ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
Лаборатория теоретической физики

Р-161

А.А.Логунов
Объединенный институт ядерных исследований
Л.Д.Соловьев, В.Кукин, А.Р.Френкин
Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова

ДИСПЕРСИОННЫЕ СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ВИРТУАЛЬНОГО ФОТОРОЖДЕНИЯ

Научные доклады высшей школы. Физ.-мат.-науки, 1958, № 4, с 217-225

1958 г.

§ I. Введение

Одним из методов, с помощью которых в настоящее время можно получить количественные сведения о сильных взаимодействиях, является метод дисперсионных соотношений(I). Рядом авторов были рассмотрены дисперсионные соотношения для рассеяния мезонов на нуклонах(2,3,8) и фоторождения мезонов (4-7). Этот же метод может быть применим и при изучении более сложных процессов(9), где наряду с нуклонами и мезонами участвуют другие частицы (электроны), взаимодействие с которыми можно учесть по теории возмущений. Диаграмма Фейнмана подобного процесса содержит часть , соответствующую взаимодействию нуклона с виртуальными частицами (фотонами). Рассмотрение таких частей представляет также и самостоятельный интерес, поскольку оно может дать сведения о структуре нуклона.

В данной работе рассматривается рассеяние электрона на нуклоне с рождением π-мезона ($p+e \longrightarrow p+e+\pi$). В низшем по e приближении этот процесс сводится к испусканию электроном виртуального фотона, взаимодействие которого с нуклоном приводит к рождению мезона.

Такой процесс взаимодействия виртуального фотона с нуклоном мы будем называть виртуальным фоторождением. Цель данной работы в написании дисперсионных соотношений для амплитуды этого процесса.

В § 2 и 3 устанавливается связь матричного элемента реакции $p+e \longrightarrow p+e+\pi$ с амплитудой виртуального фоторождения и рассматриваются свойства этой амплитуды в системе координат, где $\vec{p}+\vec{p}\,'=0$.

В § 4 и 5 методом Н.Н.Боголюбова[I] для нее получены дисперсионные соотношения в предположении, что амплитуда не возрастет при больших энергиях. При этом существенно используется условие градиентной инвариантности, что позволяет определить константы вычитания. Неоднородный член вычислен для

$$m_\gamma^2 < \vec{p}^{\,2} + \mu^2$$

В § 6 рассматривается непосредственный переход в дисперсионных соотношениях от системы координат, где $\vec{p} + \vec{p}\,' = 0$, к системе центра масс в приближении $m \to \infty$.

Чтобы перейти к ситтеме центра масс в общем случае, целесообразно записать дисперсионные соотношения в лоренц-инвариантной форме. Это сделано в § 7, причем релятивистские структуры для амплитуды выбраны таким образом, что дисперсионные соотношения не содержат констант вычитания (явным образом). В § 8 получены точные дисперсионные соотношения в системе центра масс, которые весьма громоздки. Для приближенного продолжения в ненаблюдаемую область в § 9 рассмотрена угловая зависимость амплитуды. В § I0 в приближении $M \to \infty$ получены дисперсионные соотношения для S- и P- волн.

Наконец, в дополнении рассмотрена связь амплитуды с фазами мезон-нуклонного рассеяния (§ II) и проведено доказательство дисперсионных соотношений в случае отсутствия ненаблюдаемой области энергии.

§ 2. Матричный элемент рассеяния электрона на нуклоне с рождением π-мезона

Этому процессу соответствует элемент S-матрицы

$$\langle f|S|i\rangle = \langle p's', q\rho, p_e'\tau'|S|ps, p_e\tau\rangle =$$

$$= (2\pi)^{9/2}\langle p's'|b^{(-)}_{\tau'}(\vec{p}_e{}')\, a^{(-)}_{\rho}(\vec{q})\, S\, \overset{*}{b}{}^{(+)}_{\tau}(\vec{p}_e)|ps\rangle; \tag{2.1}$$

где $p, s\ (p', s')$ – импульс и спин начального (конечного) нуклона; $p_e, \tau\ (p_e', \tau')$ – импульс и спин начального (конечного) электрона; q, ρ – импульс и сорт рожденного мезона; $b^{(-)}(\overset{*}{b}{}^{(+)})$ и $a^{(-)}$ – операторы уничтожения (рождения) электрона и мезона соответственно; $|ps\rangle = (2\pi)^{3/2}\overset{*}{C}{}^{(+)}_{s}(\vec{p})\Phi_0$ – амплитуда состояния нуклона. Перенося оператор $b^{(-)}$ направо, а $\overset{*}{b}{}^{(+)}$ налево, получаем

$$\langle f|S|i\rangle =$$

$$= \frac{m_e}{\sqrt{p_e^0 p_e'^0}}\bar{u}^{\tau'}(\vec{p}_e{}')\int e^{ip_e'x - ip_e y}\langle p's'|a_\rho^{(-)}\frac{\delta^2 S}{\delta\bar{\psi}_e(x)\delta\psi_e(y)}|ps\rangle(2\pi)^{3/2}dx\,dy\, u^{\tau}(\vec{p}_e); \tag{2.2}$$

Спиноры нормированы так, что $\bar{u}u = 1$. В низшем по e приближении

$$\langle\frac{\delta^2 S}{\delta\bar{\psi}_e(x)\delta\psi_e(y)}\rangle_0 = -e\delta(x-y)g^{mn}\gamma^m\int D^c(x-z)\langle\frac{\delta S}{\delta A_n(z)}\rangle_0 dz; \tag{2.3}$$

где $\langle\ \ \rangle_0$ означает усреднение по фотонному вакууму, а причинная функция Грина. Поэтому вместо (2) можно написать

$$\langle f|S|i\rangle =$$

$$= \frac{e m_e}{\sqrt{p_e^0 p_e^{\prime 0}}} \cdot \frac{g^{mn}}{k^2} \bar{u}^{\tau'} \gamma^m \int e^{-iky} (2\pi)^{3/2} \langle p's' | a_p^{(-)}(\vec{q}) \frac{\delta S}{\delta A_n(y)} | ps \rangle dy \, u^{\tau} ; \tag{2.4}$$

где $-k = p_e' - p_e$ - импульс виртуального фотона. Благодаря устойчивости однонуклонного состояния

$$\langle p's' | a_p^{(-)} \frac{\delta S}{\delta A_n(y)} | ps \rangle = -i \langle p's' | a_p^{(-)} i^n(y) | ps \rangle ; \tag{2.5}$$

где

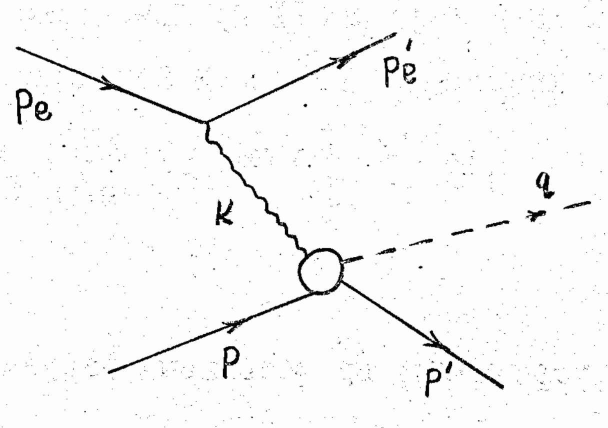
$$i^n(y) = i \frac{\delta S}{\delta A_n(y)} S^+ ; \tag{2.6}$$

оператор электромагнитного тока. Перенося теперь оператор $a^{(-)}$ направо, для матричного элемента рассматриваемого процесса окончательно получаем выражение

$$\langle f|S|i\rangle =$$

$$= \frac{e m_e}{\sqrt{2 q^0 p_e^0 p_e^{\prime 0}}} \cdot \frac{g^{mn}}{ik^2} \bar{u}^{\tau'} \gamma^m u^{\tau} \int e^{iqx - iky} \langle p's' | \frac{\delta i^n(y)}{\delta \varphi_p(x)} | ps \rangle dx\, dy , \tag{2.7}$$

Ему соответствует диаграмма Фейнмана



§ 3. Амплитуда виртуального фоторождения

Стоящий в (2.7) интеграл отличается от аналогичного интеграла, входящего в матричный элемент фоторождения мезона (4,6) лишь тем, что здесь

$$k^2 = -m_\gamma^2 \neq 0,$$

(3.I)

Из требования трансляционной инвариантности этот интеграл должен содержать $\delta(p+k-p'-q)$. Поэтому мы будем рассматривать псевдовектор T, компоненты которого $T^n(T^0, \vec{T})$ определяются соотношением

$$(2\pi)^4 \delta(p+k-p'-q) T^n = \sqrt{\frac{p^0 p'^0}{m^2}} \int e^{iqx - iky} \langle p's' | \frac{\delta i^n(y)}{\delta \varphi_\rho(x)} | ps \rangle dx dy .$$

(3.2)

Вектор

$$e^m = \bar{u}^{\tau'}(\vec{p}_e') \gamma^m u^\tau(\vec{p}_e);$$

(3.3)

можно назвать поляризацией виртуального фотона. Наконец, величину

$$\mathfrak{F} = T \cdot e = T^0 e^0 - (\vec{T}\vec{e}),$$

(3.4)

мы будем называть амплитудой виртуального фоторождения. При этом рассмотренный выше матричный элемент равен:

$$\langle f|S|i \rangle = \frac{e m_e m (2\pi)^4}{i\sqrt{2q^0 p_e^0 p_e'^0 p^0 p'^0}} \cdot \frac{1}{k^2} \delta(p+k-p'-q) \cdot \mathfrak{F},$$

(3.5)

Заметим, что T и e удовлетворяют требованию градиентной инвариантности

$$T \cdot k = e k = 0, \tag{3.6}$$

так что

$$T^o = (\vec{T}\vec{k})/k_0; \quad e^o = (\vec{e}\vec{k})/k_o$$

Каждая из трех независимых компонент T соответствует двум возможным ориентациям пространственного спина нуклона S' относительно S. Поэтому T можно выразить через 6 независимых скалярных (в обычном пространстве) функций.

