ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

М.В. Миллер

Р-1590

РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ФОКУСИРУЮЩИХ СИСТЕМ ДЛЯ ПУЧКОВ ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ

Дубна 1964

Миллер В.В. P-1590

Расчет магнитных фокусирующих систем для пучков частиц высокой энергии

Статья обзорного характера. Описываются свойства линз и фокусирующих магнитов, а также способы расчета простейших систем. Большое внимание уделяется принципам построения сложных магнитных систем, компенсации дисперсии и аберраций и т.д. Обзор знакомит с современными способами создания пучков частиц.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна. 1964.

Miller V.V. P-1590

Calculation of Magnetic Focusing Systems for Beams of High Energy Particles

This is a survey article. The properties of lenses and focusing magnets are described as well as the methods of calculating the simplest systems. Great attention is paid to the principles of constructing complicated magnetic systems, the compensation of dispersion and aberrations etc. Modern metnods of beam production are reviewed.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna. 1964.

М.В. Миллер

Р-1590

РАСЧЕТ МАГНИТНЫХ ФОКУСИРУЮЩИХ СИСТЕМ ДЛЯ ПУЧКОВ ЧАСТИЦ ВЫСОКОЙ ЭНЕРГИИ

Дубна 1964

1. Введение

При работе с частицами высоких энергий, которые рождаются в мишенях ускорителей, очень важную роль играет получение интенсивных пучков частиц с хорошо известными параметрами. Требования к характеристикам пучка могут быть различными, но обычными требованиями является небольшой разброс частиц по импульсу, хорошая локализация пучка и т.д. При работе с пузырьковыми камерами большой интерес представляют взаимодействия редких (по сравнению с π -мезонами и протонами) частиц – K -мезонов и антипротонов. Пузырьковые камеры допускают загрузку $\sim$10–20 частиц на снимок. Поэтому, если работать с неочищенными от π -мезонов пучками (с содержанием K -мезонов и $\tilde{p}$ ~ 1/100–1/10000), то интересные события будут очень редки. Кроме того, возникает сложная задача определения природы частицы, вызвавшей данное взаимодействие. Для преодоления этих трудностей на современных ускорителях созданы специальные устройства, позволяющие пространственно разделить пучок частиц с выделенным импульсом на пучки частиц с разными массами (например, π^-, K^- и $\tilde{p}$). Как и в обычных масспектрометрах, это разделение происходит под действием электрического поля. Но несмотря на большую длину и огромную напряженность полей, применяемых в сепараторах, пространственное разделение частиц при импульсах 1,5–5 Гэв/с весьма мало ($\lesssim$ 1 см). Поэтому для эффективного разделения частиц необходимо фокусировать частицы так, чтобы ширина пучка в направлении разделения не превышала 2–3 мм. Эти высокие требования к качеству фокусировки при создании чистых пучков привели к разработке сложных магнитно-оптических систем, без которых невозможно провести большинство опытов на ускорителях. Новые разработки по магнитным системам описаны, главным образом, в докладах различных конференций и внутренних отчетах лабораторий. Большинство этих материалов малодоступны, и, кроме того, их понимание затруднено почти полным отсутствием литературы на русском языке по принципам построения магнитных систем.

Настоящий обзор ставит своей целью в некоторой степени восполнить этот пробел, хотя из-за малости объема обзора в ряде важных пунктов пришлось ограничиться литературными ссылками. В частности, особенности магнитной оптики в каналах чистых пучков и сепараторы будут рассмотрены в отдельном обзоре.

II. Элементы магнитных систем

§ 1. Движение частиц в произвольном магнитном поле

Поле всех магнитных устройств, обычно применяемых на ускорителях, характеризуется наличием плоскости симметрии или оси симметрии (для линз). Назовем эту плоскость медианной. В силу симметрии магнитное поле на этой плоскости будет нормально к ней. Магнитное поле в пространстве, свободном от токов, удовлетворяет уравнениям

$$div\ \vec{B} = 0; \quad rot\ \vec{B} = 0. \tag{1}$$

Поэтому знания поля в медианной плоскости достаточно, чтобы описать поле во всем пространстве. Однако практически погрешности измерений (особенно высших производных $\vec{B}$) позволяют сделать заключение о картине поля лишь в небольшой области вблизи медианной плоскости. Углы раствора пучков обычно весьма малы ($1-5^o$), и отклонения частиц от медианной плоскости редко превышают 7–10 см. Поэтому мы будем считать, что $\vec{B}$ всегда перпендикулярен скорости частицы (если не оговорено противное).

В магнитном поле частица движется по траектории с радиусом кривизны, определяемым силой Лоренца. Удобная для практических вычислений формула имеет вид

$$R = p / 0{,}29978\, Z\, B\ , \tag{2}$$

где радиус кривизны R измеряется в метрах, импульс частицы P – в Гэв/с, B – в тесла (1 тл $=1$ вб/м^2 $=10000$ гаусс), Z –заряд частицы – в элементарных зарядах. На длине пути ds частица изменяет направление скорости в плоскости, перпендикулярной к B, на угол (в радианах)

$$d\phi = 0{,}29978\, Z\, B\, ds / p. \tag{2'}$$

Очень часто мишень ускорителя помещается в значительном магнитном поле, поэтому расчет магнитной системы должен начинаться с определения направления движения вторичных частиц с импульсом p_o (вылетающих из мишени под определенным углом a_o к первичному пучку) в области, где поле B равно нулю. Естественна и другая постановка задачи: в какое место надо поставить мишень, чтобы по данному направлению (в области, где $B = 0$) двигались частицы с $P = P_o$, испущенные из мишени под углом a_o? Подразумевается, что движение происходит в медианной плоскости магнита ускорителя.

