ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Э. Капусцик, Э. Обрык

Р-1616

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВАХ БАРИОНОВ В МОДЕЛИ УНИТАРНОЙ СИММЕТРИИ

Дубна 1964

Капусцик Э., Обрык Э. Р-1616

Об электромагнитных свойствах барионов в модели унитарной симметрии

В работе рассматривается возможность существования соотношений между однобарионными матричными элементами оператора электромагнитного тока на основе модели унитарной симметрии; обсуждается физический смысл соотношений, ранее установленных в рамках специальных предположений.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна. 1964.

Kapuscik E., Obryk E. P-1616

On Electromagnetic Properties of Baryons in the Unitary Symmetry Model

According to the unitary symmetry model a possibility is considered of an existence of relations between one-baryon matrix elements of the electromagnetic current operator; the physical meaning of the relations earlier established under special assumptions is discussed.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna. 1964.

P-1616

Э. Капусцик[x)] Э. Обрык[x)]

ОБ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ СВОЙСТВАХ БАРИОНОВ В МОДЕЛИ УНИТАРНОЙ СИММЕТРИИ

Направлено в *Acta Physica Polonica*

x) Постоянный адрес: Институт ядерной физики в Кракове, Польша, Краков 23.

Вопрос существования высших симметрий в теории элементарных частиц является одним из наиболее интересных и обещающих и требует дальнейшего исследования и разъяснения. Среди многочисленных попыток конструирования последовательных моделей наиболее естественной и успешной является октетная модель унитарной симметрии, впервые предложенная Гелл-Манном (*Gell-Mann* , 1961 г.) и Нюманом (*Ne'eman* 1961 г.). Как известно, в этой модели предполагается, что кроме сильных взаимодействий, инвариантных относительно группы унитарных унимодулярных преобразований $SU(3)$ в пространстве обобщенного изотопического спина очень важную роль играют взаимодействия, нарушающие эту инвариантность. К таким взаимодействиям прежде всего надо отнести часть сильных взаимодействий, ответственных за расщепление масс между различными изотопическими мультиплетами, а также электромагнитные взаимодействия. Особенно важным является учет этих нарушающих взаимодействий при выводе из теории определенных следствий для проверки на опыте. Поэтому очень важно, исходя из общих предположений данной модели и не принимая по пути никаких добавочных упрощающих приемов, получить общие соотношения между экспериментальными величинами, в случае невыполнения которых можно будет точно определить причину этого явления. Итак, многими авторами (*Coleman, Glashow* 1961 г., *Okubo* 1963 г; *Oakes* , 1963 г.), рассматривающими электромагнитные свойства барионов на основе модели унитарной симметрии, был получен ряд соотношений между матричными элементами оператора электромагнитного тока. Но до сих пор не выясненным остается вопрос о том, в какой степени эти соотношения являются следствиями модели унитарной симметрии, а в какой они связаны с предположением определенного вида оператора электромагнитного тока. В настоящей работе мы исследовали этот вопрос, предполагая наиболее общий вид оператора электромагнитного тока, допустимой моделью октетной унитарной симметрии. Оказалось, что в этом случае никаких общих соотношений между матричными элементами оператора электромагнитного тока получить нельзя, однако, при нашем подходе можно указать некоторые физически ясные аргументы, позволяющие сделать этот или другой вид упрощающих предположений.

Каждой физической величине, обладающей определенными свойствами преобразования относительно группы $SU(3)$, можно сопоставить некий неприводимый тензорный оператор, который обозначим через $T^{\{\mu\}}_{I, I_z, Y}$, где $\{\mu\}$ означает неприводимое представление, по кторому преобразуется этот оператор (нижние индексы нумеруют его компоненты). Как обычно, I обозначает квантовое число изотопического спина, I_z – квантовое число третьей его компоненты, а Y – квантовое число гиперзаряда. Величину, трансформационные свойства которой заранее не определены, всегда можем представить в виде линейной комбинации компонент некоторого числа неприводимых тензорных операторов:

$$T = \sum_{\substack{\{\mu\} \\ I, I_z, Y}} a(\{\mu\}; I, I_z, Y)\; T^{\{\mu\}}_{I, I_z, Y} . \tag{1}$$