В системе координат, где $\vec{p} + \vec{p}' = 0$ (величины в этой системе отличаются индексом p)

$$k_p^o = q_p^o = E$$

$$\vec{k}_p = \vec{\lambda} - (1+\varepsilon)\vec{p}$$

$$\vec{q}_p = \vec{\lambda} + (1-\varepsilon)\vec{p}, \tag{3.7}$$

где

$$\varepsilon = (\mu^2 + m_\gamma^2)/4\vec{p}^{\,2}, \tag{3.8}$$

а $\vec{\lambda}$ - вектор, ортогональный $\vec{p}$, длина которого

$$\lambda = \sqrt{\vec{k}_p^2 - (1+\varepsilon)^2 \vec{p}^{\,2}} \tag{3.9}$$

В этой системе координат мы имеем, следовательно, два независимых вектора $\vec{p}$ и $\vec{\lambda}$ и спиновой псевдовектор $\vec{\sigma}$, из которых можно составить 6 (и только 6) независимых псевдовекторов:

$\vec{\sigma}$, $(\vec{\sigma}\vec{p})\vec{p}$, $(\vec{\sigma}\vec{\lambda})\vec{p}$, $[\vec{p}\vec{\lambda}]$; $(\vec{\sigma}\vec{\lambda})\vec{\lambda}$; $(\vec{\sigma}\vec{p})\vec{\lambda}$;

Поэтому в рассматриваемой системе координат

$$\vec{T}_p = \mathcal{L}_1 \, i\vec{\sigma} + \mathcal{L}_2 \, i(\vec{\sigma}\vec{p})p + \mathcal{L}_3 \, i(\vec{\sigma}\vec{\lambda})\vec{p} +$$

$$+ \mathcal{L}_4[\vec{p}\vec{\lambda}] + \mathcal{L}_5 \, i(\vec{\sigma}\vec{\lambda})\vec{\lambda} + \mathcal{L}_6 \, i(\vec{\sigma}\vec{p})\vec{\lambda}, \tag{3.10}$$

Заметим, что при $\lambda = 0$ все векторы ($\vec{k}_p$, $\vec{q}_p$ и $\vec{p}$) направлены по одной прямой. Поэтому $\vec{T}_p$ не может зависеть в этом случае от $\vec{\lambda}/\lambda$, так что, например, должно быть

$$\lambda^2 \mathcal{L}_5 = 0 , \quad \text{при} \quad \lambda^2 = 0 \tag{3.11}$$

Величины $\mathcal{L}_i$ имеют известную(4-7) изотопическую структуру

$$\mathcal{L}_i = \mathcal{L}_i^{(1)} \delta_{3\rho} + \mathcal{L}_i^{(2)} \tau_\rho + \mathcal{L}_i^{(3)} \cdot \frac{1}{2} [\tau_\rho, \tau_3]_- ; \tag{3.12}$$

где $\mathcal{L}_i^{(\alpha)} = \mathcal{L}_i^{(\alpha)} [E, \vec{p}^2, m_\gamma^2)$ - скаляры в обычном и изотопическом пространстве.

§ 4. Дисперсионные соотношения для амплитуды виртуального фоторождения

Мы будем рассматривать зависимость $\mathcal{L}_i^{(\alpha)}$ от энергии E. Прежде всего, из (3.2) следует, что T^n не изменяется при комплексном сопряжении с заменой $p' \rightleftarrows p$; $s' \rightleftarrows s$ $q \to -q$; .
В системе , где $\vec{p} + \vec{p}' = 0$, это соответствует замене $E \to -E$
Совершив эту замену и комплексное сопряжение в (3.10) и (3.12), получим, что T^n не изменится, если

$$\mathcal{L}_i^{(\alpha)} (E, \vec{p}^2) = \mp \mathcal{L}_i^{(\alpha)} (-E, \vec{p}^2) ; \quad i \neq 4 ;$$

$$\mathcal{L}_4^{(\alpha)} (E, \vec{p}^2) = \pm \mathcal{L}_4^{(\alpha)} (-E, \vec{p}^2) ; \tag{4.1}$$

Здесь и везде в дальнейшем верхний знак соответствует $\alpha = 1,2$ нижний - $\alpha = 3$.

Энергетическая зависимость $\mathcal{L}_i^{(\alpha)}$ дается дисперсионными соотношениями. Для их написания по методу [1] надо вместе с T рассматривать величину $\overset{+}{T}$, компоненты которой $\overset{+}{T}{}^n$ определяются соотношением:

$$(2\pi)^4\delta(p+k-p'-q)\overset{+}{T}{}^n=\sqrt{\frac{p^0p'^0}{m^2}}\int e^{iqx-iky}\langle p's'|\frac{\delta j_p(x)}{\delta A_n(y)}|ps\rangle dxdy;$$

(4.2)

где мезонный ток $j_p(x)$ варьируется по электромагнитному полю $A_n(y)$.

Величина, комплексно сопряженная к $\overset{+}{T}$, описывает процесс, обратный виртуальному фоторождению. Связь $\overset{+}{T}$ с T может быть получена, например, сравнением диаграмм Фейнмана прямого и обратного процессов, подобно тому, как это сделано в [9] для реального фоторождения. При этом оказывается, что $\vec{\overset{+}{T}}$ получается из $\vec{T}$, если в (3.10) и (3.12) заменить $\mathcal{L}_i^{(\alpha)}$ на $\overset{*}{\mathcal{L}}{}_i^{(\alpha)}$:

$$\vec{\overset{+}{T}}_p=\overset{*}{\mathcal{L}}_1\,i\vec{\sigma}+\overset{*}{\mathcal{L}}_2\,i(\vec{\sigma}\vec{p})\vec{p}+\overset{*}{\mathcal{L}}_3\,i(\vec{\sigma}\vec{\lambda})\vec{p}+\overset{*}{\mathcal{L}}_4[\vec{p}\vec{\lambda}]+$$

$$+\overset{*}{\mathcal{L}}_5\,i(\vec{\sigma}\vec{\lambda})\vec{\lambda}+\overset{*}{\mathcal{L}}_6\,i(\vec{\sigma}\vec{p})\vec{\lambda};$$

$$\overset{*}{\mathcal{L}}_i=\overset{*}{\mathcal{L}}{}_i^{(1)}\delta_{3p}+\overset{*}{\mathcal{L}}{}_i^{(2)}\tau_p+\overset{*}{\mathcal{L}}{}_i^{(3)}\cdot\frac{1}{2}[\tau_p,\tau_3]_-;\qquad(4.3)$$

Такая связь T и $\overset{+}{T}$ справедлива для наблюдаемых E. При ее продолжении на ненаблюдаемые E возникла бы трудность, связанная с двузначностью λ при $E < E_{пор} = \sqrt{(1+\varepsilon)^2 p^2 - m_\gamma^2}$; Однако, все трудности этого рода устраняются тем, что вместо T и $\overset{+}{T}$ рассматриваются величины

$$S^{+}_{\vec\lambda}\,T(\vec\lambda) = \frac{1}{2}\left\{T(\vec\lambda) + T(-\vec\lambda)\right\}$$

$$S^{-}_{\vec\lambda}\,T(\vec\lambda) = \frac{1}{2\lambda}\left\{T(\vec\lambda) - T(-\vec\lambda)\right\} \tag{4.4}$$

не содержащие λ в первой степени. Далее делается предположение о степени роста T при $E \to \infty$. Предположим, что при $E \to \infty$ T не возрастает. Тогда по методу (I) можно написать дисперсионные соотношения

$$S^{+}_{\vec\lambda}\left[T^n_p(E) + \overset{+}{T}{}^n_p(E)\right] - \left\{S^{+}_{\vec\lambda}\left[T^n_p(E) + \overset{+}{T}{}^n_p(E)\right]\right\}_{E=0} =$$

$$= \frac{\mathcal{P}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{E}{E'(E'-E)}\, S^{+}_{\vec\lambda'}\left[T^n_p(E') - \overset{+}{T}{}^n_p(E')\right] dE';$$

$$S^{-}_{\vec\lambda}\left[T^n_p(E) + \overset{+}{T}{}^n_p(E)\right] = \frac{\mathcal{P}}{\pi i}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{E'-E}\, S^{-}_{\vec\lambda'}\left[T^n_p(E') - \overset{+}{T}{}^n_p(E')\right] dE'; \tag{4.5}$$

