_{np}^T(\theta)$  становятся практически изотропными.

Если теория контактного взаимодействия барионов верна, и все взаимодействия нуклонов сводятся к контактным, то в ней должна быть неприменима теория возмущений<sup>12)</sup> из-за резкого отличия даваемых ею сечений  $\sigma_{np}$  от экспериментальных (например, по энергетическим зависимостям). Полученный выше результат не противоречит этому предположению, так как сечения в более высоком (цепном) приближении чрезвычайно сильно отличаются (по порядку величины, энергетическим и угловым зависимостям) от первого приближения теории возмущений.

Однако все эти результаты связаны со специальным выбором констант  $K$  и  $g$ , обеспечивающим существование сложного  $K$ -мезона, когда при фиксированном  $K$  требуется специальный выбор  $g$ , и наоборот.

<sup>12)</sup> Под этими словами мы будем понимать такое положение, когда результат в первом приближении теории возмущений резко отличается от точного.

Рассмотрим случай произвольных  $g$  и  $K$ . Коэффициенты  $A_{i,j}$  в формулах (I5) и (I6) имеют вид  $[1 - g\alpha_i(K)]^{-1}$  (I3) и равны 1 в первом приближении теории возмущений, так что теория возмущений применима лишь, когда все  $|g\alpha_i| < 1$ , т.е. когда все длины  $l_i = 1/\sqrt{|\alpha_i(K)|}$  больше связанной с константой связи  $g$  характерной длины  $l = \sqrt{|g|}$ . Условием существования связанного состояния является  $1 - g\alpha_i(K) = 0$  т.е. равенство одной из длин  $l_i$ , характерной длине  $l$ . Поэтому при тех же  $g$  и  $K$  в рассеянии оказывается  $|g\alpha_i(K)| \sim 1$  (строгого равенства уже не будет, ибо  $\alpha_i$  — функции массы системы). Отсюда становится понятным, что при тех  $g$  и  $K$ , при которых существуют связанные состояния, теория возмущений неприменима. При  $K/m_{1,2} \gg 1$  в тензорном варианте  $l_i \sim 2\pi/K$ , а в векторном

$$l_i \sim 2\pi/K \quad \text{или} \quad 4\pi/|m_1 \pm m_2| \sqrt{\ln(K^2/m_1 m_2)}$$

Поэтому при достаточно малых  $g$ , например,  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup>. ( $l \sim 10^{-16}$  см.) вышеприведенные условия применимости теории

возмущений можно записать в виде  $|g|K^2 \ll 1$ . В векторном варианте при  $g > 0$  и в тензорном варианте связанные состояния возможны при  $(2\pi)^{-2}|g|K^2 \sim 1$ . В случае  $g < 0$  в векторном варианте связанные состояния возможны, лишь когда

$$(4\pi)^{-2}|g|(m_1 \pm m_2)^2 \ln(K^2/m_1 m_2) \sim 1$$

I3) Некоторые коэффициенты  $A_{i,j}$  в векторном варианте и все  $A_{i,j}$  с  $i \neq j$  имеют несколько иной вид (см. Приложение II).

(такого типа псевдоскалярное состояние  $P_2$  в векторном варианте).

## 5. ВЫВОДЫ

1) При контактном взаимодействии в рамках цепного приближения качественно оказывается возможным описать  $\pi$ - и  $K$ -мезоны как связанные состояния соответственно нуклонов-антинуклонов и нуклонов-анти- $\Lambda$ -гиперонов в согласии с систематиками М.А.Маркова<sup>/1/</sup> и Саката<sup>/2/</sup>.

2) В то же время <sup>не</sup> возникает противоречия с существованием в природе только относительно слабо связанных систем (нуклон-нуклон (дейтон)).

3) При  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup> наряду с  $\pi$ -мезоном не возникает иных связанных состояний, кроме  $K$ -мезонного.

4) Константа псевдоскалярной связи  $\pi$ -мезонов с нуклонами даже в данном качественном рассмотрении при  $g \sim 10^{-49}$  эрг.см<sup>3</sup> оказывается <sup>имеющей</sup> ~~почти~~ разумное значение с экспериментальной точки зрения ( $\sim 10$ ).

5) В цепном приближении связанные состояния возможны только тогда, когда (при  $k/ct_{1,d} \gg 1$  и малой  $g$ ) длина  $l_k = \frac{h}{k}$  связанная с импульсом обрезания  $k$ , имеет порядок характерной длины, связанной с константой связи  $l = \sqrt{|g|/hc}$ , а теория возмущений применима, лишь когда  $l_k \gg l$ .



