ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

ЛЯП

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. В. А. СТЕКЛОВА АКАДЕМИИ НАУК СССР

Отдел теоретической физики

2
Г-49

И. Ф. Гинзбург

Д. В. Ширков

Р-160

Асимптотическое поведение высших функций Грина *)

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1958 год

*) Направлено в „Доклады Высшей школы СССР"

А н н о т а ц и я

Методом ренормализационной группы изучаются ультрафиолетовые асимптотики высших функций Грина. Сформулирован общий рецепт определения таких асимптотик, который иллюстрируется примерами из двухзарядной псевдоскалярной мезонной теории.

Продемонстрирован ограниченный характер применимости результатов Конумы и Умезавы.

I. ВВЕДЕНИЕ

Асимптотическое поведение высших функций Грина в области больших значений скалярных импульсных аргументов недавно изучалось в работе Конума и Умезава /I/. Эти авторы исследовали проблему с помощью соображений ренормализационной инвариантности. При этом, однако, они явно вводили "перенормированные поля", импульсы обрезания и т.д., что обусловило сложность их анализа и в конечном счете привело к ряду ошибок. Ниже мы рассмотрим ту же задачу с помощью метода ренормализационной группы, который был ранее эффективно применен к исследованию импульсных асимптотик низших функций Грина /2-5/, и обобщим соответствующие рассуждения на случай высших функций Грина.

В соответствии с общей схемой метода ренормализационной группы ультрафиолетовая импульсная асимптотика обобщенных (высших) функций Грина определяется в два этапа. На первом этапе составляется и решается уравнение Ли для инвариантного заряда (или система уравнений для инвариантных зарядов), характеризующего данный вариант теории поля. На втором этапе решается уравнение Ли для данной импульсной асимптотики рассматриваемой функции Грина. Исключением является случай ультрафиолетовой асимптотики фотонной функции Грина в квантовой электродинамике, когда уравнение Ли для инвариантного заряда совпадает с уравнением Ли для фотонной функции, и для нее второй этап тождественен с первым. Особенность этого случая связана с тождеством Уорда, ввиду чего он не является характерным. Более типичной является ситуация, когда два этапа не совпадают.

Ниже мы рассмотрим именно такой случай и проиллюстрируем общие положения на простых примерах.

2. Уравнения для инвариантных зарядов.

Приведем вывод групповых уравнений для инвариантных зарядов в двухзарядной мезонной теории. Ренормализационная группа в этом случае характеризуется следующими "конечными преобразованиями Дайсона":

$$s_1 \to s_2 = z_2 s_1 \ , \ d_1 \to d_2 = z_3 d_1 \ ; \ \Gamma_1 \to \Gamma_2 = z_1^{-1}\Gamma_1$$

$$\Box_1 \to \Box_2 = z_4^{-1}\Box_1 \ , \ g_1^2 \to g_2^2 = z_1^2 z_2^{-2} z_3^{-1} g_1^2, \ h_1 \to h_2 = z_3^{-2} z_4 h_1 \qquad (2.1)$$

(Обозначения соответствуют работам [2,3,5].) Переведя мультипликативный произвол в аргументы величин $s, d, \Gamma, \Box$, запишем их в виде

$$s_i = s\left(\frac{p^2}{\lambda_i^2}; g_i^2, h_i\right) \ ; \ d_i = d\left(\frac{k^2}{\lambda_i^2}, g_i^2, h_i\right) \ ;$$

$$\Gamma_i = \Gamma\left(\frac{p^2}{\lambda_i^2}, \frac{q^2}{\lambda_i^2}; \frac{k^2}{\lambda_i^2}, g_i^2, h_i\right) \ ; \ \Box_i = \Box\left(\frac{p_1^2}{\lambda_i^2}, \dots \frac{p_6^2}{\lambda_i^2}, g_i^2, h_i\right) \qquad (2.2)$$

Здесь величины p^2, q^2, k^2 в Γ и $p_1^2, \dots p_6^2$ в $\Box$ представляют собой их независимые скалярные импульсные аргументы. Массовые переменные опущены в связи с тем, что дальнейшее применение ограничивается ультрафиолетовыми асимптотиками.