В случаях, где не требуется высокой точности, допустим графический метод построения траектории, сущность которого ясна из рис. 1. Большая точность достигается при аналитическом вычислении траектории /1,2/. Введем цилиндрическую систему координат (R, ϕ). Если нам известна точка траектории частицы (в медианной плоскости) с координатами R_i, ϕ_i, причем касательная к траектории образует угол a_i с радиус-вектором (см. рис.2), то $(i+1)$ –ая точка траектории на расстоянии Δs от первой будет иметь координаты R_{i+1}, ϕ_{i+1} и угол касательной с радиусом a_{i+1}, причем

$$R_{i+1} = R_i + \Delta s \cos a_i - \Delta s^2 \sin a_i / 2\rho_i + \Delta s^2 \sin^2 a_i / 2R_i ,$$

$$\phi_{i+1} = \phi_i + \Delta s \sin a_i / R_{i+1} + \Delta s^2 \cos a_i / 2\rho_i R_{i+1} \qquad (3)$$

$$a_{i+1} = a_i + \Delta s / \bar{\rho} + (\phi_{i+1} - \phi_i) ; \quad (\Delta s \ll \rho_i , \ \Delta s \ll R_i).$$

Здесь ρ_i –радиус кривизны траектории является функцией R и ϕ и вычисляется для каждой точки из известной топографии поля. $\bar{\rho}$ – средний радиус кривизны на рассматриваемом элементе Δs . На рис. 2 $\rho/R<0$. Для вычислений в декартовой системе координат можно преобразовать формулы (3), считая $R \to \infty$.

Если известна осевая траектория в медианной плоскости для частиц с $p = p_0$, то можно исследовать фокусирующие свойства поля.

Рассмотрим произвольную траекторию частицы с импульсом $p_0 + dp$. Введем криволинейную систему координат, оси которой направлены по радиусу кривизны осевой траектории (x) , вертикали (y) и скорости частицы в данной точке осевой траектории (s) . Тогда x и y будут проекциями расстояния между траекториями на горизонтальную и вертикальную плоскости. Если $dp/p_0 \ll 1$ и $x/R \ll 1$, где R – радиус кривизны осевой траектории, и если можно считать магнитное поле обладающим достаточно малой второй производной $((x/2)\partial^2 B_y/\partial x^2 \ll \partial B_y/\partial x)$, то для изменений x и y вдоль осевой траектории мы получим (в линейном приближении) уравнения

$$d^2x / ds^2 + (1-n)\, x = dp / p_0 R \qquad (4)$$

$$d^2y / ds^2 + ny = 0. \qquad (5)$$

Это так называемые уравнения бетатронных колебаний [3] (см. также [17]). Здесь n –показатель магнитного поля: $n = -(B_y)_R (\partial B_y/\partial x)_R / R$, градиент $(\partial B_y/\partial x)_R$ вычисляется для направления, нормального к осевой траектории. Эти уравнения надо численно интегрировать вдоль осевой траектории от мишени ($s = 0$) до произвольной точки $s = s_1$, вне магнитного поля (см. рис. 3).

Выходящий пучок можно описать положением мнимой мишени. Ее определение (для горизонтальной плоскости) ясно из рис. 3а. При сильной фокусировке пучок может сходиться, образуя действительное изображение мишени. Мнимая мищень будет иметь щирину x_L , отличающуюся от истинной. Вычисление горизонтального увеличения пояснено на рис. 3б. Линейную дисперсию изображения $D = x_L p_0 / dp$, т.е. изменение положения мнимой мишени при изменении импульса частицы можно найти, интегрируя уравнение (4) при $dp/p_0 \neq 0$, $x_0 = 0$, $x_0' = 0$ (см. рис. 3в).

Ввиду того, что в уравнении (4) сохранены лишь члены первого порядка малости относительно x/R и dp/p_0, положение мнимой мишени для $p_0 + dp$ получается на том же расстоянии от $s=s_1$, что и для p_0.

Интегрирование уравнения (5) от $s=0$ до $s=s_1$, дает возможность вычислить положение мнимой мишени для вертикальной плоскости и соответствующее увеличение:

$$L_B = - y_1/(dy/ds)_1, \quad y_0 = 0 ; \tag{6}$$

$$M_B = y_1 - L_b (dy/ds)_1 / y_0 ; \quad (dy/ds)_0 = 0 . \tag{6'}$$

Заметим, что траектории частиц в неоднородном поле могут вычисляться на электронно-счетных машинах. Для определения положения мнимой мишени, увеличения и дисперсии вычисляются траектории при измененных начальных условиях. В этом способе легко могут быть проверены и учтены нелинейные искажения, возникающие при недостаточно медленном изменении поля или слишком больших отклонениях от осевой траектории.

§ 2. Квадрупольные магнитные линзы

Квадрупольные линзы являются основным элементом магнитных фокусирующих систем. Они достаточно описаны в литературе (см., например, /4,5, 17-20/), поэтому мы без доказательства приведем формулы, описывающие свойства линз.

Магнитный потенциал в апертуре линзы равен $V = -A\,xy$, где $A = G/\mu_0$ (G – градиент поля в тл/м). Отсюда составляющие индукции $B_x = Gy$; $B_y = Gx$ (см.рис.4). Абсолютное значение радиального градиента $|dB/dr| = G$. Индукция на полюсах у вершин гипербол равна Ga, где a – радиус вписанной окружности.

