

с 346.6

К-659

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-1654



Г.И. Копылов

ОБ ОДНОМ КОСВЕННОМ МЕТОДЕ
ПОИСКОВ РЕЗОНАНСОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1964

Г.И. Копылов

P-1654

ОБ ОДНОМ КОСВЕННОМ МЕТОДЕ
ПОИСКОВ РЕЗОНАНСОВ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1984

24574, 48-

Наряду с прямыми методами поиска резонансов (по спектрам эффективных или недостающих масс, по прямым измерениям сечения резонирующих частиц) возможно и косвенное определение резонансов. Оно относится к тем экспериментальным ситуациям, когда по каким-либо причинам невозможно определить все величины, необходимые для вычисления эффективной массы системы частиц.

Нам известны две группы косвенных методов. Одна относится к тем случаям, когда не все продукты распада резонанса детектируемы. Оказывается, что в случае каскадного распада потеря данных об одном из продуктов распада целиком возмещается информацией о том, что распад - каскадный^{/1-3/}. Другая группа относится к тем случаям, когда экспериментальная техника позволяет, например, измерять только направления продуктов распада, а не скорость. В работе Кретьена и др.^{/4/} и в работе^{/5,6/} показано, что и в этих условиях иногда возможна идентификация резонанса.

В этой работе мы рассмотрим вторую группу методов с несколько более общей точки зрения. Будет показано, что, вообще, при распаде резонанса на n тождественных частиц можно, измеряя только направления частиц, получить массу резонанса. Более точные утверждения будут сделаны ниже. Предварительно изложим идею метода, выдвинутого в^{/8/}.

В реакции



(N - нейтрон)

измеряются направления трех фотонов в л.с. По известному импульсу π^- направления фотонов могут быть получены и в с.ц.м. В этой системе отсчета энергия ω^0 фиксирована, а направление произвольно. Далее в^{/8/} доказывается теорема: Минимально возможный угол полураствора конуса с образующими, направленными по движению фотонов, зависит от массы ω^0 по формуле

$$\operatorname{tg} \phi = M_{\omega} / P_{\omega} \quad (2)$$

Таким образом, по экспериментально наблюдаемым границам спектра ϕ можно определить M_{ω} . Сходным образом в^{/4,5/} масса первичной частицы определяется по минимуму угла разлета двух фотонов.

Мы покажем, что, вообще, в двухчастичных реакциях типа

$$\pi^- p \rightarrow N X^0 \quad \xrightarrow{\text{п штук}} \quad \gamma \gamma \gamma \dots \quad (3)$$

можно указать некоторые функции, зависящие только от направления фотонов, с тем же свойством: пределы изменения этих функций зависят от отношения P_x / M_x , т.е. от скорости v частицы X . Угол ϕ , использованный в /6/, есть только одна из возможных функций. Другие мыслимые функции f будут приведены ниже, вместе с приемным видом распределений $\frac{dN}{df}$ и зависимостей $f_{\text{extr}}(v)$ пределов f от скорости.

Далее, для распадов X на частицы с массой покоя в реакциях типа

$$\pi^- p \rightarrow N X \quad \xrightarrow{\text{п штук}} \quad \pi \pi \pi \dots \quad (4)$$

(где переход в с.ц.м. без измерения энергии пионов невозможен) будет показано, что распределение $\frac{dN}{d\phi}$ (где ϕ измеряется в лабораторной системе) также позволяет определить массу ϕ частицы X .