6) В связи с этим при тех  $g$  и  $K$ , при которых существуют связанные состояния (и, в частности, сложный  $K$ -мезон), сечения упругого рассеяния оказываются сильно отличающимися от сечений первого приближения теории возмущений.

7) Полученные сечения рассеяния нейтронов и антинейтронов на протонах не вступают в противоречение с экспериментальными данными.

8) Уровни масс  $M_n$  связанных систем принципиально можно получить как поправки  $S$ -матрицы.

Разумеется, полученные результаты по ряду причин, отмеченных в работе, носят качественный характер.

Приношу глубокую благодарность проф. И.А.Маркову, под руководством которого была выполнена эта работа. Благодарю также Р.А.Асанова за многочисленные обсуждения и группу сотрудников расчетного бюро ЛФФ ОИЯИ за выполнение численных расчетов.

Полубарин

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Интеграл в (7) <sup>при  $x=0$</sup>  с помощью замены переменных интегрирования

$$\vec{p} = \vec{p}' - \vec{\beta} \left\{ -(\vec{p}'/\vec{\beta})\beta^2(\gamma-1) + \gamma p'_0 \right\} \quad p_0 = \gamma \left\{ p'_0 - (\vec{\beta} \vec{p}') \right\}$$

$$\text{где } \vec{\beta} = -\vec{P}/P_0 \quad \text{и} \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$$

может быть преобразован к виду

$$\begin{aligned} & -i(2\pi)^{-4} \int \mathcal{S}_F^1(\alpha P+p, m_1) \mathcal{S}_F^2(\beta P-p, m_2) G(\Pi^2) dp = \\ & = (\mathcal{A} - \mathcal{B} M^{-2}(\gamma^2 P)(\gamma^2 P) + \frac{1}{3} \mathcal{L} [\gamma_M^1 \gamma_M^2 + M^{-2}(\gamma^1 P)(\gamma^2 P)] - \quad (\text{I.1}) \\ & - i \mathcal{D} M^{-1}(\gamma^1 P) - i \mathcal{E} M^{-1}(\gamma^2 P) \end{aligned}$$

Стоящие здесь коэффициенты связаны друг с другом соотношениями

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= m_1 M^{-1} \mathcal{D} + m_2 M^{-1} \mathcal{E} \\ \mathcal{B} &= \mathcal{L} + m_2 M^{-1} \mathcal{D} + m_1 M^{-1} \mathcal{E} \\ \mathcal{E} &\equiv \mathcal{E}(m_1, m_2) = \mathcal{D}(m_2, m_1) \quad / \mathcal{D}(m_1, m_2) \equiv \mathcal{D} / \quad (\text{I.2}) \end{aligned}$$

После выполнения интегрирования по  $p'$  для коэффициентов  $\mathcal{L}$  и  $\mathcal{D}$  получим выражения

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= [2(2\pi)^2 M]^{-1} \left\{ \frac{1}{4} a_4 K \sqrt{K^2 + m_1^2} + \frac{1}{4} a_5 K \sqrt{K^2 + m_2^2} - \right. \\ & \left. - a_1 a_4 \left( W^2 + \frac{m_1^2}{2} \right) - a_2 a_5 \left( W^2 + \frac{m_2^2}{2} \right) + 2W^2 a_3 \right\} \end{aligned}$$

$$\mathfrak{D} = m_2 \left[ 2(2x)^2 M \right]^{-1} \left\{ \frac{1}{2} K \left( \sqrt{K^2 + m_1^2} - \sqrt{K^2 + m_2^2} \right) - \right. \\ \left. - 2 \left( W^2 - \frac{m_1^2}{2} \right) (a_1 - a_2) + M^2 a_2 - a_4 a_3 \right\}$$