Решение гармонического уравнения движения частицы в поле линзы дает для координаты и угла[x)] вылета частицы на выходе из линзы (в случае фокусировки) выражения

$$\begin{aligned} x_\ell &= x_0 \cos\sqrt{k}\,\ell + (x_0'/\sqrt{k}) \sin\sqrt{k}\,\ell , \\ x_\ell' &= - x_0 \sqrt{k} \sin\sqrt{k}\,\ell + x_0' \cos\sqrt{k}\,\ell . \end{aligned} \tag{7}$$

Здесь k(в м$^{-2}$)=0,29978 G/p, где градиент G измеряется в тесла/метр (1 тл/м = 100 гаусс/см), p – в Гэв/с, ℓ – эффективная длина линзы, x_0 и x_0' – значения координаты и угла на входе в линзу ($z=0$). Эти результаты получены в обычном предпо-

x) Мы примем систему координат, в которой ось z направлена по осевой траектории (в направлении скорости частицы), ось x – горизонтальна ($x>0$ влево от осевой), ось y – вертикальна ($y>0$ вверх). В магнитах, где осевая траектория искривлена, мы вместо z будем писать s.

ложении о малости угла между скоростью частицы и осью ($\alpha \approx tg\,\alpha \approx x'$). Кроме того не учитывалось действие продольной составляющей поля, которая заведомо не равна нулю на торцах линзы. Определение эффективной длины линзы ясно из рис. 5а.

В другой, перпендикулярной плоскости частицы будут дефокусироваться. При этом решение имеет вид:

$$y_\ell = y_0\, ch\sqrt{k}\,\ell + (y_0' / \sqrt{k})\, sh\sqrt{k}\,\ell ,$$

$$y_\ell' = -y_0\sqrt{k}\, sh\sqrt{k}\,\ell + y_0'\, ch\sqrt{k}\,\ell . \qquad (7')$$

Рассматривая параллельный пучок на входе ($x_0' = y_0' = 0$), можно получить фокусные расстояния и положения главных плоскостей линзы (см. рис. 5б):

$$f_+ = 1/\sqrt{k}\,\sin\sqrt{k}\,\ell = \ell/\kappa\,\sin\kappa\ ;\quad f_- = -1/\sqrt{k}\,sh\sqrt{k}\,\ell = -\ell/\kappa\,sh\kappa \qquad (8)$$

$$\Delta_+ = (1-\cos\sqrt{k}\,\ell)/\sqrt{k}\,\sin\sqrt{k}\,\ell - \ell/2 \approx \ell\kappa^2(1+0{,}1\kappa^2+0{,}01\kappa^4)/24,$$

$$\Delta_- = (ch\sqrt{k}\,\ell - 1)/\sqrt{k}\,sh\sqrt{k}\,\ell - \ell/2 \approx -\ell\kappa^2(1-0{,}1\kappa^2+0{,}01\kappa^4)/24 \qquad (9)$$

Здесь безразмерный параметр $\kappa = \sqrt{k}\,\ell$. Индекс + относится к фокусировке, – – к дефокусировке, Δ – расстояние между главной плоскостью и геометрическим центром линзы. Выходная главная плоскость при фокусировке сдвинута от центра к началу линзы, при дефокусировке – к концу линзы. Входные главные плоскости расположены относительно центра симметрично выходным (см. рис. 5б).

Причина сдвига выходной главной плоскости к началу линзы качественно ясна из следующих соображений. Первая половина линзы фокусирует сильнее, чем вторая, так как пучок в ней проходит дальше от оси. Поэтому эффективный центр поворота[x)] сдвигается к началу линзы. При дефокусировке, наоборот, действие второй половины линзы сильнее.

На рис. 6 приведены графики нормированных значений $\Delta_\pm$, а также номограмма для определения ℓ/f_+ по величине параметра κ . Обычно Δ довольно малы, и главные плоскости линзы можно считать совпадающими с ее центральной плоскостью. Например, для $\ell = 1$ м и $\kappa = 0{,}8$, $f_+ = +1{,}7425$ м, $f_- = -1{,}4074$, а $\Delta_+ = +2{,}85$ см и $\Delta_- = -2{,}51$ см. Более грубым является приближение "тонкой линзы", справедливое при $\kappa \ll 1$; $f_+ = -f_- = \ell/\kappa^2 = 1/k\ell$ (сравни щкалы ℓ/f_+ и κ^2 на рис. 6).

Очень полезным является весьма точное соотношение между f_+ и f_- /12/:

$$f_+ + f_- \approx \ell[\,1+\kappa^4(1/90 + 1/840)\,]\ . \qquad (10)$$

---

x) Точка пересечения входной и выходной траекторий.

Так как обычно $\kappa < 1$, то поправочный член в формуле (10) не превышает 1%. Значительно большие погрешности чаще возникают из-за неточностей при определении ℓ (из-за зависимости ℓ от G и r).