§ 1. Симметричные функции направлений

Обозначим единичный вектор, указывающий направление частицы i , через \vec{e}_i , а косинус угла между двумя частицами i и j через $a_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j$. Любая скалярная функция направлений частиц, симметрично зависящая от всех частиц, может быть представлена как функция только от a_{ij} , и, далее, как функция только от простейших симметричных комбинаций a_{ij} , например,

$$f = \sum_{i,j} a_{ij} \quad \text{или} \quad \sum_{i_1, j_1} a_{i_1 j_1}, a_{i_1 j_2}, a_{i_2 j_1}, a_{i_2 j_2}, a_{i_1 j_3}, a_{i_2 j_3}, a_{i_3 j_1}, a_{i_3 j_2}, a_{i_3 j_3} \quad \text{и т.д.}$$

Можно было бы искать функции f со свойством $\frac{df_{\text{extr}}}{dv} \neq 0$, отыскивая экстремум этих f на физической области изменения импульсов

$$\sum_i p_i \vec{e}_i = P \quad (5)$$

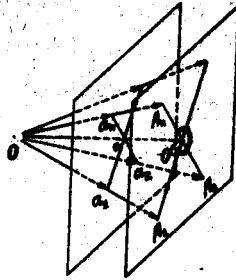
$$\sum_i \omega_i = E.$$

На этом пути могут быть доказаны интересные теоремы, например, что симметричной конфигурации импульсов (подобной изображенной на рис. 1), всегда соответствует условный экстремум f и, тем самым, на этих конфигурациях плотность распределения



$$P_x = 0$$

$$O'A_i = M/n$$



$$P_x \neq 0$$

$$OA_i = E/n$$

$$OO' = P/E$$

$$O'A_i = M/n$$

$$\vec{OA}_i = \vec{e}_i$$

$$OA_i = 1$$

$$OO' = P/E$$

$$OA_i = M/E$$

Р и с. 1.

по симметричным функциям $\frac{d\mathcal{L}}{df} = \infty$. Но абсолютный экстремум не обязательно достигается на таких конфигурациях (как мы увидим позже), а он-то и представляет практический интерес. Поэтому лучше иметь дело с функциями f , обладающими наглядным геометрическим смыслом. Конфигурации, осуществляющие экстремум f , можно тогда отыскать по простой кинематической интуиции.

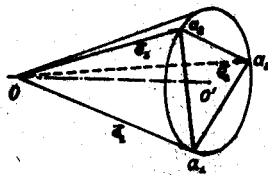
Для $n = 3$ мы рассмотрим четыре функции направлений^{х)}. Из $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ можно образовать

1. Модуль их суммы

$$f_1 = |\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3| = [3 + 2(\alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{31})]^{1/2} \quad (6)$$

2. Шестикратный объем тетраэдра с ребрами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ (рис. 2).

$$f_2 = |\vec{e}_1 \vec{e}_2 \vec{e}_3| = [1 + 2\alpha_{12}\alpha_{23}\alpha_{31} - \alpha_{12}^2\alpha_{23} - \alpha_{23}^2\alpha_{31} - \alpha_{31}^2\alpha_{12}]^{1/6} \quad (7)$$



Р и с. 2.

^{х)} При $n=2$ есть только одна симметричная функция направлений $f = \alpha_{12}$, использованная в работах [4, 5].

3. Удвоенную площадь основания того же тетраэдра

$$f_3 = |(\vec{e}_1 - \vec{e}_2) \times (\vec{e}_2 - \vec{e}_3)| = |\vec{e}_1 \times \vec{e}_2 + \vec{e}_2 \times \vec{e}_3 + \vec{e}_3 \times \vec{e}_1| =$$

$$= [3 - \alpha_{12}^2 - \alpha_{23}^2 - \alpha_{31}^2 - 2(\alpha_{12} + \alpha_{23} + \alpha_{31}) + 2(\alpha_{12} \alpha_{23} +$$

$$+ \alpha_{23} \alpha_{31} + \alpha_{31} \alpha_{12})]^{1/2}$$
(8)

4. Угол полураствора конуса, описанного вокруг тетраэдра

$$\cos \phi = 0 \quad 0' = f_2 / f_3$$
(9)

Это - величина, измеряющаяся в $^{\circ}$. Можно взять и другие геометрические величины - радиус круга, описанного вокруг основания тетраэдра, сумму площадей диагональных сечений параллелепипеда с ребрами $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ и т.д.