Поскольку в электромагнитных взаимодействиях сохраняются квантовые числа третьей компоненты изотопического спина и гиперзаряда, в выражении для оператора электромагнитного тока могут участвовать только те компоненты неприводимых тензорных операторов, для которых $I_z = Y = 0$. Отсюда наиболее общее выражение для оператора электромагнитного тока запишем в виде:

$$J = \sum_{\{\mu\}, I} f(\{\mu\}; I)\; T^{\{\mu\}}_{I,0,0} . \tag{2}$$

Пользуясь этим общим выражением оператора электромагнитного тока, можем вычислить его матричные элементы между разными состояниями. При помощи теоремы Вигнера-Эккарта в случае барионов получаем следующее выражение:

$$\langle p|J|p\rangle = j_1 - \frac{\sqrt{5}}{10} j_2 + \tfrac{1}{2} j_3 + \frac{\sqrt{15}}{90}(9j_4 + 4j_9) + \frac{\sqrt{3}}{6} j_5 - \frac{\sqrt{15}}{15}(j_6 + j_7) + \frac{\sqrt{5}}{15} j_8 ,$$

$$\langle n|J|n\rangle = j_1 - \frac{\sqrt{5}}{10} j_2 + \tfrac{1}{2} j_3 - \frac{\sqrt{15}}{90}(9j_4 + 4j_9) - \frac{\sqrt{3}}{6} j_5 + \frac{\sqrt{15}}{15}(j_6 + j_7) + \frac{\sqrt{5}}{15} j_8 ,$$

$$\langle \Xi^\circ|J|\Xi^\circ\rangle = j_1 - \frac{\sqrt{5}}{10} j_2 - \tfrac{1}{2} j_3 - \frac{\sqrt{15}}{90}(9j_4 + 4j_9) + \frac{\sqrt{3}}{6} j_5 - \frac{\sqrt{15}}{15}(j_6 + j_7) + \frac{\sqrt{5}}{15} j_8 ,$$

$$\langle \Xi^-|J|\Xi^-\rangle = j_1 - \frac{\sqrt{5}}{10} j_2 - \tfrac{1}{2} j_3 + \frac{\sqrt{15}}{90}(9j_4 + 4j_9) - \frac{\sqrt{3}}{6} j_5 + \frac{\sqrt{15}}{15}(j_6 + j_7) + \frac{\sqrt{5}}{15} j_8 ,$$

$$\langle \Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle = j_1 + \frac{\sqrt{5}}{5} j_2 + \frac{\sqrt{3}}{3} j_5 + \frac{\sqrt{15}}{15}(j_6 + j_7) - \frac{\sqrt{5}}{45} j_8 + \frac{2}{9} j_{10} ,$$

$$\langle \Sigma^\circ|J|\Sigma^\circ\rangle = j_1 + \frac{\sqrt{5}}{5} j_2 - \frac{\sqrt{5}}{45} j_8 - \frac{4}{9} j_{10} ,$$

$$\langle \Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle = j_1 + \frac{\sqrt{5}}{5} j_2 - \frac{\sqrt{3}}{3} j_5 - \frac{\sqrt{15}}{15}(j_6 + j_7) - \frac{\sqrt{5}}{45} j_8 + \frac{2}{9} j_{10} ,$$

$$\langle \Lambda|J|\Lambda\rangle = j_1 - \frac{\sqrt{5}}{5} j_2 - \frac{\sqrt{5}}{5} j_8 .$$

Кроме того получаем два отличных от нуля недиагональных элемента:

$$< \Sigma^\circ | J | \Lambda > = \frac{\sqrt{5}}{5} j_4 - \frac{\sqrt{5}}{5} (j_6 - j_7) - \frac{2\sqrt{5}}{15} j_9 ,$$
$$< \Lambda | J | \Sigma^\circ > = \frac{\sqrt{5}}{5} j_4 + \frac{\sqrt{5}}{5} (j_6 - j_7) - \frac{2\sqrt{5}}{15} j_9 . \qquad (4)$$