Формулы (11) связывают изменение импульса частицы с изменением фокусных расстояний линзы:

$$df_+ / f_+ \approx (1 + \kappa \, ctg \, \kappa) \, dp / 2p_0 \approx (1 - \kappa^2/6 - \kappa^4/90) \, dp/p_0$$
$$df_- / f_- \approx (1 + \kappa \, cth \, \kappa) \, dp / 2p_0 \approx (1 + \kappa^2/6 - \kappa^4/90) \, dp/p_0 . \qquad (11)$$

Графики функций $(\frac{df}{f})/(\frac{dp}{p_0})$ также показаны на рис. 6. Выше была изложена теория идеальной линзы с "прямоугольной" моделью поля. Можно апроксимировать реальную зависимость $B_r(z)$ (рис. 5а) подходящей функцией, дающей возможность аналитического решения уравнения движения в линзе. Можно применить /5,6/ функцию (ℓ_0 –геометрическая длина полюсов)

$$B_r(z) = \begin{cases} B_{r_0} / [1 + (z + \ell_0/2 - z_0)^2 / b^2]^2 & -\infty < z < -\ell_0/2 + z_0 \\ B_{r_0} & -\ell_0/2 + z_0 < z < \ell_0/2 - z_0 \\ B_{r_0} / [1 + (z - \ell_0/2 + z_0)^2 / b^2]^2 & \ell_0/2 - z_0 < z < +\infty . \end{cases} \qquad (12)$$

Параметры z_0 и b зависят от апертуры линзы a , а также от деталей конструкции обмотки, сорта железа и т.д. Для линз ЦЕРН'а типичные значения $z = 0{,}625a$, $b = 1{,}47a$. Для линз типа МЛ16 ($a = 13$ см , $\ell_0 = 100$ см) и МЛ17 ($a = 13$ см, $\ell_0 = 60$ см) приближенные величины этих параметров, дающие правильное значение эффективной длины, равны $z_0 \sim 0{,}650a$, $b \sim 1{,}42a$. Следует, однако, отметить, что формула (12) для этих линз не очень хорошо описывает реальную зависимость B_r от z : экспериментальные значения внутри линзы выше, а при больших z ниже значений, даваемых формулой (12).

Интегрирование по z зависимости $B_r(z)$, даваемой формулой (12), дает для эффективной длины линзы формулу:

$$\ell = \ell_0 (1 - 2z_0 + 0{,}5 \pi b) . \qquad (13)$$

В работах Гриве и Септье /5/ проведено подробное экспериментальное изучение свойств квадрупольных линз. Эти авторы нашли, что экспериментальные значения градиентов, необходимые для фокусировки, обычно превышают рассчитанные из "прямоугольной" модели на 1-1,5% (максимально - 3% при сильной фокусировке). Модель с постепенным спадом поля (формула (12)) дает несколько лучшую точность.

Заметные погрешности вносит непостоянство градиента G при увеличении r, которое становится заметным при $r \geq 0{,}7a$ x). Отклонения связаны главным образом с "обрезанием" гиперболических полюсов и насыщением железа при больших индукциях. Разные авторы предлагают различные видоизменения формы полюсов для того, чтобы увеличить область с "хорошим" полем /5,6/. Предлагались также специальные насадки на торцах линзы для уменьшения зависимости ℓ от x и y /5,6/. При увеличении индукции ℓ немного уменьшается из-за насыщения железа на торцах. Уменьшение ℓ достигает 1-3% /6/.

В рассеянном поле линзы кроме компонент B_x и B_y присутствует также компонента B_z. Ее действие приводит к связи между горизонтальным и вертикальным движением частицы в линзе, которая не учитывалась изложенной выше теорией. При этом на входе в линзу и выходе из нее действие B_z, вообще говоря, не компенсируется. Однако из-за малости скоростей v_x и v_y возникающие сферические аберрации невелики /5,6/. Осуществление квадрупольного магнитного поля возможно не только в линзах с круговой апертурой и гиперболическими полюсами. Панофский и Хенд /7/, используя идею Пиччиони, создали линзу с прямоугольной апертурой, в которой поле создается токами обмоток и их зеркальными отражениями в железе ярма. Фотография такой линзы показана на рис. 7. "Линзы Панофского" менее экономичны, чем линзы с гиперболическими полюсами. Конфигурация поля в них зависит от точности изготовления обмоток /8/. Преимуществом этих линз является возможность более полного использования апертуры линзы, так как пучок всегда вытянут в одном направлении (см. § 4).

Работа Панофского и Хенда вызвала новые разработки, из которых следует отметить новый тип полюсов, предложенный в Брукхэвене /8/ (см. рис. 8а). Вычисления, на основе которых была сконструирована линза, учитывали не только поле, создаваемое железными полюсами, но и поле обмотки /9/. В отличие от линз с гиперболическими полюсами в новых линзах обмотки максимально приближены к полезной апертуре линзы. На рис. 8б показан внешний вид такой линзы. На торцах обмотки прижаты к полюсам. Это уменьшает рассеянное поле. Измерения показывают, что эти линзы обладают весьма малыми сферическими аберрациями и большим постоянством ℓ по всей апертуре линзы.

Заслуживают также внимания линзы, в которых поле хорошо скорректировано в сравнительно узких областях вдоль осей x и y /10/. По экономичности эти линзы,

---

x) Эффективные длины, измеренные для поля и градиента, вообще говоря, несколько различаются /5,6/. В уравнения движения входит градиент, усредненный от 0 до r. Поэтому следует пользоваться ℓ, полученной при измерениях B. Иногда определяют ℓ по формуле $\ell B_{z=z=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} B(r,z)\,dz$, включая зависимость B от r в зависимость ℓ от r /6/.

так же как и линзы, разработанные в Брукхэвене, не уступают "гиперболическим" [10]. Расчет квадрупольных линз без железа описан в статье [27/x)].