Подставляя сюда выражения (3.10), (3.12) и (4.3) для $\vec T$ и $\vec T^{+}$ а также для $T^0 = (\vec T \vec k)/E$ и $\overset{+}{T}{}^0 = (\vec{\overset{+}{T}} \vec k)/E$ учитывая независимость спиновых операторов, свойства симметрии (4.I) и условие (3.II), получаем

$$\mathrm{Re}\,\mathcal{L}_i(E) = \mathrm{Re}\,\mathcal{L}_i(0) + \frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_0^{\infty} \frac{E}{E'}\left(\frac{1}{E'-E} \pm \frac{1}{E'+E}\right) \mathrm{Im}\,\mathcal{L}_i(E')\,dE'; \tag{4.6a}$$

$$i \neq 4;$$

$$Re\,\mathcal{L}_4(E)=\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_0^\infty\left(\frac{1}{E'-E}\pm\frac{1}{E'+E}\right)Im\,\mathcal{L}_4(E')dE'; \qquad (4.6в)$$

$$Re\,\mathcal{L}_j(0)=\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_0^\infty\frac{(1\mp1)}{E'}Im\,\mathcal{L}_j(E')dE'; \qquad j=3,5,6; \qquad (4.6c)$$

$$Re\,\mathcal{L}_1(0)=(1+\varepsilon)\vec{p}^{\,2}Re\,\mathcal{L}_3(0)-\lambda^2(0)Re\,\mathcal{L}_5(0)=; \qquad (4.6\,d)$$

$$Re\,\mathcal{L}_2(0)=-(1+\varepsilon)Re\,\mathcal{L}_3(0)+\frac{\lambda^2(0)}{(1+\varepsilon)\vec{p}^{\,2}}\left[(1+\varepsilon)Re\,\mathcal{L}_5(0)+Re\,\mathcal{L}_6(0)\right] \qquad (4.6e)$$

$$(1\pm1)\int_0^\infty Im\,\mathcal{L}_5(E')dE'=0; \qquad (4.6f)$$

§ 5. Вычисление однонуклонного члена

Интегралы от 0 до ∞ в дисперсионных соотношениях можно свести к интегралам от $E_2 > 0$ до ∞.

Воспользуемся равенством

$$\frac{\delta i^n(y)}{\delta\varphi_p(x)}-\frac{\delta j_p(x)}{\delta A_n(y)}=i\left\{i^n(y)j_p(x)-j_p(x)i^n(y)\right\}, \qquad (5.1)$$

и существованием замкнутой системы амплитуд $|\ell_N^0,\vec{\ell}>$ состояний с определенным импульсом $\vec{\ell}$ и ~~с~~ энергией $\ell_N^0=\sqrt{M_N^2+\vec{\ell}^{\,2}}$; Воспользуемся также трансляционной инвариантностью матричных элементов токов. Тогда для стоящей под интегралом в (4.5) разности

$T^n - \overset{+}{T}{}^n$ получим выражение

$$T^n - \overset{+}{T}{}^n = 2\pi i \cdot \sqrt{\frac{p^0 p'^0}{m^2}} \times$$

$$\times \sum_N \left\{ \langle p's' | i^n(0) | \ell_N^0, \vec{p} - \vec{q} \rangle \langle \ell_N^0, \vec{p} - \vec{q} | j_p(0) | ps \rangle \cdot \delta(\ell_N^0 - p^0 + q^0) - \right.$$

$$\left. - \langle p's' | j_p(0) | \ell_N^0, \vec{p}' + \vec{q} \rangle \langle \ell_N^0, \vec{p}' + \vec{q} | i^n(0) | ps \rangle \cdot \delta(\ell_N^0 - p'^0 - q^0) \right\}; \qquad (5.2)$$

которое отлично от 0 при $\sqrt{M_N^2 + (\vec{p} - \vec{q})^2} = p^0 - q^0$ и при $\sqrt{M_N^2 + (\vec{p}' + \vec{q})^2} = p'^0 + q^0$; . Рассмотрим возможные значения M_N. Ясно, что минимальное значение M_N соответствует однонуклонному состоянию и равно массе нуклона m. Состояния, в которых помимо нуклона имеются фотоны или другие частицы, взаимодействующие не сильно, учитывать не нужно, так как матричные элементы токов в (5.2) мы рассматриваем в низшем по e приближении. По той же причине не нужно учитывать связанное состояние нуклона и мезона (μ - атом). Поэтому следующее после m значение M_N соответствует состоянию нуклон плюс свободный мезон и равно $m+\mu$. Ясно, что столь же существенны все $M_N > m + \mu$.

В системе координат, где $\vec{p} + \vec{p}' = 0$, при $M_N = m$ первая δ - функция в (5.2) отлична от нуля для

$$q^0 = E_1 = [\vec{p}^2 + (\mu^2 - m_\gamma^2/4)]/p^0, \qquad (5.3)$$

а вторая - при $q^0 = -E_1$.

При $M_N > m + \mu$ первая δ - функция отлична от нуля для $q^0 \leq -E_2$, а вторая - для

$$q^0 \geqslant E_2 = [m\mu - \vec{p}^2 + (\mu^2 + m_\gamma^2)/4]/p^0; \qquad (5.4)$$

Будем рассматривать лишь достаточно малые $\vec{p}^2$ и m_γ^2, такие что

$$m_\gamma^2 - \mu^2 < \vec{p}^2 < \frac{2m\mu + m_\gamma^2}{4} \tag{5.5}$$

При этом $0 < E_1 < E_2$. Тогда при $0 \leq E < E_2$

$$T^n(E) - \overset{+}{T}{}^{(n)}(E) = 2\pi i \, \frac{m^2 - (\mu^2 - m_\gamma^2)/4}{p^{o2}} \sqrt{\frac{p^o p'^o}{m^2}} \times$$

$$\times \sum_{s''} \langle p's' | i^n(o) | p-q, s'' \rangle \langle p-q, s'' | j_p(o) | ps \rangle \cdot \delta(E - E_1); \tag{5.6}$$

где s'' - пространственный и изотопический спин нуклона в промежуточном состоянии.

Заметим, что при $E > E_2$ в (5.2) первое слагаемое равно 0 и

$$(2\pi)^4 \delta(p + k - p' - q)(T^n - \overset{+}{T}{}^n) =$$

$$= -i \sqrt{\frac{p^o p'^o}{m^2}} \int e^{iqx - iky} \langle p's' | j_p(x) i^n(y) | ps \rangle \, dx\, dy; \tag{5.7}$$

Этим равенством мы воспользуемся в дальнейшем. Энергия E_2, вообще говоря, меньше энергии порога реакции

$$E_2 < E_{пор} = \sqrt{(1+\varepsilon)^2 \vec{p}^2 - m_\gamma^2}, \tag{5.8}$$

причем $E_2 = E_{пор}$ лишь при

$$\vec{p}^2 = \frac{\mu^2 + m_\gamma^2}{4} \cdot \frac{m}{m + \mu}, \tag{5.9}$$

Для матричных элементов в (5.6) можно написать следующие общие выражения

$$\langle p's' | i^n(o) | p''s'' \rangle = \bar{u}^{s'}(\vec{p}') \left\{ \hat{F}_e(k^2) \gamma^n + F_\mu(k^2) \frac{1}{2} [\gamma \cdot k, \gamma^n]_- \right\} u^{s''}(\vec{p}'') \sqrt{\frac{m^2}{p_\emptyset''^o p'^o}};$$

$$\langle p''s'' | j_p(o) | ps \rangle = \bar{u}^{s''}(\vec{p}'') \, g \gamma_5 \tau_p \, u^{s}(\vec{p}) \cdot \sqrt{\frac{m^2}{p_\emptyset''^o p^o}}; \tag{5.10}$$

Здесь

$$F_{e,\mu}(k^2)=\tau_p F^{(p)}_{e,\mu}(k^2)+\tau_n F^{(n)}_{e,\mu}(k^2); \tag{5.11}$$

$$\tau_p=(1+\tau_3)/2\,, \quad \tau_n=(1-\tau_3)/2\,, \tag{5.12}$$

$F_e^{(p,n)}(k^2)$ и $F_\mu^{(p,n)}(k^2)$ - нуклонные релятивистские форм-факторы (в рациональных единицах),

$F_e^{(p)}(0)=e$ - электрический заряд протона ($e^2/4\pi=1/137$)

$F_e^{(n)}(0)=0$ - электрический заряд нейтрона (5.13)

$F_\mu^{(p)}(0)=\mu_p'$ - аномальный магнитный момент протона: $\mu_p'=+1,78e/2m$

$F_\mu^{(n)}(0)=\mu_n$ - магнитный момент нейтрона, $\mu_n=-1,91e/2m$

g - мезонный заряд, $g^2/4\pi\approx 15$

В дальнейшем мы будем использовать обозначения

$$F^{(\pm)}_{e,\mu}=F^{(p)}_{e,\mu}\pm F^{(n)}_{e,\mu}\,, \quad \frac{f}{\mu}=\frac{g}{2m}\,, \tag{5.14}$$