Введенные в (2.2) функции s, d, Γ и $\Box$ могут быть подчинены условиям нормировки

$$s(1,g^2,h) = d(1,g^2,h) = \Gamma(1,1,1,g^2,h) = \Box(1,\dots,1,g^2,h) = 1 \qquad (2.3)$$

Определяя теперь постоянные $Z_1, \dots Z_4$ из первых четырех уравнений (2.I) с помощью условий (2.3) получаем

$$g_2^2 = g_1^2\,\psi\left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2}, g_1^2, h_1\right), \quad h_2 = h_1\varphi\left(\frac{\lambda_2^2}{\lambda_1^2}, g_1^2, h_1\right), \qquad (2.4)$$

где

$$\psi(x,g^2,h) = s^2(x,g^2,h)\,\Gamma^2(x,x,x,g^2,h)\,d(x,g^2,h),$$

$$\varphi(x,g^2,h) = d^2(x,g^2,h)\,\Box(x,\dots,x,g^2,h) \qquad (2.5)$$

Произведения $g^2\psi$, $h\varphi$ и являются инвариантными зарядами. Согласно (2.5) они определяются произведениями симметричных асимптотик функций Грина.x)

---

x) Под функциями Грина здесь, как и везде в работе, понимаются не только d и S, но также и высшие функции типа вершинных – Γ, $\Box$ и т.д. Симметричной асимптотикой называется асимптотика функции Грина, соответствующая одновременному устремлению всех скалярных аргументов к одинаковому (в логарифмическом смысле) большому предельному значению.

Из (2.4) непосредственно вытекают функциональные уравнения для ψ, φ , а также дифференциальные уравнения Ли[x)].

---

x) Пользуясь случаем, отметим неправильность формул (45.7) и (45.8) в монографии /2/ и следующего за ними утверждения о симметрии функции $\square(p,q,k)$. Заметим также, что указанные ошибки не повлияли на численные результаты, так как при получении последних фактически использовались правильные формулы (2.5).

Подставляя в правые части формул типа (2.5) выражения для функций Грина, полученные по теории возмущений, получаем для инвариантных зарядов разложения по степеням констант связи. Решая затем соответствующие уравнения Ли, приходим к асимптотическим выражениям для инвариантных зарядов.

3. Уравнения Ли для функции Грина любого порядка

При составлении дифференциальных групповых уравнений Ли для конкретной функции Грина необходимо принимать во внимание что в общем случае функции Грина представляют собой функции от нескольких скалярных импульсных переменных и соответственно этому могут иметь несколько различных ультрафиолетовых асимптотик. Так, например, электродинамическая 3-вершинаая функция Грина Γ_n в ряде важных случаев сводится к скалярной функции 3-х аргументов

$$\Gamma_n(p,q,k) = \gamma_n \Gamma(p^2,q^2,k^2) \quad ; p+q+k=0$$

В соответствии с этим можно поставить задачу определения различных асимптотик функции Γ. В частности,

$$\Gamma_1(p^2) = \lim_{p^2/m^2 \to \infty} \Gamma(m^2,m^2;p^2)$$

$$\Gamma_2(p^2) = \lim \Gamma(p^2,p^2;0)$$

$$\Gamma_3(p^2) = \lim \Gamma(p^2,p^2,p^2)$$

В работе[4] показано, что $\Gamma_3(p^2) = \Gamma_2(p^2) \neq \Gamma_1(p^2)$

В некоторых частных случаях эти различные асимптотики могут совпадать между собой (как, например, в случае 3-вершинной функции Грина в мезонной теории), однако, в общем случае они отличны друг от друга и для определения каждой из них требуется решать отдельное уравнение Ли.