§ 3. Магниты

Функции магнитов в ионно-оптических системах часто не ограничиваются направлением пучка в нужном направлении и выделением интервала импульсов. Используя магниты с неоднородным полем, можно совместить функции линзы и магнита и обеспечить поворот и фокусировку пучка [11]. Это особенно ценно для пучков нестабильных частиц, так как позволяет сократить длину магнитной системы. Мы рассмотрим общий случай сильнофокусирующего магнита, а затем некоторые частные случаи. Будем считать, что магнитное поле в медианной плоскости магнита (см. рис. 9) меняется по закону $B_y(r) = B_y(R)(R/r)^n$, где n – постоянный показатель поля. Предполагается, что на осевой траектории $r = R = const$. Рассмотрим сначала случай, когда траектория на входе и выходе из магнита перпендикулярна эффективной границе поля. Осевая траектория делает в магните поворот на угол $\phi_0 = \ell/R$. В нашем случае уравнение (4) для горизонтального движения может быть легко проинтегрировано. Пусть сначала $dp/p_0 = 0$ и $n<1$. Тогда для случая входного параллельного пучка на выходе из магнита имеем

$$x_{\phi_0} = x_0 \cos(\sqrt{1-n}\,\ell/R) = x_0 \cos\omega; \quad x'_{\phi_0} = -(x_0\sqrt{1-n}/R)\sin(\sqrt{1-n}\,\ell/R) = -(x_0\,\omega/\ell)\sin\omega, \tag{14}$$

где $\omega = \sqrt{1-n}\,\ell/R = \sqrt{1-n}\,\phi_0$. Отсюда легко получить тем же способом, что и для квадрупольной линзы, выражения для фокусного расстояния f_{r_+} и расстояния Δ_{r_+} между выходной главной плоскостью и центральной плоскостью магнита $(\phi = \phi_0/2)$.

$$f_{r_+} = R\sin(\sqrt{1-n}\,\ell/R)/\sqrt{1-n} = \ell/\omega\sin\omega \tag{15}$$

$$\Big\} \; n<1$$

$$\Delta_{r_+} = \ell(1-\cos\omega)/\omega\sin\omega - \ell/2 \tag{16}$$

Эти формулы по внешнему виду совпадают с формулами (8) и (9) для линзы (в фокусирующей плоскости). Различие заключено в виде безразмерного параметра: для линзы $\kappa = \sqrt{0{,}3G/p}\;\ell$, и для магнита $\omega = \sqrt{1-n}\,\ell/R = \sqrt{1/R^2 + (dB_y/dr)_R/RB_y}\,\ell = \sqrt{1/R^2 + 0{,}3G/p}\;\ell$.

---

x) Приведем еще две формулы, полезные для предварительных оценок при конструировании линз. Максимальный градиент, достижимый (без особых искажений) в линзе с радиусом апертуры a, равен $G_{макс}$ (в тл/м) $= 100/a$, где a в см. Если каждый полюс линзы окружает NI ампервитков, то (при отсутствии рассеяния и в предположении $\mu \gg 1$ для железа полюсов) градиент поля равен (в тл/м) $G = 8\pi\, 10^{-3} NI/a$, где a в см. Конструирование линз и магнитов обсуждается в книге Ливингстона и Блюита [9] и в обзоре Лакки [18].

Появление члена $\cdot 1/R^{-2}$ под корнем связано с секторной фокусировкой, возникающей из-за увеличения длины траектории с ростом r.

При $n > 1$ в горизонтальной плоскости пучок будет дефокусироваться, и в формулы (15) и (16) вместо $\sin\omega$ и $\cos\omega$ войдут $sh|\omega|$ и $ch|\omega|$. Однако мы и в этом случае можем формально применить формулы (15) и (16), используя соотношения $\sin i|z| = i\,sh|z|$ и $\cos i|z| = ch|z|$;

$$f_{\Gamma_+} = \ell/\omega \sin\omega = \ell/i|\omega| \sin i|\omega| = -\ell/|\omega|\, sh|\omega|, \tag{15'}$$

$$\Delta_{\Gamma_\pm} = \ell(1-\cos\omega)/\omega \sin\omega - \ell/2 = \ell(ch|\omega| - 1)/|\omega|\, sh|\omega| - \ell/2. \tag{16'}$$

Интегрирование уравнения (5) для вертикального движения частицы дает фокусное расстояние по вертикали (при $n > 0$):

$$f_{B_+} = \ell/\Omega \sin\Omega, \quad \text{где} \quad \Omega = \sqrt{n}\,\phi_0. \tag{15''}$$

При $n < 0$ по вертикали будет дефокусировка, но формально формула (15″) остается в силе ($\Omega = i|\Omega|$):

$$f_{B_-} = -\ell/|\Omega|\, sh|\Omega| = \ell/\Omega \sin\Omega. \tag{15'''}$$

Формулы для Δ для вертикального движения также совпадают по внешнему виду с (9).

ω и ϕ удовлетворяют соотношению

$$\omega^2 + \Omega^2 = \phi_0^2. \tag{17}$$

Например, при $0 < n < 1$ $\omega = \sqrt{1-n}\,\phi_0$, $\Omega = \sqrt{n}\,\phi_0$ и оба фокусных расстояния положительны (слабая фокусировка). В других случаях один из параметров оказывается мнимым и при его подстановке в формулу $f = \ell/\omega \sin\omega$ или $\ell/\Omega \sin\Omega$ соответствующее фокусное расстояние будет < 0. Отметим, что соотношение (17) справедливо и для квадрупольных линз. В этом случае $\phi_0 = 0$, модули ω и Ω равны (так как $1/R = 0$) и $\omega = i\Omega$.