При $n = 4$ мы ограничимся двумя функциями

$$f_5 = |\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3 + \vec{e}_4|,$$
(10)

$$f_6 = \sum_{i=1}^4 \cos \phi_i$$
(11)

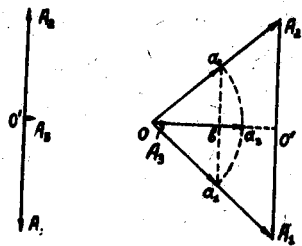
где ϕ_i - угол полураствора конуса с образующими \vec{e}_i ($i \neq 1$).

Доказательство зависимости (или независимости) пределов изменения величин f_i от v проще всего проделывать "не думая", методикой случайных звезд $^{17/}$. При этом разыгрывают n -частичные случайные звезды с импульсом \vec{P} , фиксированным по модулю, но случайно разбросанным по всем направлениям. Для этих звезд вычисляются f_i , отыскивается $f_{i \max}, f_{i \min}$ по большому (≈ 1000) числу звезд и строится распределение по f_i . В самых сложных случаях (см. ниже) мы так и поступали. В случае же распада на фотоны предельные конфигурации можно просто указать. Мы ограничимся только указанием, не приводя доказательств в виду их легкости.

1) f_1 . Минимум равен 0 и достигается на конфигурации с $\alpha_{ij} = \cos 120^\circ$, существующей при любом P . Максимум достигается на конфигурации рис. 3 и равен $1 + 2P/E$. Из других конфигураций отметим изображенную на рис. 1. Для нее при $n=3$ $f_{1 \max} = 3P/E$, т.е. при $P \gg M$ стремится к $1 + 2P/E$. Зависимость $f_{1 \max}$ от v показана на рис. 4.

2) Объем тетраэдра (f_2). Минимум равен 0 и достигается на плоской конфигурации. Что касается максимума, то при достаточно малых P он достигается на конфигурации рис. 1 (при $n=3$) и равен

$$f_{2 \max} = \frac{3}{2} \sqrt{3} \frac{P}{E} \left(\frac{M}{E} \right)^2$$
(12)



$$P=0$$

$$O'A_1=O'A_2=M/2$$

$$O'A_3=0$$

$$P \neq 0$$

$$OA_1=OA_2=E/2$$

$$OO'=P/2$$

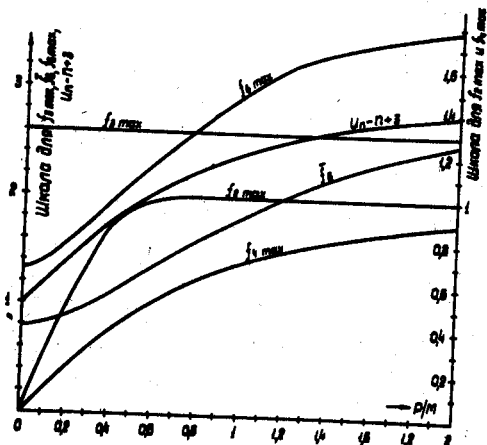
$$OA_3=0$$

$$Oa_1=1$$

$$Oa_2=P/E$$

$$|\sum Oa_i|=1+2P/E$$

Р и с. 3.



Р и с. 4.

Объем параллелепипеда с единичными ребрами не больше 1. Значение 1 достигается впервые при $P/M = 1/\sqrt{2}$, а при больших значениях всегда найдется ортогональная (не симметричная относительно оси \vec{P}) конфигурация, дающая $f_2 = 1$ ^х). Итак, в интервале $0 < v < 3^{-1/2}$ величиной f_2 можно пользоваться для определения v .

3) Площадь основания (f_3), $f_{3min} = 0$ достигается при коллинеарности импуль-

^х) В самом деле, система (5) при $a_{11} = 0$ имеет решение $p_1 = \vec{P} \cdot \vec{e}_1 = P \cos \alpha_1$, так что $\sum_1 \cos \alpha_1 = E/P$. При $P/M > 1/\sqrt{2}$ это уравнение всегда разрешимо в физической области.

