ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-1704

Эдвард Капусцик

ОБ ОПЕРАТОРЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТОКА В МОДЕЛИ УНИТАРНОЙ СИММЕТРИИ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1964

P-1704

Эдвард Капусцик[x)]

ОБ ОПЕРАТОРЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ТОКА В МОДЕЛИ УНИТАРНОЙ СИММЕТРИИ

Направлено в Acta Physica Polonica

x) Постоянный адрес: Институт ядерной физики в к Кракове, Краков 23, Польша.

В последней работе[1] мы обсуждали вопрос о существовании соотношений между формфакторами барионов при наиболее общем виде оператора электромагнитного тока в модели SU_3 -симметрии. В настоящей работе мы покажем, что принимая предположение о том, что фотон является U -спиновым скаляром, общее выражение для оператора электромагнитного тока можно записать более упрощенно. Законность этого предположения очевидна, так как при других трансформационных свойствах оператора электромагнитного тока относительно U -спина существовали бы переходы электромагнитного типа между состояниями, обладающими разными значениями электрического заряда[5],[6].

Прежде чем провести соответствующие рассуждения, необходимо уточнить некоторые обозначения, введенные в работе[1]. В этой работе было установлено, что наиболее общее выражение для оператора электромагнитного тока имеет вид:

$$J = f_1(x)\, T^{\{1\}}_{0,0,0} + f_2(x)\, T^{\{8_1\}}_{0,0,0} + f_3(x)\, T^{\{8_2\}}_{0,0,0} + f_4(x)\, T^{\{8_1\}}_{1,0,0} + f_5(x)\, T^{\{8_2\}}_{1,0,0} +$$

$$+ f_6(x)\, T^{\{10\}}_{1,0,0} + f_7(x)\, T^{\{10^*\}}_{1,0,0} + f_8(x)\, T^{\{27\}}_{0,0,0} + f_9(x)\, T^{\{27\}}_{1,0,0} + f_{10}(x)\, T^{\{27\}}_{2,0,0}, \qquad (1)$$

где в явном виде разделена зависимость от пространственно-временных переменных (факторы $f_i(x)$), а величины $T^{\{\mu\}}_{I,I_z,Y}$ являются компонентами неприводимых тензорных операторов, преобразующихся по представлению $\{\mu\}$, группы SU_3. Эти компоненты нумеруются значениями квантовых чисел: I – полного изотопического спина, I_z – третьей его компоненты и Y –гиперзаряда. По определению неприводимого тензорного оператора величины $T^{\{\mu\}}_{I,I_z,Y}$ удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям с генераторами группы SU_3, X_a :

$$[\, X_a \,,\, T^{\{\mu\}}_{I,I_z,Y} \,] = \sum_{I',I'_z,Y'} \langle \{\mu\};\, I',I'_z,Y' \,|\, X_a \,|\, \{\mu\};\, I,I_z,Y \rangle\, T^{\{\mu\}}_{I',I'_z,Y'} \,. \qquad (2)$$

Мы требуем, чтобы оператор электромагнитного тока J был скаляром относительно подгруппы U -спина группы SU_3. Эта подгруппа составляется из следующих генераторов группы SU_3 :

$$U_z = -\frac{\sqrt{3}}{2} H_1 + \frac{3}{2} H_2 = -\tfrac{1}{2} I_z + \frac{3}{4} Y \,,$$

$$U_+ = \sqrt{3}\, E_3 \qquad (3)$$

$$U_- = \sqrt{3}\, E_{-3}$$

Обозначения здесь такие же как и в работе [2]. Легко проверить, что

$$[\,U_+\,,U_-\,] = U_z \tag{4}$$

$$[\,U_\pm\,,U_z\,] = \mp\, U_\pm\,.$$

Оператор тока J будет скаляром относительно этой подгруппы, если

$$[\,U_{\pm,z}\,,J\,] = 0\,. \tag{5}$$

Поскольку в оператор J входят только компоненты $T^{\{\mu\}}_{1,0,0}$, из (2) и (3) легко видеть, что

$$[\,U_z\,;J\,] = 0\,. \tag{6}$$

Чтобы вычислить коммутаторы $[\,U_\pm\,,J\,]$ согласно (2) и (3) нужно знать матричные элементы операторов $E_{\pm 3}$. Пользуясь формулами (20) и (21) работы [3], легко получить:

$$[\,U_\pm\,,T^{\{1\}}_{0,0,0}\,] = 0$$

$$[\,U_\pm\,,T^{\{8\}}_{0,0,0}\,] = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\,T^{\{8\}}_{1/2,\,\mp 1/2,\,\pm 1}$$

$$[\,U_\pm\,,T^{\{8\}}_{1,0,0}\,] = \mp \tfrac{1}{2}\,T^{\{8\}}_{1/2,\,\mp 1/2,\,\pm 1}$$

$$[\,U_\pm\,,T_{1,0,0}\,] = T^{\{10\}}_{(1\pm 1/2),\,\mp 1/2,\,\pm 1} \tag{7}$$

$$[\,U_\pm\,,T^{\{10^*\}}_{1,0,0}\,] = -\,T^{\{10^*\}}_{(1\mp 1/2),\,\mp 1/2,\,\pm 1}$$