Рассмотрим теперь дисперсию магнита. Интегрирование уравнения (4) для случая $dp/p \neq 0$ дает при $n < 0$, $x'_0 = 0$

$$x_{\phi_0} = (x_0 - dp\,R/p_0\,(1-n))\cos\omega + dp\,R/p_0\,(1-n), \tag{18}$$

$$x'_{\phi_0} = -(x_0\sqrt{1-n}/R - dp/p_0\sqrt{1-n})\sin\omega.$$

Частица, входящая в магнит по осевой траектории ($x_0 = x'_0 = 0$ при $\theta = 0$ или $r = 0$), выходит из магнита под углом к осевой траектории (для p_0):

$$d\alpha \approx x'_{\phi_0} = dp \sin\omega / p_0 \sqrt{1-n} = \phi_0 (\sin\omega/\omega)\, dp/p_0. \tag{19}$$

При малых углах поворота угловая дисперсия $d\alpha\ p_o / dp$, как и следовало ожидать, равна ϕ_o. Найдем теперь эффективный центр поворота осевой траектории для импульса $p_o + dp$. Вычисления показывают, что продолжение прямой, определяемой x_{ϕ_o} и x'_{ϕ_o} в формуле (18), пересекает продолжение осевой траектории для $p = p_o$ в точке, отстоящей от задней границы поля на расстоянии

$$L = R(1 - \cos\omega)/\sqrt{1-n}\ \sin\omega = \ell(1-\cos\omega)/\omega\ \sin\omega. \qquad (16'')$$

Отсюда видно, что эффективный центр поворота лежит на выходной главной плоскости магнита.

Рассмотрение траекторий с $x_o \neq 0$ показывает, что фокусное расстояние для частиц с $p = p_o + dp$, в примененном нами приближении, оказывается таким же, как и для частиц с импульсом p_o. Для строгого учета изменения f при изменении импульса следовало бы сохранить все члены второго порядка малости, которые были отброшены при получении уравнения (4) из точного уравнения движения. Приближенно изменение импульса можно учесть соответствующим изменением n на $n' = n(1 - dp/p_o)$. Это эквивалентно учету лишь одного из отброшенных членов второго порядка малости в правой части уравнения (4), а именно $nx\ dp/p_o R^2$. Аналогичные результаты справедливы и для случая $n > 1$. Их можно проверить, заменяя ω на $i|\omega|$. По вертикали изменение импульса приводит (приближенно) лишь к изменению f_b, так как $\Omega = \sqrt{n'}\ \phi_o$.

Нам остается рассмотреть случаи произвольного входа траектории в магнит и выхода из него (внутри магнита на осевой траектории по-прежнему $r = R$). Определение углов входа и выхода (θ и τ) дано на рис. 10: $\theta > 0$ и $\tau > 0$, если нормаль к границе поля находится от осевой траектории со стороны центра кривизны 0. Из рис. 10 видно, что траектория, параллельная осевой, на входе в магнит проходит (до $\phi = 0$) в магнитном поле избыточный, по сравнению с осевой траекторией, путь, приближенно равный $\Delta s = x_o\ tg\ \theta$. При этом траектория поворачивает на угол $\Delta\alpha \approx x' \Delta s / R = x_o\ tg\theta / R$. Считая, что на этом участке координата x не менялась (тонкая линза!), мы получаем расстояние до точки пересечения с осевой траекторией (фокусное расстояние) величину

$$f_B = R / tg\ \theta. \qquad (20)$$

На выходе из магнита $f_B = R / tg\tau$. Как и для обычных тонких линз, фокусное расстояние для перпендикулярной плоскости (вертикали) должно быть обратного знака, т.е. при $\theta > 0$ или $\tau > 0$ по вертикали возникает дефокусировка. Она вызвана наличием на торцах магнита продольной составляющей поля B_z (в медианной плоскости $B_z = 0$). При $\theta \neq 0$ и $\tau \neq 0$ имеется составляющая скорости частицы, параллельная эффективной границе поля. Отсюда возникает вертикальная компонента силы Лоренца, пропорциональная y. Расчет дает (см. напр. /4,11/)

$$f_{\text{в}} = -R/tg\theta \ (\text{или} \ -R/tg\,\tau\,). \tag{21}$$

При расчете фокусирующего действия всего магнита последовательно применяют формулы для краевой фокусировки на входе, затем вычисляют поворот и фокусировку в секторном магните. После этого рассматривается действие выходной краевой "линзы" на полученные изображения. Для $\phi/p_o \neq 0$ изображение после секторного магнита будет смещено от оси (по горизонтали) на величину $d\,a\,b$, где da – определяется дисперсией (формула (19)), а b – расстояние от выходной главной плоскости секторного магнита до изображения. На это смещенное изображение действует выходная краевая линза, изменяя линейную дисперсию соответственно коэффициенту увеличения для этой линзы.