где  $a_i = \frac{1}{2} \ln \frac{K + \sqrt{K^2 + m_i^2}}{m_i} \quad i = 1, 2$

$$a_3 = \begin{cases} -W_1 \operatorname{arctg}(W_1 x) & 0 < M < |m_1 - m_2| \\ W \operatorname{arctg}(W x) & |m_1 - m_2| < M < m_1 + m_2 \\ -\frac{1}{2} W_1 \ln \left| \frac{1 + W_1 x}{1 - W_1 x} \right| - i\pi \frac{1}{2} W_1 & M > m_1 + m_2 \end{cases}$$

$$\alpha = 2KM(m_1 + m_2) \left[ (m_1 + m_2)^2 - M^2 \right]^{-1} \cdot \left[ m_1 \sqrt{K^2 + m_2^2} + m_2 \sqrt{K^2 + m_1^2} \right]^{-1}$$

$$a_4 = M^{-1} (M^2 + m_1^2 - m_2^2)$$

$$a_5 = M^{-1} (M^2 - m_1^2 + m_2^2)$$

$$W^2 = (2M)^{-2} \left[ (m_1 + m_2)^2 - M^2 \right] \left[ M^2 - (m_1 - m_2)^2 \right]$$

$$W_1 = \sqrt{-W^2}$$

Остальные коэффициенты могут быть получены с помощью (I.2).

ПРИЛОЖЕНИЕ II.

Отличные от нуля коэффициенты  $A_{i;j}$  состояний рассеяния (при  $\vec{P}=0$ ). Векторный вариант.

$$\begin{aligned}
 A_{00;00} &= [1 - 2g(\alpha - \beta + \mathcal{L})] D_1^{-1} & A_{00;04} &= 2g(\mathcal{D} - \mathcal{E}) D_1^{-1} \\
 A_{04;00} &= -4g(\mathcal{D} - \mathcal{E}) D_1^{-1} & A_{04;04} &= [1 + 4g(\alpha - \beta - \mathcal{L})] D_1^{-1} \\
 A_{0k;0k} &= [1 - 2g(\alpha + \beta + \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} & & / k=1, 2, 3 / \\
 A_{k4;0k} &= 2ig(\mathcal{D} + \mathcal{E}) [1 - 2g(\alpha + \beta + \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} & A_{k4;k4} &= 1 \\
 A_{mn;mn} &= 1 \quad / m \neq n / & A_{mn;k5} &= -2g(\mathcal{D} - \mathcal{E}) [1 + 2g(\alpha - \beta - \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} \\
 & & & / m \neq n \neq k / \\
 & & & / m, n = 1, 2, 3 / \\
 A_{k5;k5} &= [1 + 2g(\alpha - \beta - \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} \\
 A_{45;45} &= [1 - 4g(\alpha + \beta + \mathcal{L})] D_2^{-1} & A_{45;05} &= -4ig(\mathcal{D} + \mathcal{E}) D_2^{-1} \\
 A_{05;45} &= -2ig(\mathcal{D} + \mathcal{E}) D_2^{-1} & A_{05;05} &= [1 + 2g(\alpha + \beta - \mathcal{L})] D_2^{-1}
 \end{aligned}$$

$$D_1 = [1 - 2g(\alpha - \beta + \mathcal{L})][1 + 4g(\alpha - \beta - \mathcal{L})] + 8g^2(\mathcal{D} - \mathcal{E})^2$$

$$D_2 = [1 + 2g(\alpha + \beta - \mathcal{L})][1 - 4g(\alpha + \beta + \mathcal{L})] + 8g^2(\mathcal{D} + \mathcal{E})^2$$

Тензорный вариант

$$\begin{aligned}
 A_{00;00} &= [1 + 12g(\alpha - \beta - \mathcal{L})]^{-1} \\
 A_{04;00} &= -12g(\mathcal{D} - \mathcal{E}) [1 + 12g(\alpha - \beta - \mathcal{L})]^{-1} & A_{04;04} &= 1 \\
 A_{0k;0k} &= 1 & A_{0k;k4} &= -4ig(\mathcal{D} + \mathcal{E}) [1 - 4g(\alpha + \beta - \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} \\
 A_{k4;k4} &= [1 - 4g(\alpha + \beta - \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} & A_{mn;mn} &= [1 - 4g(\alpha - \beta + \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} \\
 & & & / m \neq n / \\
 A_{k5;mn} &= 4g(\mathcal{D} - \mathcal{E}) [1 - 4g(\alpha - \beta + \frac{1}{3}\mathcal{L})]^{-1} / m \neq n \neq k / & A_{k5;k5} &= 1 \\
 A_{45;45} &= 1 & A_{45;05} &= 12ig(\mathcal{D} + \mathcal{E}) [1 + 12g(\alpha + \beta + \mathcal{L})]^{-1} \\
 A_{05;05} &= [1 + 12g(\alpha + \beta + \mathcal{L})]^{-1}
 \end{aligned}$$

Зависимости  $g^{-1} = f(K, M, m_1, m_2)$  и коэффициенты, входящие в  $\lambda$ , для связанных состояний таблицы I.