Подставляя (5.10) в (5.6), используя известную формулу

$$\sum_{\tau=1,2} u^\tau(\bar p'')\bar u^\tau(\bar p'')=\frac{1}{2m}(\gamma\cdot p''+m)$$

и учитывая, что при $E=E_I$

$$p''^0=p^0-q^0=[m^2-(\mu^2-m_\gamma^2)/4]/p^0;$$

получаем

$$T^n-\overset{+}{T}{}^n=2\pi i\,\frac{g}{2p^0}\,\delta(E-E_1)\times$$

$$\times\bar u^{s'}(\vec p')\Big\{\hat F_e(k^2)\gamma^n+\hat F_\mu(k^2)\tfrac{1}{2}[\gamma\cdot k,\gamma^n]_-\Big\}\Big\{\gamma\cdot(p'-k)+m\Big\}\gamma_5\tau_p u^s(\vec p); \tag{5.15}$$

Разлагая пространственные компоненты этого выражения по структурам (3.10) и используя соотношение

$$\hat{F}_{e,\mu}\cdot\tau_\rho = \frac{1}{2}\left\{F^{(-)}_{e,\mu}\delta_{3\rho} + F^{(+)}_{e,\mu}\tau_\rho - F^{(-)}_{e,\mu}\cdot\frac{1}{2}\left[\tau_\rho,\tau_3\right]_-\right\}; \qquad (5.16)$$

получаем, что при $0 \le E < E_2$

$$\operatorname{Im}\mathcal{L}_i = \pi(\overset{\circ}{\mathcal{L}}_{ie} + \overset{\circ}{\mathcal{L}}_{i\mu})\delta(E-E_1), \quad \overset{\circ}{\mathcal{L}}_{ie,\mu} = \frac{g}{4p^0}\begin{Bmatrix} F^{(-)}_{e,\mu} \\ F^{(+)}_{e,\mu} \\ -F^{(-)}_{e,\mu}\end{Bmatrix} \ell_{ie,\mu}, \qquad (5.17)$$

(Верхнее значение в столбце соответствует $\alpha = 1$, среднее $\alpha = 2$, нижнее $\alpha = 3$).

$$\ell_{1e} = -E, \qquad \ell_{1\mu} = -2mE;$$

$$\ell_{2e} = \frac{1}{m}\left[1-\varepsilon-\frac{E}{p^0+m}\right], \qquad \ell_{2\mu} = 1-\varepsilon^2-\frac{2E}{p^0+m}$$

$$\ell_{3e} = 0, \qquad \ell_{3\mu} = -(1-\varepsilon)\frac{p^0}{m},$$

$$\ell_{4e} = \frac{1}{m}, \qquad \ell_{4\mu} = 2,$$

$$\ell_{5e} = 0; \qquad \ell_{5\mu} = -\frac{p^0}{m},$$

$$\ell_{6e} = \frac{1}{m}, \qquad \ell_{6\mu} = 1+\varepsilon; \qquad (5.18)$$

§ 6. Дисперсионные соотношения в системе центра масс в приближении $m \to \infty$

От соотношений (3.10) и (4.6) нужно перейти к соотношениям в системе центра масс: $\vec{p} + \vec{k} = \vec{p}\,' + \vec{q} = 0$,

Из независимых векторов $\vec{k}$ и $\vec{q}$ в этой системе и псевдовектора $\vec{\sigma}$ можно построить 6 независимых псевдовекторов

$\vec{\sigma}$, $(\vec{\sigma}\vec{k})\vec{k}$, $(\vec{\sigma}\vec{q})\vec{k}$, $(\vec{\sigma}\vec{q})\vec{q}$, $(\vec{\sigma}\vec{k})\vec{q}$, $[\vec{q}\vec{k}]$;

Удобно выбрать из них поперечные и продольные по отношению к $\vec{k}$ псевдовектора и представить $\vec{T}$ в системе центра масс в виде:

$$\vec{T} = -M_1 i\vec{\sigma}^{\,t} - M_2\left\{[\vec{q}\vec{k}] + i(\vec{\sigma}\vec{k})\vec{q} - i(\vec{k}\vec{q})\vec{\sigma}\right\} -$$

$$- M_3 i(\vec{\sigma}\vec{k})\vec{q}^{\,t} - M_4 i(\vec{\sigma}\vec{q})\vec{q}^{\,t} +$$

$$+ \frac{k^{0\,2}}{m_\gamma^2} M_5 i(\vec{\sigma}\vec{k})\vec{k} + \frac{k^{0\,2}}{m_\gamma^2} M_6 i(\vec{\sigma}\vec{q})\vec{k}\,; \tag{6.1}$$

где $$\vec{a}^{\,t} = \vec{a} - \frac{(\vec{a}\vec{k})}{\vec{k}^2}\vec{k}\,;$$

M_i зависят от энергии мезона ω и косинуса угла между импульсами $\vec{k}$ и $\vec{q}$: $x = \cos\theta = \dfrac{(\vec{k}\vec{q})}{kq}$ и m_γ^2. При этом амплитуда виртуального фоторождения $\mathfrak{F}$ имеет вид

$$\mathfrak{F} = M_1 i(\vec{\sigma}^{\,t}\vec{e}) + M_2(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{\sigma}[\vec{k}\vec{e}]) + M_3 i(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{q}^{\,t}\vec{e}) +$$

$$+ M_4 i(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{q}^{\,t}\vec{e}) + M_5 i(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{k}\vec{e}) + M_6 i(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{k}\vec{e})\,, \tag{6.2}$$

Чтобы написать дисперсионные соотношения для M, надо выразить $\vec{T}$ через $\vec{T}_p$, а переменные $\omega, \vec{k}, \vec{q}$ – через $E, \vec{p}, \vec{\lambda}$. В общем случае формулы перехода весьма громоздки. Дело, однако, существенно упрощается для малых энергий, когда можно отбросить все величины порядка $\frac{E}{m}, \frac{E'}{m}, \frac{E}{m^2}$ и т.д. (m – масса нуклона). В таком приближении обе рассматриваемых системы координат просто совпадают, и мы имеем:

$$\vec{T} = \vec{T}_p$$

$$q^0 = \omega = k^0 = E \; ;$$

$$\vec{k} = \vec{k}_p = \vec{\lambda} - (1+\varepsilon)\vec{p} \; ;$$

$$\vec{q} = \vec{q}_p = \vec{\lambda} + (1-\varepsilon)\vec{p} \; ;$$

$$(6.3)$$

Из двух последних формул получаем связь x и $\vec{p}^{\,2}$

$$\left(\frac{\vec{k}-\vec{q}}{2}\right)^2 = \vec{p}^{\,2} \quad \text{или} \quad \omega^2 - kqx = 2\vec{p}^{\,2} + \frac{\mu^2 - m_\gamma^2}{2} \; , \qquad (6.4)$$

Введем обозначение $\nu_1 = k \cdot q = 2(1+\varepsilon)\vec{p}^{\,2} - m_\gamma^2 \; ,$ (6.5)

Тогда при $m \to \infty$ $\quad \omega^2 - kqx = \nu_1$ (6.6)

С помощью (6.3) можно $\vec{T}$ из (6.I) представить в форме (3.I0) и получить связь M_i и $\mathcal{L}_i$ (при $m \to \infty$). Воспользовавшись этой связью и дисперсионными соотношениями (4.6) для $\mathcal{L}_i$, нетрудно получить дисперсионные соотношения для M_i :

$$\operatorname{Re} M_1(\omega,\nu_1,m_\gamma^2) = M_1^0 + \frac{P}{\pi}\int_\mu^\infty \Big\{ \frac{1}{k'^2}\Big(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega} \pm \frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'-\omega}\Big)\operatorname{Im} M_1(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)$$

$$+\Big(-\omega \pm \frac{\omega^2-\omega\omega'-2\nu_1}{\omega'+\omega}\Big)\operatorname{Im} M_2(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+$$

$$+\omega'(1\mp 1)\operatorname{Im}\Big[\frac{m_\gamma^2+\nu_1}{k'^2}\Big(M_3(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+M_4(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big)+$$

$$+M_5(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+M_6(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big]\Big\}\, d\omega' ;$$

(6.7a)

$$\operatorname{Re} M_2(\omega,\nu_1,m_\gamma^2) = M_2^0 + \frac{P}{\pi}\int_\mu^\infty \Big(\frac{1}{\omega'-\omega} \pm \frac{1}{\omega'+\omega}\Big)\operatorname{Im} M_2(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\, d\omega' ,$$

(6.7B)

$$\operatorname{Re} M_3(\omega,\nu_1,m_\gamma^2) = M_3^0 + \frac{P}{\pi}\int_\mu^\infty \Big\{\mp\frac{2}{\omega'+\omega}\operatorname{Im} M_2(\omega',\nu_1,m_\gamma^2) + \Big(\frac{1}{\omega'-\omega}\mp\frac{1}{\omega'+\omega}\Big)\operatorname{Im} M_3(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)$$

$$+\omega'(1\mp 1)\operatorname{Im}\Big[\frac{1}{k'^2}M_4(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+\frac{1}{m_\gamma^2+\nu_1}M_6(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big]\Big\}\, d\omega' ;$$