В случае секторного магнита с однородным полем $(n=0)$ фокусное расстояние $(\theta=\tau=0)$

$$f_{\Gamma} = \ell/\phi_o \sin\phi_o = R/\sin\phi_o; \quad \Delta_{\Gamma} \approx R\,\phi_o^3\,(1+0{,}1\,\phi_o^2)/24. \tag{22}$$

Для вертикального движения в этом случае $f_{\text{в}} = \infty$, т.е. фокусировка отсутствует. Дисперсия для секторного магнита при $n=0$ равна

$$d\,a\,p_o/dp = \sin\phi_o\,. \tag{23}$$

Рассмотрим теперь магнит с "прямоугольным" полем: входная и выходная границы поля параллельны (см. рис. 11). В этом случае краевая фокусировка по горизонтали почти полностью компенсируется секторной фокусировкой, и обычно фокусировкой по горизонтали можно пренебречь (отсутствие горизонтальной фокусировки следует из приблизительного равенства длин траекторий в магнитном поле). В то же время по вертикали всегда будет фокусировка. Действительно, из рис. 11, видно, что $\theta+\tau=-\phi_o<0$ так что в целом входная и выходная "краевые" линзы будут фокусировать (см. (21)). Если траектория проходит через магнит симметрично $(\theta=\tau=-\phi_o/2)$ и ϕ_o достаточно мал, то фокусное расстояние будет равно

$$f_{\text{в}} \approx R/3tg(\phi_o/2) \approx R/\phi_o\,, \tag{24}$$

а главные плоскости совпадут с центром магнита. Дисперсия прямоугольного магнита, ввиду отсутствия фокусировки по горизонтали равна

$$d\,a\,p_o/dp = \phi_o\,, \tag{25}$$

а центр поворота совпадает с центром магнита. Этот результат, естественно, можно получить элементарным путем. Следует подчеркнуть, что уравнения для фокусировки магнитами значительно менее точны, чем соответствующие формулы для линз. Причиной этого является приближенный характер уравнений (4) и (5). В общем случае все магниты, аналогично призмам в световой оптике, вносят астигматизм, который увеличивается с углом поворота, величиной $|n|$, шириной пучка, величинами углов θ и r, а также с ростом d^2B_y/dx^2. Подробные расчеты фокусирующих магнитов проделаны Стернхеймером [/11/], однако, его формулы весьма громоздки, и, по существу, эквивалентны предложенной здесь схеме расчета магнитов.

Данилов и Савченко [/38/] предложили простой способ фокусировки при помощи железных брусков в межполюсном зазоре магнита.

III. Простейшие магнитные системы

§ 4. Дублет квадрупольных линз

Одиночная квадрупольная линза фокусирует в одной плоскости и дефокусирует в перпендикулярной. Поэтому для достижения фокусировки в обеих плоскостях надо применять несколько линз. Дублет линз – простейшая система линз, дающая действительное изображение. Дублеты линз широко применяются в магнитных фокусирующих системах и их свойства будут рассмотрены в первую очередь. В дублете линзы обычно располагаются так, что их плоскости симметрии Ox и Oy соответственно горизонтальны и вертикальны, причем, если $Л_1$ фокусирует в данной плоскости, то $Л_2$ –дефокусирует (плоскость ФД); в перпендикулярной плоскости порядок фокусировки будет, очевидно, ДФ. Сразу же возникает вопрос, каким образом определить фокусные расстояния линз для того, чтобы получить изображение мишени в выбранном нами месте. В приближении тонкой линзы ($f_+ = -f_-$, $\Delta_+ = \Delta_- = 0$) задача решается очень легко. Если a –расстояние от центра $Л_1$ до мишени, d – расстояние между центрами линз, а b –расстояние от центра $Л_2$ до изображения (предполагается, что a и b одинаковы в обеих плоскостях), то прямое применение формул тонкой линзы ($1/a + 1/b_1 = 1/f_1$ и т.д., $a>0$, $b>0$ при действительном источнике и изображении) дает для фокусных расстояний f_1 и f_2 значения

$$f_1 = \pm\, a\sqrt{dn/mp}; \qquad f_2 = \mp\, b\sqrt{dm/np}. \tag{26}$$

Здесь $m = a+d$, $n = b+d$, $p = a+b+d$. Формулы (26) дают завышенные значения f_1 и f_2 (заниженные градиенты). Гораздо большую точность можно получить, принимая по-прежнему $\Delta_+ = \Delta_- = 0$, но используя соотношение (10): $f_+ + f_- \simeq \ell/3$. Тогда нужные нам f_1 и f_2 равны [/12/]

$$f_1 = a\sqrt{\frac{dn}{mp}}\,[\,1 - c_1(mn+pd)/4adn - c_2(mn-pd)/4bdm\,] + c_1/2 \tag{27}$$

$$f_2 = b\sqrt{\frac{dm}{np}}\,[\,1 - c_2(mn+pd)/4bdm - c_1(mn-pd)/4adn\,] + c_2/2.$$

Здесь $f_1 \equiv f_{1+}$; $f_2 \equiv f_{2+}$; $c_1 = \ell_1/3$, $c_2 = \ell_2/3$, где ℓ_1 и ℓ_2 эффективные длины $Л_1$ и $Л_2$. Эти формулы получены в первом приближении при разложении решения квадратного уравнения в ряд по c_1 и c_2 и пренебрежении высшими членами. Точность определения f_1 и f_2 по формулам (27) составляет ~ 1% при $\ell/f \lesssim 1$, и еще более улучшается при увеличении f_1 и f_2. Однако очень часто приходится иметь дело со случаями, когда источники или изображения (или и те и другие) в плоскостях ФД и ДФ не совпадают. Это может быть следствием фокусирующего действия поля ускорителя и отклоняющих магнитов, но иногда такое несовпадение вертикального и горизонтального изображений вводится умышленно. Можно получить квадратное уравнение для нахождения f_1 и f_2 /12/ (в приближении формулы (10)). Однако коэффициенты этого уравнения имеют довольно сложный вид (даже в приближении $f_+ = -f_-$). Поэтому в этом случае рекомендуется находить f_1 и f_2 методом последовательных приближений. При этом сводится до минимума возможность арифметических ошибок. Ниже описывается способ, дающий очень быструю сходимость. Для определенности мы рассмотрим конкретное расположение линз (нам это понадобится в дальнейшем).