4. Первый пример: 4-мезонная функция Грина в нелинейной мезонной теории

В качестве первой иллюстрации к изложенной выше общей программе рассмотрим ультрафиолетовые асимптотики 4-мезонной функции Грина в модельной нелинейной мезонной теории с лагранжианом взаимодействия

$$\mathcal{L} = \frac{h}{4} : \varphi^4 :$$

Определяя 4-мезонную вершинную функцию с помощью четвертой вариационной производной

$$\frac{1}{S_0}\left\langle \frac{\delta^4 S}{\delta\varphi(p')\,\delta\varphi(q')\,\delta\varphi(-p)\,\delta\varphi(-q)} \right\rangle = \delta(p'+q'-p-q)\frac{6ih}{(2\pi)^4}\,\Box(p',q';p,q;h), \qquad (4.\mathrm{I})$$

получаем выражение для инвариантного заряда в виде

$$h\varphi(k^2;h) = h\Box(k^2;h)\,d^2(k^2;h) \qquad (4.2)$$

где в соответствии с (2.2) $\Box(k^2;h)$ получено из $\Box(p',q';p,q;h)$ следующей процедурой. Представляя $\Box(p',q';p,q,h)$ в виде функции $\tilde{\Box}$ от скалярных переменных, например, следующим образом

$$\Box(p',q',p,q) = \tilde{\Box}(p'^2,q'^2,p^2,q^2,(p'-p)^2,(p+q)^2), \qquad (4.3)$$

положим, что все шесть аргументов функции $\tilde{\Box}$ имеют большие асимптотически равные (в логарифмическом смысле) значения k^2 (симметричная асимптотика). Тогда

$$\Box(k^2,h) = \tilde{\Box}(k^2,k^2,k^2,k^2,k^2,k^2;h) \qquad (4.4)$$

Уравнение Ли для инвариантного заряда имеет вид

$$\frac{\partial h\varphi(x;h)}{\partial x} = \frac{h\varphi(x;h)}{x}\,\Phi(h\varphi(x,h)) \qquad (4.5)$$

где функция Φ определена соотношением

$$\Phi(h) = \left[\frac{\partial}{\partial\xi}\varphi_0(\xi,h)\right]_{\xi=1} \qquad (4.6)$$

$x = \ln \frac{k^2}{\lambda^2}$, λ – импульс нормировки.

Функция φ_0 определяется из обычной теории возмущений. Ограничиваясь низшим порядком теории возмущений, имеем

$$\square(p',q',p,q:h) = 1 - \frac{3h}{4\pi^2} \ln \frac{(p-p')^2 (p-q')^2 (p+q)^2}{\lambda^{6}} + O(h^2) \tag{4.7}$$

$$d(k^2, h) = 1 + O(h^2)$$

Отсюда с помощью (4.4), (4.2) и (4.6) получаем

$$\varphi_0(x,h) = 1 - \frac{9h}{4\pi^2} \ln x \tag{4.8}$$

$$\Phi(h) = -\frac{9h}{4\pi^2}$$

Подставляя (4.8) в (4.5), находим

$$\frac{\partial \varphi(x,h)}{\partial x} = -\frac{9h}{4\pi^2} \frac{\varphi^2(x,h)}{x}$$

Решая это уравнение, приходим к выражению для инвариантного заряда

$$h\varphi(x,h) = \frac{h}{1 + \frac{9h}{4\pi^2} \ln x} \tag{4.9}$$

Переходим теперь к нахождению различных асимптотик функции $\tilde{\square}$. Обозначим через $\square_i(x,h)$ асимптотическую форму функции $\tilde{\square}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6; h)$ при стремлении одного из ее шести аргументов или какой-либо группы из этих шести аргументов к одинаковому асимптотическому пределу x. Например,

$$\square_1(x,h)=\tilde{\square}(x,z,z,z,z,z;h)\big|_{x\gg z}$$

$$\square_2(x,h)=\tilde{\square}(z,z,z,z,x,z;h)\big|_{x\gg z}$$

$$\square_3(x,h)=\tilde{\square}(z,z,z,z,z,x;h)\big|_{x\gg z}$$

$$\square_4(x,h)=\tilde{\square}(z,z,z,z,x,x;h)\big|_{x\gg z}$$

$$\square_5(x,h)=\tilde{\square}(x,x,x,x,x,x;h)$$

и т.д.