сов. $f_{3\max} = \sqrt{27/4}$ на той же конфигурации, что и $f_{4\min}$. Поэтому пределы изменения f_3 не зависят от v .

4) Угол конуса со свойством $f_4 = \cos \phi$. Здесь, как известно $\tan \phi = M/P$ или $f_{4\max} = v$; это значение достигается на любых конфигурациях, при которых в системе покоя частицы X плоскость векторов $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ нормальна к импульсу \vec{P} (в частности, на симметричной конфигурации рис. 1 при $n=3$).

5) f_5 . Вообще, для n фотонов ($n \geq 3$) можно определить

$$u_n = \left| \sum_{i=1}^n \vec{e}_i \right|$$

со свойством $u_{n\max} = n - 2 + 2P/E$, причем максимум достигается на конфигурации рис. 3, где вектор OA_3 составлен из $n-2$ коллинеарных импульсов. Таким образом, пределы изменения u_n дают P/M для системы n фотонов.

Вышеприведенные рассуждения неполны - не доказано, что $u_{1\max}$ достаточно высоко вероятны для того, чтобы их можно было получать в опыте с нужной точностью. Их дополняет рис. 5, на котором для различных функций f_1 показан ожидаемый процент событий с f_1 в интервале $(0,8-1) \cdot (f_1 / f_{1\max})$, как функция P/M.

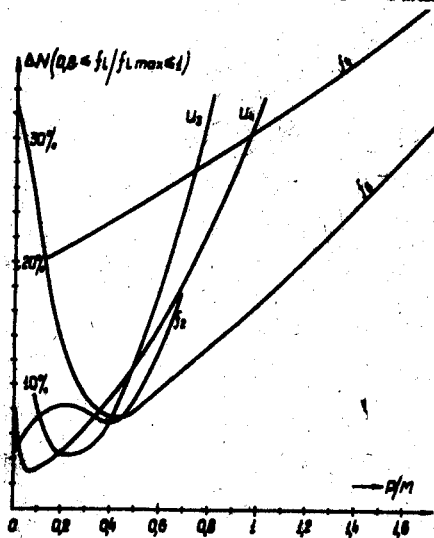
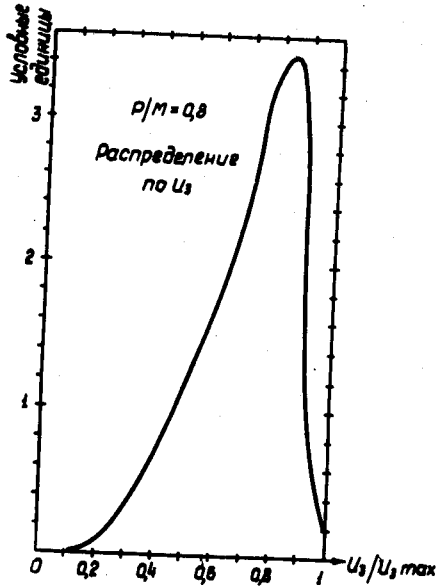


Рис. 5.

В качестве примера на рис. 6 изображено распределение по u_3 при $P/M=0,8$.

Подчеркнем, что определения P/M по f_1 и f_4 на одном и том же экспериментальном материале по существу не зависят друг от друга, так как $f_{1\max}$ и $f_{4\max}$ реализуются на различных конфигурациях.



Р и с. 6.

§ 2. Другие возможности

Когда идет реакция (3) и измерены распределения по f_1 , то не только $f_1 \max$ но и другие свойства распределений могут зависеть от скорости v частицы X .