Вариант	Тип решения в табл. I	$g^{-1}$	Коэффициенты $b, d, h, n$
Векторный	1	$g_{1,2}^{-1} = -(\alpha - \beta - 3\epsilon) \pm \sqrt{-8(\alpha - \beta)^2 + 9(\alpha - \beta - \frac{1}{3}\epsilon)^2}$	$b = 4i(\alpha - \beta)M^{-1} [g_{1,2}^{-1} - 2(\alpha - \beta + \epsilon)]^{-1}$
	2	$g_{1,2}^{-1} = (\alpha + \beta + 3\epsilon) \pm \sqrt{-8(\alpha + \beta)^2 + 9(\alpha + \beta + \frac{1}{3}\epsilon)^2}$	$d = -4i(\alpha + \beta)M^{-1} [g_{1,2}^{-1} + 2(\alpha + \beta - \epsilon)]^{-1}$
	3	$g^{-1} = 2(\alpha + \beta + \frac{1}{3}\epsilon)$	$h = 2g(\alpha + \beta)M^{-1}$
	4	$g^{-1} = -2(\alpha - \beta - \frac{1}{3}\epsilon)$	$n = -2g(\alpha - \beta)M^{-1}$
Тензорный	1	$g^{-1} = -12(\alpha - \beta - \epsilon)$	$b = 12ig(\alpha - \beta)M^{-1}$
	2	$g^{-1} = -12(\alpha + \beta + \epsilon)$	$d = 12ig(\alpha + \beta)M^{-1}$
	3	$g^{-1} = 4(\alpha + \beta - \frac{1}{3}\epsilon)$	$h = [4g(\alpha + \beta)M]^{-1}$
	4	$g^{-1} = 4(\alpha - \beta + \frac{1}{3}\epsilon)$	$n = [4g(\alpha - \beta)M]^{-1}$

$$a = c = q = m = 1 ; \quad e = k = 0 ; \quad f = l = M^{-2}$$

## Л и т е р а т у р а

1. М.А.Марков, "О систематике элементарных частиц", АН СССР, Москва, 1955 г.
- М.А.Марков, Доклад на VI Рочестерской конференции, 1956 год.
2. S.Sakata, Prog.of Theor.Phys., 16, 686, 1956.
3. E.Fermi and G.N.Yang, Phys.Rev., 76, 1739, 1949.
4. H.Katsumori, Prog. of Theor.Phys., 11, 505, 1954.
5. Ziro Maki, Prog. of Theor.Phys., 16, 667, 1956.
6. W.Heisenberg, Rev.Mod.Phys., 29, 269, 1957.
7. И.В.Полубаринов, отчет "Уравнения в функциональных производных для одно- и двухчастичных функций Грина в случае двух-контактного взаимодействия дираковских полей", ЛТФ ОИЯИ (1956).
8. J.Schwinger, Proc. N.A.S., 37, 452, 455 (1951).
9. K.Nishijima, Prog. of Theor.Phys., 10, 549 (1953),  
12, 279 (1954), 13, 305 (1955).
10. P.Kristensen and G.Möller, Dan.Mat.Fys.Medd., 27, n.7 (1952).  
Москва, 1955 г.

М.А.Марков, Доклад на VI Рочестерской конференции, 1956 год.

2. S.Sakata, Prog. of Theor.Phys., 16, 686, 1956.

3. E.Fermi and G.N.Yang, Phys.Rev., 76, 1739, 1949.

4. H.Katsumori, Prog. of Theor.Phys., 11, 505, 1954.

5. Ziro Maki, Prog. of Theor.Phys., 16, 667, 1956.

6. W.Heisenberg, Rev.Mod.Phys., 29, 269, 1957.

7. И.В.Полубаринов, отчет "Уравнения в функциональных производных для одно- и двухчастичных функций Грина в случае двух-контактного взаимодействия дираковских полей", ЛТФ ОИЯИ (1956).

8. J.Schwinger, Proc. N.A.S., 37, 452, 455 (1951).

9. K.Nishijima, Prog. of Theor.Phys., 10, 549 (1953),  
12, 279 (1954), 13, 305 (1955).

10. P.Kristensen and G.Möller, Dan.Mat.Fys.Medd., 27, n.7 (1952).  
Москва, 1955 г.