(6.7c)

$$\operatorname{Re} M_4(\omega,\nu_1,m_\gamma^2) = M_4^0 + \frac{P}{\pi}\int_\mu^\infty \Big\{\frac{1}{k'^2}\Big(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega} \pm \frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\Big)\operatorname{Im} M_4(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)$$

$$-\frac{\omega'(1\mp 1)}{m_\gamma^2+\nu_1}\operatorname{Im} M_6(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big\}\, d\omega' ;$$

(6.7d)

$$\operatorname{Re} M_5(\omega,\nu_1,m_\gamma^2) = M_5^0 + \frac{P}{\pi}\int_\mu^\infty \Big\{\frac{m_\gamma^2(1\pm 1)}{\omega k^2 k'^2}\operatorname{Im}\Big[-M_1(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+k'^2 M_2(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+$$

$$+(m_\gamma^2+\nu_1)M_3(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big]$$

(6.7e)

$$+\frac{\omega'}{\omega k^2}\Big(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega} \mp \frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\Big)\operatorname{Im} M_5(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big\}\, d\omega' ;$$

(6.7?)

$$\mathrm{Re}\,M_6(\omega,\omega\nu_1,m_\gamma^2)=\overset{0}{M}_6+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty}\Big\{\frac{m_\gamma^2(m_\gamma^2+\nu_1)(1\pm1)}{\omega k^2k'^2}\mathcal{J}m M_4(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+$$

$$+\frac{\omega'}{\omega k^2}\Big(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega}\mp\frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\Big)\mathcal{J}m M_6(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big\}d\omega'; \qquad (6.7f\ )$$

Неоднородные члены имеют вид

$$\overset{0}{M}{}_i^{(\alpha)}=\frac{f}{\mu}\begin{Bmatrix}0\\0\\F_e^{(-)}\end{Bmatrix}\mathfrak{M}_{ie}+\frac{f}{\mu}\mathfrak{M}_{i\mu}^{(\alpha)}\ ; \qquad (6.8a)$$

$$\mathfrak{M}_{1e}=1;\ \mathfrak{M}_{2e}=\mathfrak{M}_{5e}=0;\ \mathfrak{M}_{3e}=-\mathfrak{M}_{4e}=\frac{1}{m_\gamma^2+\nu_1},$$

$$\mathfrak{M}_{6e}=-\frac{m_\gamma^2}{\omega^2k^2}; \qquad (6.8в)$$

$$\mathfrak{M}_{1\mu}^{(\alpha)}=-\frac{1}{\omega}\begin{Bmatrix}F_\mu^{(-)}\nu_1\\F_\mu^{(+)}\nu_1\\F_\mu^{(-)}kqx\end{Bmatrix};\qquad \mathfrak{M}_{2\mu}^{(\alpha)}=-\frac{1}{\omega}F_\mu^{(-)}\begin{Bmatrix}0\\0\\1\end{Bmatrix}, \qquad (6.8c)$$

$$\mathfrak{M}_{3\mu}^{(\alpha)}=-\frac{1}{\omega}\begin{Bmatrix}F_\mu^{(-)}\\F_\mu^{(+)}\\-F_\mu^{(-)}\end{Bmatrix};\qquad \mathfrak{M}_{5\mu}^{(\alpha)}=\frac{m_\gamma^2}{\omega k^2}\begin{Bmatrix}F_\mu^{(-)}\\F_\mu^{(+)}\\0\end{Bmatrix},$$

$$\mathfrak{M}_{4\mu}^{(\alpha)}=\mathfrak{M}_{6\mu}^{(\alpha)}=0;$$

Условие (4.7) теперь имеет вид

$$\frac{f}{2\mu}a^{(\beta)}=\frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty \mathcal{J}m\Big[\frac{1}{k'^2}M_1^{(\beta)}(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)-M_2^{(\beta)}(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)-$$

$$-\frac{m_\gamma^2+\nu_1}{k'^2}\Big(M_3^{(\beta)}(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+M_4^{(\beta)}(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big)+\frac{\omega'^2}{m_\gamma^2}\Big(M_5^{(\beta)}(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)+M_6^{(\beta)}(\omega',\nu_1,m_\gamma^2)\Big)\Big]d\omega';$$

$$\beta=1,2,\quad a^{(1)}=F_\mu^{(-)},\quad a^{(2)}=F_\mu^{(+)}; \qquad (6.9)$$

От соотношений (6.7-9) нужно перейти к приближенным уравнениям для **парциальных волн. Это будет сделано в § 10.**

Теперь же рассмотрим способ получения дисперсионных соотношений для в общем случае.

§ 7. Дисперсионные соотношения в лоренц-инвариантной форме

Непосредственный переход в дисперсионных соотношениях от системы координат, где $\vec{p} + \vec{p}\,' = 0$, к системе центра масс сравнительно прост в приближении $m \to \infty$. В общем случае целесообразно сначала перейти к дисперсионным соотношениям в лоренц-инвариантной форме.

Вводя 6 независимых градиентно-инвариантных псевдовекторов

$$R_1^n = \bar{u}\gamma_5(p^n p'\cdot k - p\cdot k\, p'^n)u;$$

$$R_2^n = -\bar{u}\gamma_5\{\gamma^n(p+p')\cdot k - \gamma\cdot k(p^n + p'^n)\}u;$$

$$R_3^n = -\bar{u}\gamma_5\{\gamma^n(p-p')\cdot k - \gamma\cdot k(p^n - p'^n)\}u;$$

$$R_4^n = -\bar{u}\gamma_5\{\gamma^n\gamma\cdot k - \gamma\cdot k\gamma^n\}u,$$

$$R_5^n = \bar{u}\gamma_5\{(p^n - p'^n)k^2 - (p-p')\cdot k k^n\}u; \qquad (7.1)$$

$$R_6^n = \bar{u}\gamma_5\gamma\cdot k\{\gamma^n\gamma\cdot k - \gamma\cdot k\gamma^n\}u;$$

представим T в виде

$$T = \sum_{i=1}^{6}\left\{\Omega_i^{(1)}\delta_{3p} + \Omega_i^{(2)}\tau_p + \Omega_i^{(3)}\frac{1}{2}[\tau_p, \tau_3]_-\right\}R_i, \qquad (7.2)$$

где $\Omega_i^{(\alpha)}$ - лоренц-инвариантные функции, зависящие от инвариантов

$$\nu = \frac{(p+p')\cdot k}{2m}; \quad \nu_1 = k\cdot q, \quad k^2 = -m_\gamma^2; \tag{7.3}$$

Приводя $\vec{T}$ в (7.2) к виду (3.10), можно выразить Ω_i через $\mathcal{Y}_i$ и перейти от (4.6) к дисперсионным соотношениям для Ω_i (в системе координат, где $\vec{p}+\vec{p}\,' = 0$).

$$\mathrm{Re}\,\Omega_{1,2,4}^{(\alpha)}(E,\vec{p}^{\,2},m_\gamma^2) = \frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_0^\infty \left(\frac{1}{E'-E} \pm \frac{1}{E'+E}\right) \mathrm{Im}\,\Omega_{1,2,4}^{(\alpha)}(E,\vec{p}^{\,2},m_\gamma^2)\,dE'; \tag{7.4}$$

Для $\Omega_{3,5,6}$ вместо $(\pm)$ надо писать $(\mp)$. Эти соотношения являются следствием: I) существования дисперсионных соотношений для T; 2) предположения о конечности T при $E \to \infty$; 3) градиентной инвариантности.

В системе координат, где $\vec{p}+\vec{p}\,' = 0$

$$E = \frac{\nu m}{p^0}, \quad \nu_1 = 2\vec{p}^{\,2} + \frac{\mu^2 - m_\gamma^2}{2}, \quad E_1 = \frac{\nu_1}{2p^0},$$

$$E_2 = \mu + \frac{\mu^2 - \nu_1}{2m}, \tag{7.5}$$

С помощью этих соотношений выражение (5.15) для $T - T^+$ при $0 \le E < E_2$ можно записать в лоренц-инвариантной форме. Разлагая его по структурам (7.1) и переходя к интегрированию по ν, получаем дисперсионные соотношения в лоренц-инвариантной форме:

$$\mathrm{Re}\,\Omega_{1,2,4}^{(\alpha)}(\nu,\nu_1,m_\gamma^2) = \overset{0}{\Omega}{}_{1,2,4}^{(\alpha)}\left(\frac{1}{\frac{\nu_1}{2m}-\nu} \pm \frac{1}{\frac{\nu_1}{2m}+\nu}\right) +$$

$$+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_{\mu+\frac{\mu^2-\nu_1}{2m}}^{\infty} \left(\frac{1}{\nu'-\nu} \pm \frac{1}{\nu'+\nu}\right) \mathrm{Im}\,\Omega_{1,2,4}^{(\alpha)}(\nu',\nu_1,m_\gamma^2)\,d\nu'; \tag{7.6}$$