а) Положение максимума распределения по f_1 зависит от v . Когда максимум находится не на краю распределения, а внутри интервала $(0, f_1 \max)$, то он приходится на симметричную конфигурацию (рис. 1), где

$$0 \cdot 0' = v, 0 \alpha_r = \sqrt{1 - v^2}, \quad \vec{0} \alpha_1 \cdot 0 \alpha_{i+1} = \cos \frac{2\pi}{n} \quad (13)$$

(в начале § 1 было отмечено, что при таких конфигурациях $\frac{d\eta}{df} = \infty$). Этот максимум объясняется чисто кинематическими причинами, поэтому на его положение не влияет вид амплитуды распада $X \rightarrow \gamma\gamma \dots$. Положение максимума легко получить, вычислив f_1 на конфигурации (13). Абсцисса максимума дается формулой (12) для f_2 при $v > 1/\sqrt{3}$, величиной nv для cn , величиной $\sqrt{(27/4)(1-v^2)}$ для f_3 .

б) Среднее значение \bar{f}_1 величины f_1 зависит от v , но, кроме этого, и от матричного элемента распада $X \rightarrow \gamma\gamma \dots$. В тех случаях, когда он известен, величина \bar{f}_1 может дать значение v с повышенной точностью, так как при определении \bar{f}_1

в отличие от $f_{i \max}$ используется вся статистика наблюдений распада, а не только симметричные конфигурации. Зависимость \bar{f}_i от v для любых f_i значительна. В качестве примера на рис. 4 показана эта зависимость для \bar{f}_6 .

в) Распределения в лабораторной системе отсчета. Если бы у них были похожие свойства, это позволило бы определять массу частицы X в реакциях типа (4), не измеря импульсов продуктов распада X. Теоретический поиск предельных конфигураций частиц с ненулевой массой в л.с. крайне сложен, поэтому пришлось ограничиться моделированием. Была промоделирована реакция (4) при $p_{\pi^-} = 1,25 \text{ GeV}/c$ с последующим распадом X на 3π и 4π . Считалось, что и рождение и распад X регулируются ковариантной моделью множественного рождения. Для нескольких значений M от 0,7 до 0,85 GeV/c^2 были построены распределения по f_i и получены значения $f_{i \max}$ в лабораторной системе отсчета. Некоторые результаты расчетов изображены на рис. 7-9. На рис. 7 показаны те \bar{f}_i и $f_{i \max}$, у которых зависимость от M

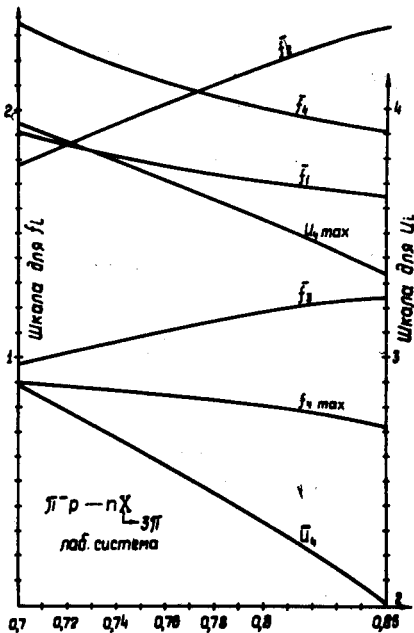
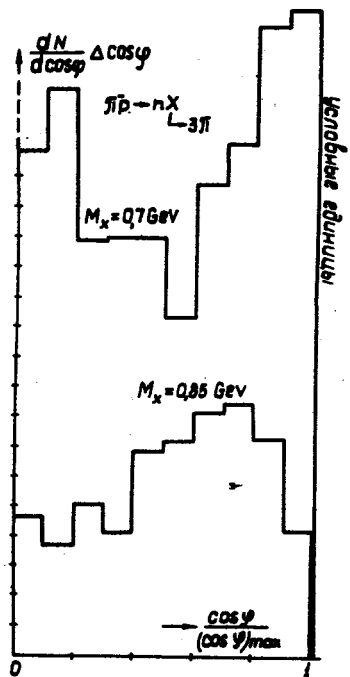
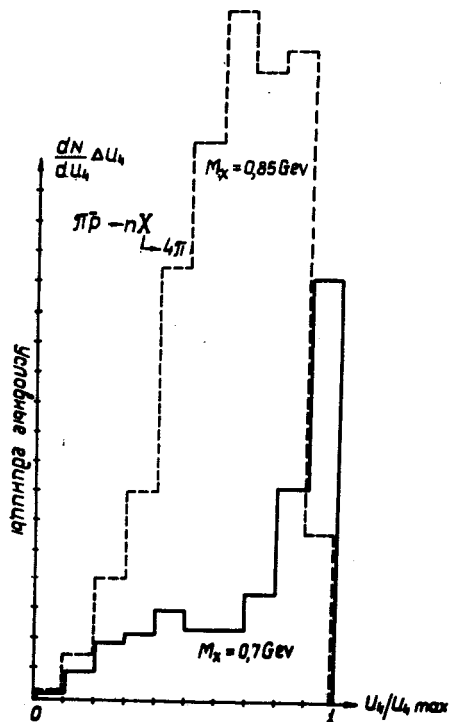