Функции $\square_2, \square_3$ соответствуют "рассеянию вперед" мезона с большой энергией, $\square_4$ соответствуют рассеянию с большой передачей импульса.

Уравнения Ли для функций $\square_i$ имеют вид

$$\frac{\partial \ln \square_i(x,h)}{\partial x}=\frac{1}{x}\Psi_i\left(h\varphi(x;h)\right) \tag{4.10}$$

где

$$\psi_i(h)=\left[\frac{\partial}{\partial \xi}\square_i^0(\xi;h)\right]_{\xi=1}$$

а $\square_i^0$ – выражения для $\square_i$, полученные с помощью обычной теории возмущений.

Замечая, что согласно (4.7)

$$\tilde{\square}^0(x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6;h)=1-\frac{3h}{4\pi^2}\ln\left|(x_1+x_2+x_3+x_4-x_5-x_6)x_5x_6\right|$$

находим

$$\Box_1^{\circ}(x,h) = 1 - \frac{3h}{4\pi^2}\ln x \qquad , \qquad \Box_2^{\circ}(x,h) = 1 - \frac{3h}{2\pi^2}\ln x$$

$$\Box_3^{\circ}(x,h) = 1 - \frac{3h}{2\pi^2}\ln x \qquad , \qquad \Box_4^{\circ}(x,h) = 1 - \frac{9h}{4\pi^2}\ln x$$

$$\Box_5^{\circ}(x,h) = 1 - \frac{9h}{4\pi^2}\ln x$$

Эти формулы удобно объединить в виде

$$\Box_i^{\circ}(x,h) = 1 - \frac{9h}{4\pi^2} S_i \ln x$$

$$S_1 = \frac{1}{3} \quad , \quad S_2 = S_3 = \frac{2}{3} \quad , \quad S_4 = S_5 = 1$$

Находим теперь

$$\Psi_i(h) = -\frac{9h}{4\pi^2} S_i$$

Подставляя это выражение ~~(4.3)~~ в квадратуру уравнения (4.10)

$$\ln \frac{\Box_i(x,h)}{\Box_i(x_0,h)} = \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{x}\, \Psi_i\big(h\varphi(x,h)\big)$$

получаем

$$\Box_i(x,h) = \left[\varphi(x,h)\right]^{S_i}$$

т.е.

$$\left.\begin{aligned} \Box_1(x,h) &= \left(1 + \frac{9h}{4\pi^2}\ln x\right)^{-1/3} \\ \Box_2(x,h) = \Box_3(x,h) &= \left(1 + \frac{9h}{4\pi^2}\ln x\right)^{-2/3} \end{aligned}\right\} \quad (4.11)$$

$$\Box_4(x;h)=\Box_5(x;h)=\left(1+\frac{gh}{4\pi^2}\ln x\right)^{-1}$$

Функция $\Box_5$ совпала с φ, чего и следовало ожидать с самого начала. Из формул (4.II) вытекает, что все асимптотики 4-вершинной функции $\Box$ пропорциональны степеням инвариантного заряда φ. Однако, эти степени зависят от выбора комбинации асимптотически скалярных переменных и для их определения необходимо использовать данные теории возмущений.

5. Второй пример. Рассеяние мезона на нуклоне в двух-зарядной псевдоскалярной теории

Здесь мы рассмотрим асимптотическое поведение матричного элемента для рассеяния при больших энергиях мезона на нуклоне с большой передачей импульса от мезона к нуклону в двухзарядной псевдоскалярной теории с лагранжианом

$$\mathcal{L}=g:\bar\psi\gamma^5\tau_i\psi\varphi_i:+\frac{h}{4}:\varphi_i\varphi_i\varphi_k\varphi_k: \tag{5.I}$$

Прежде чем приступить к исследованию асимптотики, сделаем некоторые замечания относительно двухзарядной мезонной теории.