Для $\Omega^{(\alpha)}_{3,5,6}$ вместо $(\pm)$ надо писать $(\mp)$. Коэффициенты $\overset{o}{\Omega}{}^{(\alpha)}_{i}$ равны

$$\overset{o}{\Omega}{}_1^{(\alpha)} = -2\overset{o}{\Omega}{}_5^{(\alpha)} = -\frac{f}{\mu}\begin{Bmatrix} F_e^{(-)} \\ F_e^{(+)} \\ -F_e^{(-)} \end{Bmatrix} \frac{1}{m_\gamma^2+\nu_1}\,;$$

$$\overset{o}{\Omega}{}_2^{(\alpha)} = -\overset{o}{\Omega}{}_3^{(\alpha)} = -2\overset{o}{\Omega}{}_6^{(\alpha)} = -\frac{f}{2\mu}\begin{Bmatrix} F_\mu^{(-)} \\ F_\mu^{(+)} \\ -F_\mu^{(-)} \end{Bmatrix} \tag{7.7}$$

$$\overset{o}{\Omega}{}_4^{(\alpha)} = -\frac{m_\gamma^2+\nu_1}{4}\,\overset{o}{\Omega}{}_1^{(\alpha)} - m\,\overset{o}{\Omega}{}_2^{(\alpha)}\,;$$

~~(7.7)~~

§ 8. Дисперсионные соотношения в системе центра масс с учетом эффектов отдачи

С помощью дисперсионных соотношений в лоренц-инвариантной форме (7.6), (7.7) мы можем перейти к дисперсионным соотношениям для функций M_i , справедливым при любых энергиях. Сравнивая пространственную часть (7.2) в системе центра масс с выражением (6.I), в результате громоздких вычислений получаем соотношения, связывающие функции M_i и Ω_i :

$$M_i(W,\nu_1,m_\gamma^2)=\sum_j B_{ij}(W,\nu_1,m_\gamma^2)\Omega_j(W,\nu_1,m_\gamma^2); \tag{8.I}$$

$$\Omega_j(W,\nu_1,m_\gamma^2)=\sum_n B^{-1}_{jn}(W,\nu_1,m_\gamma^2)M_n(W,\nu_1,m_\gamma^2), \tag{8.2}$$

$$\sum_j B_{ij}(W,\nu_1,m_\gamma^2)B^{-1}_{jn}(W,\nu_1,m_\gamma^2)=\delta_{ni} , \tag{8.3}$$

Здесь W - полная энергия в системе центра масс ($W=p'^0+q^0$), связанная с ν соотношением $\nu=\frac{W^2-m^2-\nu_1}{2m}$. Выражения для матрицы B и B^{-1} приведены в приложении. С помощью (8.I) и (8.2) из (7.6) и (7.7) получаем дисперсионные соотношения для M_i :

$$\mathrm{Re}\,M_i(W,\nu_1,m_\gamma^2)=\overset{0}{M}_i(W,\nu_1,m_\gamma^2)+$$

$$+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int\limits_{m+\mu}^{\infty}\sum_{j,n}B_{ij}(W,\nu_1,m_\gamma^2)B^{-1}_{jn}(W',\nu_1,m_\gamma^2)\,\mathrm{Im}\,M_n(W',\nu_1,m_\gamma^2)\times \tag{8.4}$$

$$\times\left\{\frac{1}{w'^2-w^2} \pm \eta_j \frac{1}{w'^2+w^2-2m^2-2\nu_1}\right\} 2w'dw';$$

$$\check{M}_i(w,\nu_1,m_\gamma^2) = \sum_j b_{ij}(w,\nu_1,m_\gamma^2)\overset{\circ}{Q}_j(w,\nu_1,m_\gamma^2);$$

(8.5)

Здесь $\eta_j = +1 (j=1,2,4)$ $\eta_j = -1 (j=3,5,6)$.

Соотношения (8.4) и (8.5) весьма громоздки. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением соотношений (6.7) и (6.8), вытекающих из (8.4) и 8.5 при $m \to \infty$.

§ 9. Угловая зависимость амплитуды виртуального фоторождения

В дисперсионных соотношениях (6.7). (8.4) M_i является функциями энергии при постоянном $\nu_1 = k^0q^0 - kqx$ (x - косинус угла вылета мезона). Если $Re M_i$ соответствует x, то $Im M_i$ в правой части дисперсионных соотношений соответствует x', такой, что

$$k'^0 q'^0 - k'q'x' = k^0q^0 - kqx,$$

(9.1)

При этом x' должен пробегать все значения от $-\infty$ до 1.

Для продолжения $Im M_i$ в область ненаблюдаемых углов, как и в случае реального фоторождения (5.7) воспользуемся разложением M_i в ряды по полиномам Лежандра, удерживая в них конечное число членов.

С точки зрения угловой зависимости амплитуда виртуального фоторождения $\mathcal{F}$ в (6.2) эквивалентна амплитуде процесса рождения мезона векторной частицей с отличной от нуля массой покоя. Такая частица может быть поляризована поперечно или продольно. Амплитуда $\mathcal{F}$ равна сумме амплитуд, соответствующих только поперечной или только продольной поляризации:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_{tr} + \mathcal{F}_{long}.$$

где

$$\mathcal{F}_{long} = M_5\, i(\vec{\sigma}\vec{k})(\vec{k}\vec{e}) + M_6\, i(\vec{\sigma}\vec{q})(\vec{k}\vec{e}), \tag{9.2}$$

Ясно, что угловая зависимость $\mathcal{F}_{tr}$ должна быть такой же, как у амплитуды реального фоторождения. Поэтому $M_i\,(i=1,2,3,4)$ разлагаются в ряды того же вида, как и в случае $m_\gamma^2 = 0$(5,7).

$$kqM_3 + q^2M_4 x = -\sum_{\ell\geq 1}\left\{(\ell+2)\left[M_{\ell+} - E_{\ell+}\right] + (\ell-1)\left[M_{\ell-} + E_{\ell-}\right]\right\} P_\ell'(x);$$

$$2M_1 - 2kqM_2 x + q^2M_4(1-x^2) =$$

$$= \sum_{\ell\geq 0}\left\{(\ell+1)\left[\ell M_{\ell+} + (\ell+2)E_{\ell+}\right] - \ell\left[(\ell+1)M_{\ell-} - (\ell-1)E_{\ell-}\right]\right\} P_\ell(x);$$

$$q^2M_4 = \sum_{\ell\geq 2}\left\{M_{\ell+} - M_{\ell-} - E_{\ell+} - E_{\ell-}\right\} P_\ell''(x);$$

$$2kqM_2 + kqM_3 + q^2M_4 x =$$

$$= \sum_{\ell\geq 1}\left\{\ell M_{\ell+} + (\ell+2)E_{\ell+} + (\ell+1)M_{\ell-} - (\ell-1)E_{\ell-}\right\} P_\ell'(x); \tag{9.3}$$

Здесь $M_{\ell\pm}(W,m_\gamma^2)$, $\left(E_{\ell\pm}(W,m_\gamma^2)\right)$ соответствуют поперечному виртуальному фотону магнитного (электрического) типа, мезону с моментом ℓ и полному моменту системы $\ell\pm 1/2$. Если частица, порождающая мезон, поляризована продольно, то для амплитуды процесса можно написать общее выражение

$$\mathcal{F}_{long}^{s's} = \sum_{J>0}\sum_{L\geq 0}\sum_{\ell\geq 0} i^{L-\ell}\sqrt{\pi(2L+1)}\,\times$$

$$\times G_{L\,1/2}(J,M,0,s)\,G_{\ell\,1/2}(J,M,M-s',s')\,Y_{\ell,M-s'}(\theta,\varphi)\,R_{(long)J}(\ell,L),$$

$$(9.4)$$

Четность волновой функции продольно поляризованной частицы с моментом L равна $(-1)^L$. Из сохранения четности $R_{(long)J}(L,L)=0$. Полагая

$$R_{(long)\ell+1/2}(\ell,\ell+1)=2D_{\ell+};$$

$$R_{(long)\ell-1/2}(\ell,\ell-1)=2D_{\ell-};\quad \ell=0,1,2,\ldots \qquad (9.5)$$

и сравнивая выражения для $\mathcal{F}_{long}^{s's}$ в (9.2) и (9.4) получаем

$$k^2M_5+kqM_6\,x=\sum_{\ell\geq 0}\left\{-(\ell+1)D_{\ell+}+\ell D_{\ell-}\right\}P_\ell(x);$$

$$kqM_6=\sum_{\ell\geq 0}\left\{D_{\ell+}+D_{\ell-}\right\}P'_\ell(x);$$

$$(9.6)$$

Формулы (9.3) и (9.6) представляют собой разложения по ортогональным функциям и позволяют написать дисперсионные соотношения для парциальных волн (т.е. для величин $M_{\ell\pm}$, $E_{\ell\pm}$, $D_{\ell\pm}$).

§ 10. Дисперсионные соотношения для S и P волн.

