ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

С.Н. Соколов

Р - 1639

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ И ВОЗМОЖНОЕ НАРУШЕНИЕ БОЗЕ И ФЕРМИ СТАТИСТИК

Дубна 1964

С.Н. Соколов

Р - 1639

НЕЛОКАЛЬНЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ И ВОЗМОЖНОЕ НАРУШЕНИЕ БОЗЕ И ФЕРМИ СТАТИСТИК

Дубна 1964

Как известно из ядерной физики [1] и из квазипотенциального подхода в квантовой теории поля [2], учёт внутренней структуры частицы приводит к уравнению Шредингера с нелокальным потенциалом

$$-\nabla^2\psi(r) + \int V(r,r')\psi(r')dr' = E\psi(r). \tag{1}$$

Обычно обращается мало внимания на новые физические эффекты, связанные с нелокальностью $V(r,r')$. Однако решения уравнения (1) могут качественно отличаться от решений обычного уравнения Шредингера с любым локальным потенциалом $V(r)$.

Возьмем для простоты одномерный случай. Рассмотрим сначала некоторую локальную потенциальную яму, в которой имеется несколько связанных состояний:

$$-\tilde{\psi}''_n(x) + \tilde{V}(x)\tilde{\psi}_n(x) = \tilde{E}_n\tilde{\psi}_n(x). \tag{2}$$

Как легко доказать, при любом конечном $\tilde{V}(x)$ функция основного состояния $\tilde{\psi}_0(x)$ отлична от нуля всюду, функция $\tilde{\psi}_1(x)$ имеет один нуль и так далее: чем больше нулей имеет волновая функция $\tilde{\psi}_n(x)$, тем выше энергия $\tilde{E}_n$. В нелокальном случае это правило нарушается. Чтобы это увидеть, возьмем потенциал

$$V(x,x') = \tilde{V}(x)\delta(x-x') + \sum_n c_n\tilde{\psi}_n(x)\tilde{\psi}_n(x'), \tag{3}$$

где $\tilde{\psi}_n(x)$ удовлетворяют уравнению (2), а c_n – произвольные (вещественные) константы. Тогда собственные функции $\psi_n(x)$, удовлетворяющие нелокальному уравнению

$$-\psi''_n(x) + \int V(x,x')\psi_n(x')dx' = E_n\psi_n(x), \tag{4}$$

совпадают с $\tilde{\psi}_n(x)$, причём уровни энергии E_n, очевидно, равны

$$E_n = \tilde{E}_n + c_n. \tag{5}$$

Выбирая подходящим образом константы c_n, мы можем расположить состояния $\psi_n(x)$ в любой энергетической последовательности, например, превратить в основное состояние волновую функцию с n нулями или поднять некоторое связанное состояние выше уровня непрерывного спектра.

В рамках уравнения (1) нет глубокой разницы между различными и тождественными частицами. Последние являются не более чем предельным случаем почти неразличимых частиц. Чтобы это увидеть, достаточно рассмотреть билокальный потенциал

$$V(r,r') = b(|r|)[\delta(r-r') + \delta(r+r')] + f(|r|)[\delta(r-r') - \delta(r+r')], \tag{6}$$

где $r = r_1 - r_2$ – вектор относительного положения частиц 1,2, а функция $\delta(r)$, как обычно, равна $\delta(x)\delta(y)\delta(z)$. Уравнение (4) с потенциалом (6) эквивалентно системе двух уравнений (2): одно уравнение только для четных состояний и с потенциалом $V(r) = 2b(|r|)$, другое – только для нечётных состояний и с потенциалом $V(r) = 2f(|r|)$. Если $f(|r|)$ положителен и очень велик, то частицы 1,2 ведут себя, за исключением очень высоких энергий, как тождественные Бозе-частицы с симметричными волновыми функциями и взаимодействующие при помощи локального потенциала $2b(|r|)$. Если же большим и положительным является потенциал $b(|r|)$, то частицы 1,2 ведут себя подобно фермионам. Для полной аналогии в потенциал нетрудно ввести спиновую переменную $s = s_1 - s_2$:

$$V(r, s, r', s') = b(|r|, |s|)[\delta(r-r')\delta_{s,s'} + \delta(r+r')\delta_{s,-s'}] + \tag{7}$$

$$+ f(|r|, |s|)[\delta(r-r')\delta_{s,s'} - \delta(r+r')\delta_{s,-s'}].$$

С экспериментальной точки зрения вопрос о том, являются ли известные элементарные частицы тождественными принципиально или при достаточно высоких энергиях симметрии волновых функций, связанные с Бозе и Ферми статистиками, нарушаются, является открытым. Если нелокальность – эффект внутренней структуры частиц или не открытых еще свойств пространства-времени, то нарушения свойств тождественности едва ли можно ожидать при энергиях ниже собственной массы взаимодействующих частиц. Что касается более высоких энергий, то экспериментальная информация относительно свойств тождественности бедна и никогда серьезно не анализировалась.

Автор благодарен М.И. Подгорецкому за обсуждения.

Литература

1. H.Feshbach. Ann. of Phys., 5, 357 (1958).
2. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze. Nuovo Cim., 29, 380 (1963).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 апреля 1964 г.