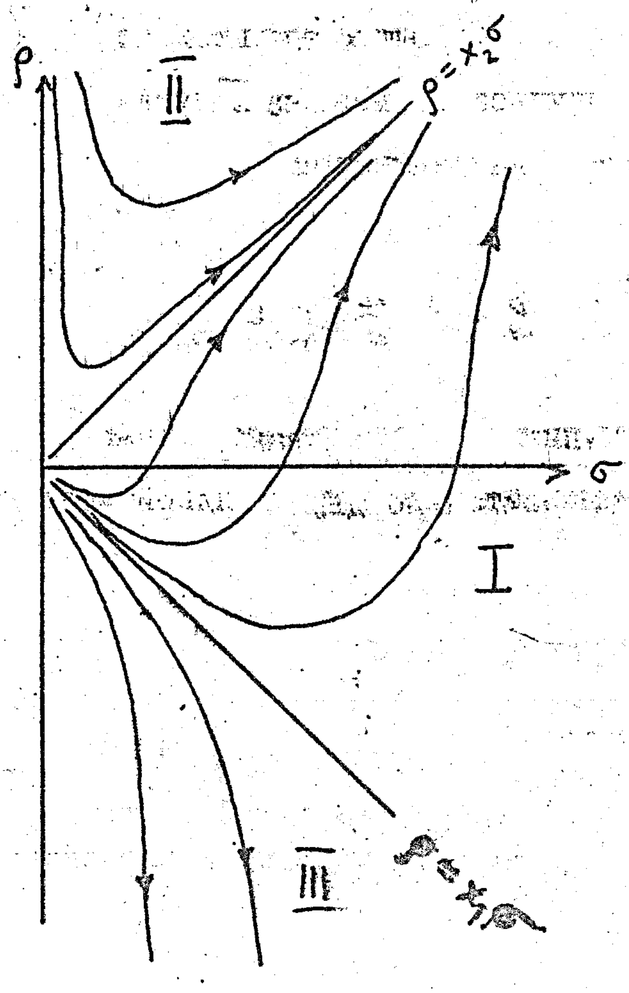
В работе[5] показано, что импульсные асимптотики в этой теории существенно зависят от соотношения между зарядами g и h. Оказывается, что вблизи начала координат фазовую плоскость инвариантных зарядов (ρ, σ) можно разбить на 3 области, ограниченные прямыми $\sigma = 0$, $\rho = x_{1,2}\,\sigma$ x)

---

x) В симметричной заряженной теории $x_1 = -8/11$, $x_2 = 1$

в нейтральной теории $x_1 = \frac{-1-\sqrt{145}}{18}$, $x_2 = \frac{-1+\sqrt{145}}{18}$

Асимптотические инвариантные заряды в этих областях по разному ведут себя. При любых ("больших") значениях импульсов точка σ, ρ остается в той же области этой плоскости, где лежала точка g^2, h. При увеличении p^2 точка σ, ρ передвигается вдоль соответствующей кривой фиг. I. в направлении, указанном стрелкой.



Фиг. 1

В пределе "очень больших импульсов" в областях $\mathrm{I}\ (x_2\sigma \geq \rho > x_1\sigma)$ и $\mathrm{II}\ (\rho > x_2\sigma)$ точка (σ, ρ) выходит на асимптотическую прямую $\rho = x_2\sigma$ и теория не отличается от однозарядной. В области же $\mathrm{III}\ (\rho < x_1\sigma)$ в пределе "очень больших импульсов" $|\rho| \gg |\sigma|$, и теория близка к однозарядной теории, один из примеров для которой был рассмотрен выше (§ 4).

Всюду ниже мы будем полагать, что точка (g^2, h) лежит в одной из областей I, П-фазовой плоскости (ρ, σ), т.е. что величины g^2 и h, ρ и σ – одного порядка.