В формулах (3) и (4) в целях экономии места мы ввели следующие обозначения для приведенных матричных элементов

$$\begin{aligned}
j_1 &= f(\{1\};0)(8 \| T^{\{1\}} \| 8),\\
j_2 &= f(\{8_1\};0)(8 \| T^{\{8_1\}} \| 8),\\
j_3 &= f(\{8_2\};0)(8 \| T^{\{8_2\}} \| 8),\\
j_4 &= f(\{8_1\};1)(8 \| T^{\{8_1\}} \| 8),\\
j_5 &= f(\{8_2\};1)(8 \| T^{\{8_2\}} \| 8),\\
j_6 &= f(\{10\};1)(8 \| T^{\{10\}} \| 8),\\
j_7 &= f(\{10^*\};1)(8 \| T^{\{10^*\}} \| 8),\\
j_8 &= f(\{27\};0)(8 \| T^{\{27\}} \| 8),\\
j_9 &= f(\{27\};1)(8 \| T^{\{27\}} \| 8),\\
j_{10} &= f(\{27\};2)(8 \| T^{\{27\}} \| 8).
\end{aligned} \qquad (5)$$

Очевидно, что токи j_i обладают следующей пространственно-временной структурой

$$j_i = F_1^i (q^2) \gamma_\mu + F_2^i (q^2) \sigma_{\mu\nu} q_\nu , \qquad (i = 1, \dots, 10),$$

где q равно разности импульсов конечного и начального состояний.

Несмотря на то, что в формуле (3) участвуют десять независимых токов j_i, $(i=1,\dots,10)$, мы по существу имеем здесь только восемь неизвестных величин, так как j_4 и j_9, а также j_6 и j_7 везде входят в комбинациях $(9j_4+4j_9)$ и (j_6+j_7). С другой стороны, мы имеем также восемь независимых матричных элементов $\langle B|J|B\rangle$. Отсюда ясно, что в наиболее общем случае не существует никаких соотношений между барионными матричными элементами оператора электромагнитного тока. Однако считая j_1 аддитивной константой, можно из (3) получить одно соотношение для разности $\langle B|\tilde{J}|B\rangle=\langle B|J|B\rangle-j_1$:

$$\sum_{i=1}^{8}\langle B_i|\tilde{J}|B_i\rangle=0, \tag{6}$$

где $B_i=p, n, \Xi^0, \Xi^-, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Lambda$.

Из формулы (4) видно, что

$$\langle\Sigma^0|J|\Lambda\rangle\neq\langle\Lambda|J|\Sigma^0\rangle . \tag{7}$$

Предполагая инвариантность теории относительно обращения времени, сводящуюся в нашем случае к требованию, чтобы

$$\langle\Sigma^0|J|\Lambda\rangle=\langle\Lambda|J|\Sigma^0\rangle ,$$

получаем

$$j_6=j_7. \tag{8}$$

Однако это условие не приводит к добавочным соотношениям для матричных элементов в (3), так как эти токи всегда входят в виде суммы. Одновременно заметим, что поскольку токи j_4 и j_9 в формуле (4) входят в другой комбинации, чем в (3), в общем случае нет соотношения между $\langle\Lambda|J|\Sigma^0\rangle$ и другими матричными элементами.

Может оказаться, что из экспериментальных данных или из каких-нибудь теоретических соображений следует, что некоторые из токов j_i дают значительно меньшие вклады по сравнению с другими (или вообще равные нулю). Тогда с точностью, определенной относительными величинами этих "малых" токов, можно будет установить некоторые приближенные соотношения между матричными элементами $\langle B|J|B\rangle$. Такие соотношения были получены в предыдущих, менее общих рассмотрениях оператора электромагнитного тока в модели унитарной симметрии, когда авторы предполагали специальную форму тока, имеющую трансформационные свойства электрического заряда в 8-мерном представлении. Эти соотношения имеют следующий вид (*Coleman, Glashow*, 1961 и *Oakes*, 1963 г.):

$$\langle p|J|p\rangle+\langle\Xi^-|J|\Xi^-\rangle=\langle\Sigma^+|J|\Sigma^+\rangle+\langle\Sigma^-|J|\Sigma^-\rangle=$$

$$= 2 \langle \Sigma^0 | J | \Sigma^0 \rangle = -2 \langle \Lambda | J | \Lambda \rangle = - \langle n | J | n \rangle = - \langle \Xi^0 | J | \Xi^0 \rangle =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{3}} \langle \Lambda | J | \Sigma^0 \rangle ,$$