$$[\,U_\pm\,,T^{\{27\}}_{0,0,0}\,] = \pm\sqrt{2}\,T^{\{27\}}_{1/2,\,\mp 1/2,\,\pm 1}$$

$$[\,U_\pm\,,T^{\{27\}}_{1,0,0}\,] = \mp\sqrt{\tfrac{2}{3}}\,T^{\{27\}}_{1/2,\,\mp 1/2,\,\pm 1} \pm \sqrt{\tfrac{5}{6}}\,T^{\{27\}}_{\frac{3}{2},\,\mp 1/2,\,\pm 1}$$

$$[\,U_\pm\,,T^{\{27\}}_{2,0,0}\,] = \mp\sqrt{1/2}\,T^{\{27\}}_{\frac{3}{2},\,\mp 1/2,\,\pm 1}\,.$$

Отсюда с помощью (1) получаем:

$$[\,U_\pm\,,J\,] = \tfrac{1}{2}\,[\pm\sqrt{3}\,f_2(x) \mp f_4(x)]\,T^{\{8_1\}}_{1/2,\,\mp 1/2,\,\pm 1} + \tfrac{1}{2}\,[\pm\sqrt{3}\,f_3(x) \mp f_5(x)]\,T^{\{8_2\}}_{1/2,\,\mp 1/2,\,\pm 1} +$$

$$+\sqrt{2}\,[\pm f_8(x) - \frac{1}{\sqrt{3}}\,f_9(x)]\,T^{\{27\}}_{1/2,\,\mp 1/2,\,\pm 1} + \frac{1}{\sqrt{2}}\,[\pm\sqrt{\tfrac{5}{3}}\,f_9(x) \mp f_{10}(x)]\,T^{\{27\}}_{\frac{3}{2},\,\mp 1/2,\,\pm 1} \tag{8}$$

Чтобы это выражение было равно нулю, необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты при компонентах неприводимых тензоров обращались в нуль, так как эти тензоры являются базисами для неприводимых представлений [4]. Отсюда получаем следующие условия для величин $f_i(x)$:

$$\begin{aligned} f_2(x) &= \frac{1}{\sqrt{3}}\,f_4(x) \\ f_3(x) &= \frac{1}{\sqrt{3}}\,f_5(x) \\ f_6(x) &= f_7(x) = 0 \\ f_8(x) &= \frac{1}{\sqrt{3}}\,f_9(x) = \frac{1}{\sqrt{5}}\,f_{10}(x)\,. \end{aligned} \tag{9}$$

Таким образом, общее выражение для оператора электромагнитного тока сводится к следующему:

$$J = j_1(x)\,T^{\{1\}}_{0,0,0} + j_2(x)\,[\,T^{\{8_1\}}_{0,0,0} + \sqrt{3}\,T^{\{8_1\}}_{1,0,0}\,] + j_3(x)\,[\,T^{\{8_2\}}_{0,0,0} + \sqrt{3}\,T^{\{8_2\}}_{1,0,0}\,] +$$

$$+ j_4(x)\,[\,T^{\{27\}}_{0,0,0} + \sqrt{3}\,T^{\{27\}}_{1,0,0} + \sqrt{5}\,T^{\{27\}}_{2,0,0}\,]\,. \tag{10}$$

Видно, что по сравнению с (1) вместо десяти величин $j_i(x)$ мы имеем здесь только четыре $j_i(x)$. Такое упрощение формы электромагнитного тока приводит к следующим соотношениям между формфакторами барионов:

$$\begin{aligned} J(p) &= J(\Sigma^+) \\ J(n) &= J(\Xi^\circ) \\ J(\Xi^-) &= J(\Sigma^-) \\ J(\Sigma^\circ) &= 3\,J(\Lambda) - 2\,J(n) \\ J(\Sigma^\circ\Lambda) &= \sqrt{3}\,[\,J(\Lambda) - J(n)\,]\,. \end{aligned} \tag{11}$$

Считая j_1 аддитивной константой (физически это означает, что мы не учитываем вкладов от взаимодействий неэлектромагнитного типа), получаем:

$$2\,J(\Lambda) = J(p) + J(\Xi^-)\,. \tag{12}$$

Итак, мы имеем все соотношения, которые были получены ранее при другом подходе, за исключением соотношения:

$$J(\Sigma^{\circ}) = \tfrac{1}{2}[J(\Sigma^{+}) + J(\Sigma^{-})]\,. \qquad (13)$$

Легко проверить, что степень выполнения этого соотношения даст сведения о величине тока $j_4(x)$.

Литература

1. Э. Капусцик, Э.Обрык. Препринт ОИЯИ, Р-1618; (1964). Acta Physica Polonica (в печати).
2. R.E.Behrends et al. Rev. Mod. Phys., 34, 1 (1962).
3. G.E.Baird, L.C.Biedenharn. Journ. Math. Phys., 4, 1449 (1963).
4. Г.Вейль. Классические группы, Москва, 1947г., Гос. Изд., Инн. лит.
5. S.Meshkov, C.A.Levinson and H.J.Lipkin, Phys. Rev. Lett., 10, 361 (1963).
6. S.P.Rosen. Phys. Rev. Lett., 11, 100 (1963).

Рукопись поступила в издательский отдел
11 июня 1964 г.