Перейдем теперь к рассеянию мезона на нуклоне. Матричный элемент этого процесса может быть записан в виде

$$Q = \frac{\delta(p_1 + k_1 - p_2 - k_2)}{4\pi^2 i\sqrt{k_1^0 k_2^0}}\, \bar{u}(p_1) M u(p_2) \tag{5.2}$$

В дальнейшем нас будет интересовать только величина M. Во втором порядке теории возмущений M может быть записана в виде (см., например /2/x)):

$$M_2 = \frac{g^2}{2}\left[\frac{\hat{p}_1 + \hat{k}_1 - m}{(p_1+k_1)^2 - m^2} + \frac{\hat{p}_1 - \hat{k}_2 - m}{(p_1 - k_2)^2 - m^2}\right], \tag{5.3}$$

---

x) Два члена суммы соответствуют двум диаграммам Фейнмана фиг.2.

или для реального процесса $(\hat{k}_1 = \hat{k}_2 = \hat{k})$ рассеяния при больших энергиях с большой передачей импульса от мезона к нуклону $(k_1^0 \approx p_2^0 \gg k_2^0, m)$ xx)

$$M_2 = \frac{g^2\hat{k}}{2}\left(\frac{1}{2mk_1^0 + \mu^2} + \frac{1}{2mk_2^0 - \mu^2}\right) \approx \frac{g^2\hat{k}}{4mk_2^0} \tag{5.4}$$

---

xx) Рассмотрение проводится в лабораторной системе координат $p_1 = (m, 0, 0, 0)$

Фиг 2

Функцию M можно записать в виде суммы двух членов, один из которых имеет ту же операторную структуру, что и M_2, а второй имеет иную операторную структуру:

$$M = M_2 R + M' \tag{5.5}$$

Величина R при $g \to 0$ обращается в I. Функция M' при больших энергиях вносит малый вклад в сечение.

Обозначим теперь $x = mk^0/\lambda^2$ (λ – импульс нормировки). В дальнейшем нас будет интересовать асимптотическая форма R при больших x. Уравнение Ли для функции R имеет вид:

$$\frac{\partial \ln R(x, g^2, h)}{\partial x} = \frac{1}{x} \tau\left(g^2 \psi(x, g^2; h); h\varphi(x, g^2; h)\right), \tag{5.6}$$

где

$$\tau(g^2, h) = \left[\frac{\partial}{\partial \xi} R^0(\xi, g^2; h\right]_{\xi=1} \tag{5.7}$$

а R^0 – выражение для R, полученное с помощью обычной теории возмущений.

Простой расчет эффектов четвертого порядка дает

$$R^0 = 1 - \frac{g^2}{16\pi^2}\ln x \tag{5.8}$$

Отсюда

$$\tau = -\frac{g^2}{16\pi^2} = -\frac{1}{5}\cdot\frac{5g^2}{16\pi^2} \tag{5.9}$$

Подставляя теперь (5.9) в квадратуру уравнения (5.6)

$$\ln\frac{R(x,g^2,h)}{R(x_0,g^2,h)} = \int_{x_0}^{x}\frac{dx}{x}\,\tau\left(g^2\psi(x;g^2,h);h\varphi\right)$$

находим

$$R = \left[\psi(x;g^2,h)\right]^{-1/5} \tag{5.10}$$

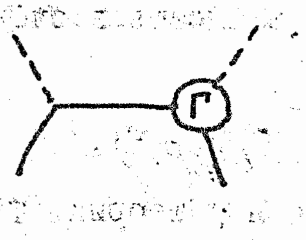
т.е. (воспользовавшись результатами[2,3,5])

$$R = \left(1 - \frac{5g^2}{16\pi^2}\ln x\right)^{\frac{1}{5}}$$

Полученный результат можно также записать в виде

$$R = \Gamma \tag{5.11}$$

Это естественным образом вытекает из того факта, что вклад в R в используемом приближении дает лишь диаграмма фиг.3, (аналогично изложенному в[6]).



Фиг.3.

и что функция $\Gamma(p^2)$ в мезонной теории (как указывалось ранее в § 3) совпадает с $\Gamma_2(p^2)$. ~~Все остальные поправки не дают вклада в R~~.