Ограничиваясь S и P - волнами, из (6.8) и (6.9) получаем уравнения

$$\mathrm{Re}\,E_{0+}(\omega,m_\gamma^2)=\overset{0}{E}_{0+}+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty}\Bigl\{\frac{1}{k'^2}\Bigl(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega}\pm\frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\Bigr)\mathrm{Im}\,E_{0+}(\omega',m_\gamma^2)+$$

$$+\frac{6}{k'^2}\Bigl(\frac{\omega k'^2}{2\omega' k^2}\Bigr)\mathrm{Im}\,\frac{E_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}-2\omega\binom{1}{0}\mathrm{Im}\,\frac{M_{1-}(\omega',m_\gamma^2)-M_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}-$$

$$-\frac{2\omega'}{k'^2}\binom{0}{1}\mathrm{Im}\,D_{0+}(\omega',m_\gamma^2)-6\omega'\frac{k'^2-k^2}{k'^2}\binom{0}{1}\mathrm{Im}\,\frac{D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+$$

$$+2\omega'\Phi_S\binom{0}{1}\mathrm{Im}\,\frac{D_{1-}(\omega',m_\gamma^2)+D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\Bigr\}d\omega'; \qquad (10.1a)$$

$$\mathrm{Re}\,E_{1+}(\omega,m_\gamma^2)\frac{1}{kq}=\cancel{\frac{\overset{0}{E}_{1+}}{kq}+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_{\mu}^{\infty}\{\frac{1}{k'^2}}\;\frac{\overset{0}{E}_{1+}}{kq}+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty}\Bigl\{\frac{1}{k'^2}\Bigl(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega}\pm\frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\Bigr)\mathrm{Im}\,\frac{E_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}-$$

$$-\frac{\omega'}{k'^2}\binom{0}{1}\mathrm{Im}\,\frac{D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+\frac{2\omega'}{3}\Phi_Q\binom{0}{1}\mathrm{Im}\,\frac{D_{1-}(\omega',m_\gamma^2)+D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\Bigr\}d\omega'; \qquad (10.1b)$$

$$\mathrm{Re}\,\frac{M_{1-}(\omega,m_\gamma^2)+2M_{1+}(\omega,m_\gamma^2)}{kq}=\frac{\overset{0}{M}_{1-}+2\overset{0}{M}_{1+}}{kq}+$$

$$+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int\limits_{\mu}^{\infty}\Bigl(\frac{1}{\omega'-\omega}\pm\frac{1}{\omega'+\omega}\Bigr)\mathrm{Im}\,\frac{M_{1-}(\omega',m_\gamma^2)+2M_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\,d\omega'; \qquad (10.1c)$$

$$\mathrm{Re}\,\frac{M_{1-}(\omega,m_\gamma^2)-M_{1+}(\omega,m_\gamma^2)}{kq}=\frac{\overset{\circ}{M}_{1-}-\overset{\circ}{M}_{1+}}{kq}+$$

$$+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_\mu^\infty\left\{\left(\frac{1}{\omega'-\omega}\mp\frac{1}{\omega'+\omega}\right)\mathcal{J}_m\frac{M_{1-}(\omega',m_\gamma^2)-M_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+\frac{6\omega'}{k'^2}\binom{0}{1}\mathcal{J}_m\frac{E_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+\right.$$

$$\left.+\frac{3\omega'}{k'^2}\binom{0}{1}\mathcal{J}_m\frac{D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+2\omega'\Phi_M\binom{0}{1}\mathcal{J}_m\frac{D_{1-}(\omega',m_\gamma^2)+D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\right\}d\omega';$$

(IO.Id)

$$\mathrm{Re}\,D_{0+}(\omega,m_\gamma^2)=\overset{\circ}{D}_{0+}+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_\mu^\infty\left\{\frac{\omega'}{\omega k'^2}\left(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega}\mp\frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\right)\mathcal{J}_m D_{0+}(\omega',m_\gamma^2)\right.$$

$$+\frac{2m_\gamma^2}{\omega k'^2}\binom{1}{0}\mathcal{J}_m E_{0+}(\omega',m_\gamma^2)+\frac{6m_\gamma^2(k'^2-2k^2)}{\omega k'^2}\binom{1}{0}\mathcal{J}_m\frac{E_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}-$$

$$\left.-\frac{2m_\gamma^2}{\omega}\binom{1}{0}\mathcal{J}_m\frac{M_{1-}(\omega',m_\gamma^2)-M_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+\frac{6\omega'}{\omega k'^2}\left(\frac{\omega' k^2}{\omega k'^2}\right)\mathcal{J}_m\frac{D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\right\}d\omega';$$

(IO.Ie)

$$\mathrm{Re}\,\frac{D_{1+}(\omega,m_\gamma^2)}{kq}=\frac{\overset{\circ}{D}_{1+}}{kq}+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_\mu^\infty\left\{\frac{1}{k'^2}\left(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega}\mp\frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\right)\mathcal{J}_m\frac{D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+\right.$$

$$\left.+\frac{4m_\gamma^2}{\omega k'^2}\binom{1}{0}\mathcal{J}_m\frac{E_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\right\}d\omega';$$

(IO.If)

$$\mathrm{Re}\,\frac{D_{1-}(\omega,m_\gamma^2)+D_{1+}(\omega,m_\gamma^2)}{kq}=\frac{\overset{\circ}{D}_{1-}+\overset{\circ}{D}_{1+}}{kq}+$$

$$+\frac{\mathcal{P}}{\pi}\int_\mu^\infty\frac{\omega'}{\omega k^2}\left(\frac{\omega\omega'+m_\gamma^2}{\omega'-\omega}\mp\frac{\omega\omega'-m_\gamma^2}{\omega'+\omega}\right)\mathcal{J}_m\frac{D_{1-}(\omega',m_\gamma^2)+D_{1+}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\,d\omega';$$

(IO.Ig)

Здесь верхний знак и верхнее значение в столбце соответствуют α = I,2, нижний знак и нижнее значение α = 3.

Неоднородные члены равны

$$\overset{o}{E}_{0+} = +\frac{f}{\mu} F_e^{(-)} \Phi_S \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} - \frac{f}{\mu}\,\omega \begin{Bmatrix} F_\mu^{(-)} \\ F_\mu^{(+)} \\ 0 \end{Bmatrix}; \tag{10.2a}$$

$$\frac{\overset{o}{E}_{1+}}{kq} = +\frac{1}{3}\frac{f}{\mu} F_e^{(-)} \Phi_Q \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{10.2в}$$

$$\frac{\overset{o}{M}_{1-} - \overset{o}{M}_{1+}}{kq} = +\frac{f}{\mu} F_e^{(-)} \Phi_M \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} - \frac{f}{\mu}\,\omega \begin{Bmatrix} F_\mu^{(-)} \\ F_\mu^{(+)} \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{10.2c}$$

$$\frac{\overset{o}{M}_{1} + 2\overset{o}{M}_{1+}}{kq} = -\frac{f}{\mu}\,\frac{1}{\omega} F_\mu^{(-)} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{10.2d}$$

$$\overset{o}{D}_{0+} = -\frac{f}{\mu}\cdot\frac{m_\chi^2}{\omega} \begin{Bmatrix} F_\mu^{(-)} \\ F_\mu^{(+)} \\ 0 \end{Bmatrix} \tag{10.2e}$$

$$\frac{\overset{o}{D}_{1+}}{kq} = 0; \tag{10.2f}$$

$$\frac{\overset{o}{D}_{1-} + \overset{o}{D}_{1+}}{kq} = -\frac{f}{\mu}\cdot\frac{m_\chi^2}{\omega} F_e^{(-)} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \tag{10.2g}$$

$$\Phi_S = 1 - \frac{1}{2}\Phi; \qquad \Phi_Q = \frac{1}{k^2} - \frac{3}{4q^2}\,\Phi; \tag{10.3}$$

$$\Phi_M = \frac{3}{4q^2}\,\Phi; \qquad \Phi = 1 + \frac{k^2 - q^2}{2kq} \ln\left|\frac{k-q}{k+q}\right|;$$

Условие (6.IO) дает

$$\int_{\mu}^{\infty} \mathfrak{Im}\left[\frac{2}{k'^2}\frac{E_{1+}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'} - \frac{\omega'^2}{m_\gamma^2 k'^2}\;\frac{D_{1+}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\right]d\omega' = 0\,; \tag{IO.4a}$$

$$\frac{1}{\pi}\int_{\mu}^{\infty}\mathfrak{Im}\left[\frac{1}{k'^2}E_{0+}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)+\frac{E_{1+}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+\frac{M_{1-}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)-M_{1+}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}+\right.$$
$$\left.+\frac{\omega'^2}{m_\gamma^2}\left(-\frac{1}{k'^2}D_{0+}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)+\frac{D_{1-}^{(\beta)}(\omega',m_\gamma^2)}{k'q'}\right)\right]d\omega' - \frac{f}{2\mu}\,a^{(\beta)} = 0\,; \tag{IO.4в}$$

Мультиполи $E^{(\alpha)}; M^{(\alpha)}; D^{(\alpha)}$ связаны с фазами мезон-нуклонного рассеяния

$$H^{(1)} = \frac{1}{3}\left\{H^{1/2} + 2H^{3/2}\right\}$$
$$H^{(2)} = H^{(5)}$$
$$H^{(3)} = \frac{1}{3}\left\{H^{1/2} - H^{3/2}\right\} \tag{IO.5}$$

где $H = E,\ M$ или D, причем

$$H_{\ell\pm}^{I} = \left|H_{\ell\pm}^{I}\right| \exp\left\{i\delta_{\ell\pm}^{I}\right\} \tag{IO.6}$$

где $\delta_{\ell\pm}^{I}$ - фазы мезон-нуклонного рассеяния ($\delta^{(5)} \equiv \delta^{1/2}$)
Доказательство (IO.6) приведено в § II.