и

$$\langle p | J | p \rangle + \langle \Sigma^- | J | \Sigma^- \rangle = \langle \Sigma^+ | J | \Sigma^+ \rangle + \langle \Xi^- | J | \Xi^- \rangle . \qquad (9)$$

Подставляя сюда выражения для матричных элементов из (3), легко проверить, что в этом случае

$$j_1 = j_6 = j_7 = j_8 = j_9 = j_{10} = 0 \qquad (10a)$$

$$j_2 = \frac{\sqrt{3}}{3} j_4 , \qquad j_3 = \frac{\sqrt{3}}{3} j_5 . \qquad (10б)$$

В работе Окубо (*Okubo* , 1963 г.) были получены менее жесткие соотношения, чем (9), связанные с выбором другого вида взаимодействия:

$$\langle \Sigma^0 | J | \Sigma^0 \rangle = ½ \left[\langle \Sigma^+ | J | \Sigma^+ \rangle + \langle \Sigma^- | J | \Sigma^- \rangle \right] \qquad (11a)$$

$$\langle \Lambda | J | \Sigma^0 \rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[\langle \Sigma^0 | J | \Sigma^0 \rangle + 3 \langle \Lambda | J | \Lambda \rangle - 2 \langle \Xi^0 | J | \Xi^0 \rangle - 2 \langle n | J | n \rangle \right] , \qquad (11б)$$

что соответствует в нашем случае

$$j_8 = j_9 = j_{10} = 0 . \qquad (12)$$

Из (3) легко вычислить, что при этом существует еще третье соотношенне вида:

$$\langle \Lambda | J | \Lambda \rangle = 1/3 \left[\langle p | J | p \rangle + \langle n | J | n \rangle + \langle \Xi^0 | J | \Xi^0 \rangle + \langle \Xi^- | J | \Xi^- \rangle - \langle \Sigma^0 | J | \Sigma^0 \rangle \right] . \qquad (13)$$

Интересно заметить, что соотношение (11а) впервые было получено Маршаком и др. на основании изотопической инвариантности теории (*Marshak* , *Okubo*, *Sudarshan* 1957 г.) и является гораздо более общим, так как для его получения достаточно положить только $j_{10} = 0$. Поэтому экспериментальная проверка этого соотношения непосредственно даст сведения только о величине такого тока.

Принимая $j_9 = 0$, получим вместо (11б):

$$\langle \Lambda | J | \Sigma^0 \rangle = \frac{1}{2\sqrt{3}} \left[\langle p | J | p \rangle - \langle n | J | n \rangle - \langle \Xi^0 | J | \Xi^0 \rangle + \langle \Xi^- | J | \Xi^- \rangle \right] . \qquad (14)$$

Отсюда видно, что степень выполнения соотношений (11б) и (14) даст сведения о величине токов j_8 и j_9 .

Наконец остается вопрос видоизменения соотношений (9) в случае, когда выполняются только условия (10а). В этом случае, кроме (11а), (11б) и (13) получим еще соотношения:

$$<\Sigma^{+}|J|\Sigma^{+}> - <\Sigma^{-}|J|\Sigma^{-}> =$$

$$= <p|J|p> - <n|J|n> + <\Xi^{0}|J|\Xi^{0}> - <\Xi^{-}|J|\Xi^{-}> , \tag{15}$$

$$<\Lambda|J|\Lambda> = - <\Sigma^{0}|J|\Sigma^{0}>$$

Сравнивая полученные результаты с результатами вышеупомянутых работ, видим, что нарушение отношения (9) наступает не только при учете некоторых сильных взаимодействий, нарушающих инвариантность относительно группы $SU(3)$, как это следует из работы Окубо, но в равной степени зависит и от выбора конкретного вида оператора электромагнитного тока.

Литература

1. M.Gell-Mann. California Institute of Technology, Report C.T.S.L. - 20, 1961, Phys. Rev., 125, 1067 (1962).
2. Y.Ne'eman. Nucl. Phys., 26, 222 (1961).
3. S.Coleman, S.L.Glashow. Phys. Rev. Lett., 6, 423 (1961).
4. S.Okubo. Phys. Lett., 4, 14 (1963).
5. R.I.Oakes. Phys. Rev., 132 ,2349 (1963).
6. R.Marshak, S.Okubo, G.Sudarshan. Phys. Rev., 106, 599 (1957).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 марта 1964 г.