6. Специальный случай. Симметричные асимптотики высших функций Грина

Существует, однако, специальный случай, когда асимптотики высших функций Грина могут быть написаны без расчета поправок к интересующим нас процессам. Это – случай симметричных асимптотик высших функций Грина, когда все их скалярные аргументы устремлены к одному (большому) значению p^2. Случай этот не имеет отношения к реальным физическим процессам рассеяния, так как в последних квадраты импульсов реальных частиц равны квадратам масс m_i^2.

Высшие функции Грина для процесса, в котором участвуют b бозонов и $2f$ фермионов ($b+2f=n+2$) мы определим следующим образом. Введем вначале функцию $\mathcal{G}$:

$$\frac{1}{S_0}\left\langle \frac{\delta^{n+2} S}{\delta\varphi_1(p_1)\ldots\delta\varphi_b(p_b)\delta\bar\psi_1(k_1)\ldots\delta\psi_f(k'_f)}\right\rangle_0 =$$

$$= \delta\left(\Sigma p_i + \Sigma k_j + \Sigma k'_\ell\right)\mathcal{G}(\ldots p\ldots k\ldots k'\ldots) \qquad (6.1)$$

Из теории возмущений $\mathcal{G}$ можно записать в следующем виде:

$$\mathcal{G} = \sum_\ell g_1^{n_\ell} g_2^{m_\ell}\ldots\ \mathcal{G}_\ell(\ldots p\ldots\ldots)\, R_\ell(\ldots p\ldots) \qquad (6.2)$$

Здесь $g_1, g_2, \ldots$ – константы связи теории. Функции $\mathcal{G}_\ell$

определяются низшими порядками теории возмущений (аналогично функции M_2 в предыдущем примере). Безразмерные функции R_ℓ обладают тем свойством, что при $g_1, g_2, \ldots \to 0$, $R_\ell \to 1$. Эти функции R_ℓ мы и будем называть в дальнейшем функциями Грина[x)], имея в виду то, что функции $\mathcal{G}_\ell(\ldots p \ldots)$ нам известны.

---

x) Отметим, что определение (6.I) соответствует обычному определению вершинных функций. В простейших случаях одночастичных функций Грина оно соответствует поляризационному и массовому операторм.

Последующую процедуру удобно провести на примере двухзарядной псевдоскалярной мезонной теории (5.I). В этом случае мы имеем две константы связи g и h. Безразмерные функции R_ℓ удобно считать зависящими от безразмерных величин, например, $x_{ik} = (p_i p_k)/\lambda^2$ (λ – импульс нормировки инвариантных зарядов). Возьмем теперь в качестве $\mathcal{G}_\ell$ функции, получающиеся в первом неисчезающем приближении теории возмущений и запишем $\mathcal{G}$ в виде:

$$\mathcal{G} = \sum_\ell g^{\alpha_\ell} h^{\beta_\ell} \mathcal{G}_\ell(\ldots p_i \ldots)\, R_\ell(\ldots x_{ik} \ldots ; g^2, h) \qquad (6.3)$$

Тогда легко видеть, что

$$\alpha_\ell + 2\beta_\ell = n = b + 2f - 2$$

Заметим теперь, что из инвариантности S – матрицы относительно преобразований ренормализационной группы, в соответствии с (6.I), (6.3) следует, что функция R_ℓ, домноженная на факторы

Объединенный институт ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

s и d, "компенсирующие" степени производной (6.I), инвариантна при этих преобразованиях, ~~то~~ т.е. в случае симметричной асимптотики

$$\rho^{\beta}(t)\,\sigma^{\frac{\alpha}{2}}(t)\,d^{\frac{\ell}{2}}(t)\,s^{f}(t)\,R_\ell\left(\frac{x_{ik}}{t}, \sigma(t), \rho(t)\right) = g^{\alpha} h^{\beta} R_\ell(x; g^2; h) \tag{6.5}$$