Рис. 7.

существует. Из рис.8 следует, что и в л.с. распределение по $\cos \phi$ резко обрывается на $(\cos \phi)_{\max}$, давая возможность по $(\cos \phi)_{\max}$ определить M. Из рис. 9 следуют те же выводы для распада $X \rightarrow 4\pi$ с использованием функции u_4 .



Р и с. 8.



Р и с. 9.

С удалением от порога реакции $\pi^- p \rightarrow N X$ возможности измерения M только по угловым характеристикам продуктов распада ухудшаются (см. рис. 8 и 9).

Сходным способом можно было бы изучить распределения по f_1 в распадах на нетождественные частицы (нуклоны и пионы, каоны и пионы и т.д.); для них тоже должны существовать функции направлений с пределами, зависящими от v .

§ 3. Заключение

Проведенный анализ не претендует на то, чтобы давать экспериментаторам рекомендации по наблюдению распадов резонансов. Слишком многие трудности, связанные с идентификацией реакций (3), (4), учетом фона, влияния промежуточных каскадов распада и т.д. остались не рассмотренными. Однако нам казалось полезным обратить внимание экспериментатора на то, что возможности наблюдения резонансов без измерения импульсов продуктов распада шире, чем предполагалось до сих пор. В частности, возможности наблюдать многочастичные распады (типа $f^0 \rightarrow 2\pi^0 \rightarrow 4\gamma$, K^0 или $\eta^0 \rightarrow 3\pi^0 \rightarrow 6\gamma$) и работать в лабораторной системе отсчета кажутся наиболее достойными дальнейшей разработки.

Я благодарен Л.Б.Окуню, обратившему мое внимание на этот метод, В.Е.Комоловой за проведение численных расчетов, Е.Богдановичу, И.М.Граменицкому, Б.Ничипоруку, М.И.Подгорецкому за важные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Г.И.Копылов. ЖЭТФ, 46, 42, 1964. Препринт ОИЯИ Р-1368, Дубна (1963).
2. В.А.Безяков, В.И.Векслер, Н.М.Вирясов, Е.Н.Кладницкая, Г.И.Копылов, А.Михул, В.Н.Пенев, Е.С.Соколова, М.И.Соловьев. ЖЭТФ, 46, 6, 1964. Препринт ОИЯИ, Р-1506 (1964).
3. Ван Юн-чан, Ким Хи Ин, Е.Н.Кладницкая и др. Препринт ОИЯИ Р- 1368 (1964).
4. M.Chretien et al. Physical Review Letters, 9, 127 (1962)
Г.А.Лексин. Вопросы физики элементарных частиц. Лекции 2-й Нор-Амбердской школы, Изд. АН Арм.ССР, Ереван, 1962, стр. 41.
5. В.В.Бармин, А.Г.Долголенко, Ю.С.Крестников, А.Г.Мешковский, Ю.П.Никитин, В.А.Шебанов. ЖЭТФ, 45, 1879 (1964).
6. Г.И.Копылов. ЖЭТФ, 35, 426 (1958); 39, 1091 (1960).