§ II. "Условие унитарности" для амплитуды виртуального фоторождения

Таким условием является соотношение (5.7), в котором произведение токов можно представить в виде суммы по промежуточным состояниям от матричных элементов токов. Для $E \gg E_2$ промежуточные состояния должны содержать помимо нуклона I,2 и т.д. мезонов.

В одномезонном приближении имеем

$$(2\pi)^4\delta(p+k-p'-q)(T^n-\overset{+}{T}{}^n)=-\frac{i}{(2\pi)^6}\sum_{p_1,s_1}\int d\vec{q}_1\,d\vec{p}_1\sqrt{\frac{p^0p'^0}{m^2}}\times$$

$$\times\int dx\,dy\,e^{iqx-iky}(2\pi)^{3/2}\langle p's'|j_p(x)a^{(+)}_{\rho_1}(\vec{q}_1)|p_1s_1\rangle(2\pi)^{3/2}\langle p_1s_1|a^{(-)}_{\rho_1}(\vec{q}_1)i^n(y)|ps\rangle=$$

$$=-\frac{i}{(2\pi)^6}\sum_{p_1,s_1}\int\frac{d\vec{q}_1\,d\vec{p}_1}{2q_1^0}\sqrt{\frac{p^0p'^0}{m^2}}\int dx\,du\,e^{iqx-iq_1u}\langle p's'\left|\frac{\delta j_p(x)}{\delta\varphi_{\rho_1}(u)}\right|p_1s_1\rangle\times$$

$$\times\int dv\,dy\,e^{iq_1v-iky}\langle p_1s_1\left|\frac{\delta i^n(y)}{\delta\varphi_{\rho_1}(v)}\right|ps\rangle;$$

(II.I)

Так как[I]

$$\int dx\,du\,e^{iqx-iq_1u}\langle p's'\left|\frac{\delta j_p(x)}{\delta\varphi_{\rho_1}(u)}\right|p_1s_1\rangle=-(2\pi)^4\delta(p'+q-p_1-q_1)P^+; \quad (II.2)$$

где P^{+} - амплитуда мезон-нуклонного рассеяния, то из (II.I) получаем

$$\frac{1}{2i}\left(T^{n}-\overset{+}{T}{}^{n}\right)=(4\pi)^{-2}\sum_{p_1,s_1}\int\frac{d\vec{q}_1\,d\vec{p}_1}{q_1^0}\sqrt{\frac{p_0'}{p_1^0}}\,P^{+}T^{n}\,\delta(p'+q-p_1-q_1).$$

(II.3)

Это соотношение по существу не отличается от аналогичного соотношения для амплитуды реального фоторождения(7).

В системе центра масс

$$\delta(p'+q-p_1-q_1)=\frac{p_0'q^0}{W|\vec{q}|}\,\delta(\vec{p}_1+\vec{q}_1)\,\delta(|\vec{q}_1|-|\vec{q}|);$$

Поэтому вместо (II.3) имеем

$$\frac{1}{2i}\left(T^{n}-\overset{+}{T}{}^{n}\right)=\frac{p_0'}{(4\pi)^2Wq}\int d\Omega_1\;P^{+}T^{n};\qquad \text{(II.4)}$$

Используя разложение P и T по парциальным волнам, получаем отсюда соотношения (I0.6).

Приложение

Матрица $b_{ij}\,(w, \nu_1, m_\gamma^2)$

$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6	Умножить на
1	0	$2m\nu$	$\nu_1 + m_\gamma^2$	$2(w-m)$	0	$-2m_\gamma^2$	NN'
2	0	$2m\nu$	$\nu_1 + m_\gamma^2$	$-2(w+m)$	0	$-2m_\gamma^2$	$NN'\,\dfrac{4w^2}{\delta^+\Delta^+}$
3	$-p\cdot k$	$-w-m$	$w+m$	0	m_γ^2	0	$NN'\,\dfrac{2w}{\delta^+}$
4	$p\cdot k$	$-w+m$	$w-m$	0	$-m_\gamma^2$	0	$NN'\,\dfrac{2w}{\Delta^+}$
5	Γ_1	$\beta - \dfrac{\Delta^+}{\delta^-}$	$-\beta + \dfrac{\Delta^-}{\delta^-}$	$-\dfrac{4w}{\delta^-}$	$-\Gamma$	$-4w\,\dfrac{w-m}{\delta^-}$	$m_\gamma^2 NN'\,\dfrac{2w}{k^0\delta^+}$
6	$-\Gamma_1$	$\beta - \dfrac{\Delta^-}{\delta^+}$	$-\beta + \dfrac{\Delta^+}{\delta^+}$	$\dfrac{4w}{\delta^+}$	Γ	$-4w\,\dfrac{w+m}{\delta^+}$	$m_\gamma^2 NN'\,\dfrac{2w}{k^0\Delta^+}$

где

$$N^2 = \frac{p^0+m}{2m}; \quad N'^2 = \frac{p'^0+m}{2m};$$

$$\Gamma = w - p'^0 - \beta k^0; \qquad \delta^\pm = (w \pm m)^2 + m_\gamma^2;$$

$$\Gamma_1 = p^0\beta - p'^0; \qquad \Delta^\pm = (w \pm m)^2 - \mu^2;$$

$$\beta = \frac{\vec{k}\,\vec{q}}{\vec{k}^2}; \qquad p\cdot k = m\nu + \frac{\nu_1 + m_\gamma^2}{2};$$

Матрица $b^{-1}_{jn}(w, \nu_1, m_\gamma^2)$

$n \backslash j$	1	2	3	4	5	6
1	$-\frac{m_\gamma^2}{\square^0\delta^-}$	$\frac{m_\gamma^2}{\square^0\delta^+}$	$-\Gamma\square^-$	$\Gamma\square^+$	$-\square^-$	$\square^+$
2	$\frac{w-m}{2w\delta^-}$	$\frac{w+m}{2w\delta^+}$	$\frac{m_\gamma^2 p\cdot p' - m^2 m_\gamma^2 - p\cdot k(p-p')\cdot k}{\delta^0}$		$-\frac{1}{4w^2}$	$-\frac{1}{4w^2}$
3	$\frac{w-m}{2w\delta^-}$	$\frac{w+m}{2w\delta^+}$	$\frac{m_\gamma^2 p\cdot p' + m^2 m_\gamma^2 + p\cdot k(p+p')\cdot k}{\delta^0}$		$-\frac{1}{4w^2}$	$-\frac{1}{4w^2}$
4	$\frac{1}{4w}$	$-\frac{1}{4w}$	0	0	0	0
5	$-\frac{p\cdot k}{\square^0\delta^-}$	$\frac{p\cdot k}{\square^0\delta^+}$	$-\Gamma_1\square^-$	$\Gamma_1\square^+$	$-\frac{p\cdot k}{m_\gamma^2}\square^-$	$\frac{p\cdot k}{m_\gamma^2}\square^+$
6	$-\frac{m}{2w\delta^-}$	$\frac{m}{2w\delta^+}$	$\frac{p\cdot p'\, p\cdot k - m^2 p'\cdot k}{\delta^0}$		$-\frac{p\cdot k}{4w^2 m_\gamma^2}$	$-\frac{p\cdot k}{4w^2 m_\gamma^2}$
Умножить на	$\frac{1}{NN'}$	$\frac{\delta^+\Delta^+}{4w^2NN'}$	$\frac{\delta^+}{2wNN'}$	$\frac{\Delta^+}{2wNN'}$	$\frac{k^0\delta^+}{2wNN'}$	$\frac{k^0\Delta^+}{2wNN'}$

где

$\square^0 = w(p-p')\cdot k$;

$\square^\pm = \frac{w\pm m}{2w\square^0}$;

$\delta^0 = 4w^3\vec{k}^2$;

$p'\cdot k = m\nu - \frac{\nu_1 + m_\gamma^2}{2}$;

$p\cdot p' = \nu_1 + m^2 - \frac{\mu^2}{2} + \frac{m_\gamma^2}{2}$;

Литература

I. Н.Н.Боголюбов, Б.В.Медведев, М.К.Поливанов "Вопросы теории дисперсионных соотношений", Москва ГТТИ (в печати).
Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков "Введение в теорию квантованных полей", Москва ГТТИ (1957).

2. R.H. Cappa, G.Takeda, Phys.Rev., 103, 1877 (1956).

3. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low, Y.Nambu, Phys.Rev., 106, 1337 (1957).

4. А.А.Логунов, Б.М.Степанов, А.Н.Тавхелидзе, ДАН СССР 112, (1957) № I.

5. G.F.Chew, M.L.Golberger; F.E.Low, Y.Nambu, Phys.Rev., 106, 0345 (1957).

6. A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, L.D.Solovyov; Nuclear Physics 4, 427 (1957).

7. L.D.Solovyov, Nuclear Physics, 5, 256 (1958).

8. В.Д.Кукин, А.Р.Френкин, Научные Доклады Высшей Школы (в печати).

9. А.А.Логунов, ДАН СССР, 117, № 5 (1957).

IO. T.Nakano, K.Nissijima, Progr.Theor.Phys., 8, 53 (1952).