Здесь $x_{ik} \sim \frac{p^2}{\lambda_0^2} = x$; $t = \frac{\lambda_1^2}{\lambda_0^2}$

$$R_\ell(x; g^2, h) = R_\ell(\dots x, x, x, \dots; g^2, h) \tag{6.6}$$

Положив теперь

$$t = x$$

получим

$$g^{\alpha} h^{\beta} R_\ell(x; g^2, h) = \rho^{\beta}(x)\,\sigma^{\frac{\alpha}{2}}(x)\,d^{\frac{\ell}{2}}(x)\,s^{f}(x)\,R_\ell(1; g^2\delta(x); h\varphi(x))$$

или, воспользовавшись результатами /5/:

$$\sigma(x) = g^2\delta(x), \quad d = \delta(x)^{-\alpha_d}, \quad s = \delta(x)^{-\alpha_s}$$
$$\rho(x) = x_2\sigma(x), \quad \delta = \left(1 - \frac{5g^2}{16\pi^2}\ln x\right)^{-1}, \tag{6.7}$$

Сократим обе части на $g^{\alpha} h^{\beta}$:

$$R_\ell(x, g^2, h) = \left(1 - \frac{5g^2}{16\pi^2}\ln x\right)^{S} R_\ell(1; g^2\delta; h\varphi) \tag{6.8}$$

где

$$S = 1 - \frac{\ell}{2}(1 - \alpha_d) - f(1 - \alpha_s) \tag{6.9}$$

В симметричной заряженной теории $\alpha_s = -\frac{3}{10}$, $\alpha_d = -\frac{4}{5}$ и

$$S = \frac{10 - 7f - \ell}{10} \tag{6.9c}$$

в нейтральной теории $\alpha_s = -1/10$, $\alpha_d = -2/5$ и

$$s = \frac{10 - 9f - 3b}{10} \tag{6.9н}$$

Соотношения (6.8), (6.9) дают симметричную асимптотику функции Грина для процесса, в котором участвуют b пионов и $2f$ нуклонов. Этот результат совпадает с соотношениями (I9)–(2I) работы Конума и Умезава[I/x)].

---

x) Так как мы используем двухзарядную теорию, формулы (2IA) и (2IB) из[I] у нас заменяются одной формулой (6.9), совпадающей с (2IA) из[I].

---

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе был рассмотрен общий способ получения асимптотик высших функций Грина. Показано, что в ряде важных случаев асимптотики высших функций Грина действительно описываются формулами типа (I9), (20) из работы Конума и Умезава[I] (наша формула (6.9)).

Однако показатели степеней s, вообще говоря, зависят не только от числа внешних линий, но также от способа выбора группы скалярных аргументов, по отношению к которым рассматривается асимптотическое поведение. Формулы Конума и Умезава оказываются верными только в частном случае симметричных асимптотик высших функций Грина.

Для определения коэффициентов s поэтому необходимо иметь данные расчетов теории возмущений на один порядок выше, чем указано в работе /I/. Фактически нужно рассчитывать вклад только от сильно связных несводимых диаграмм, поскольку все остальные поправки учитываются при расчете низших функций Грина. В работе /8/ эта задача в двухзарядной мезонной теории решена для одного частного класса случаев.

Существенно, что рассмотренным методом можно изучать асимптотическое поведение функций Грина для реальных физических процессов рассеяния, к которым результаты Конумы и Умезавы /I/ вообще говоря, не применимы.

Авторы благодарны В.Л.Березинскому за полезное обсуждение.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. M.Konuma and H.Umezawa, Nuovo Cimento, @ 4, I46I (I956).

2. Н.Н.Боголюбов и Д.В.Ширков "Введение в теорию квантованных полей", Гостехиздат, I957 год, гл.УШ, 5.

3. N.N.Bogoliubov and D.V.Shirkov, Nuovo Cim., 3, 845 (I956).

4. V.Z.Blank and D.V.Shirkov, Nuclear Physics, 2, 356 (I956/57).

5. И.Ф.Гинзбург, ДАН СССР, II0, 535 (I956).

6. И.Ф.Гинзбург "Асимптотическое поведение матричных элементов в двухзарядной мезонной теории".

x x

x