Пусть в плоскости ФД $a_1 = 6{,}3$ м, $b_2 = 1{,}8$ м; в плоскости ДФ $a'_1 = 5{,}8$, $b'_2 = 3{,}1$ м, $Л_1$ и $Л_2$ – линзы МЛ17 с $\ell = 0{,}72$ м, а $d = 1{,}4$ м (см. рис. 12).

1) Выбираем f_{1+} (в плоскости ФД) таким, чтобы получить промежуточное изображение источника (от $Л_1$) на расстоянии ~ $b_2/3$ за $Л_2$; тогда $b_1 = d + b_2/3 = 2{,}0$ м
$f'_{1+} = a_1 b_1 / a_1 + b_1 = 6{,}3 \cdot 2{,}0/8{,}3 = 1{,}52$ м .

2) После оценки f_{1+} переходим к плоскости ДФ. $f_{1-} = \ell_1/3 - f_{1+} = 0{,}24$ м $-1{,}52$ м $= -1{,}28$м.
$b'_1 = a'_1 f_{1-} / a'_1 - f_{1-} = -5{,}8 \cdot 1{,}28/7{,}08 = -1{,}048$ м; $a'_2 = d - b'_1 = +2{,}448$ м.
Теперь определим f_{2+} , дающее точную фокусировку для плоскости ДФ (при выбранном f_{1-}): $f_{2+} = a'_2 \, b'_2 / a'_2 + b'_2 = 2{,}448 \cdot 3{,}1/5{,}548 = +1{,}37$ м. $f_{2-} = -1{,}13$ м .

3) Перейдем опять к плоскости ФД, но начнем с конца: найдем a_2 для полученного f_{2-} : $a_2 = b_2 f_2 / b_2 - f_{2-} = -1{,}13 \cdot 1{,}8/2{,}93 = -0{,}693$м. Теперь мы получаем уточненное значение $b_1 = d - a_2 = +2{,}093$ м и $f_{1+} = 2{,}093 \cdot 6{,}3/ 8{,}393 = +1{,}570$м.

4) Уточняем фокусировку в плоскости ДФ: $b'_1 = -1{,}330 \cdot 5{,}8/7{,}130 = -1{,}081$ м. $f_{2+} = +1{,}378$м. Если теперь уточнить еще раз f_{1+} , то мы получим $f_{1+} = 2{,}098 \cdot 6{,}3/8{,}398 = +1{,}574$ м, что уже практически не отличается от предыдущего значения f_{1+} (1,570 м). Если бы первую, предварительную оценку f_{1+} мы произвели другим способом, например, $b_1 = d + \frac{2}{3} b_2$, то на этом этапе мы бы получили $f_{2+} = 1{,}381$ м (вместо 1,378 м) и $f_{1+} = +1{,}574$ м (предыдущий шаг был бы $f_{1+} = 1{,}584$ м). Теперь (а может быть и раньше) нам надо ввести поправки на $\Delta \neq 0$. По графикам рис.6 находим Δ ($\ell/f_{1+} = 0{,}457$; $\ell/f_{2+} = 0{,}522$). Теперь входящие в формулу для линзы a и b мы должны отсчитывать не от центра линзы, а от соответствующих главных плоскостей. Поэтому a_1 заменяется на $a_1 + \Delta_{1+} = 6{,}316$ м (см. рис. 12) $b_2 \to b_2 + \Delta_{2-} = 1{,}784$ м, $a'_1 \to a'_1 + \Delta_{1-} = 5{,}786$ м,

$b'_2 \to b'_2+\Delta_{2+}=3{,}118$ м. Расстояние d между центрами Л$_1$ и Л$_2$ заменится на расстояние между выходной главной плоскостью Л$_1$ и входной Л$_2$. Поэтому для плоскости ФД $d\to d_r = d+\Delta_{1+}+\Delta_{2-}=1{,}399$ м, а для ДФ $d\to d'_1=d+\Delta_{1-}+\Delta_{2+}=1{,}404$ м. После этого мы уточняем значения f_{1+} и f_{2+}. Это дает $f_{1+}=+1{,}572$ м и $f_{2+}=+1{,}382$ м, что отличается от ранее вычисленных значений всего на 2-4 мм (это приводит к разнице в градиентах ~ 0,25%). На рис. 12 показаны траектории частиц в рассчитанном нами дублете линз. Внутри линз траектории построены приближенно (их можно вычислить по формулам (7) и (7'). Одиночная линза дает линейное увеличение $M_1=-b_1/a_1$. Увеличение дублета $M=(b'_2/a'_2)(b'_1/a'_1)$ $=(b_2/a_1)(b_1/a_2)$. Если мы имеем стигматичные источник и изображение ($b'_2=b_2$ и $a'_1=a_1$, то увеличение в плоскости ФД значительно больше, чем в плоскости ДФ, так как $|b_1|>|a_2|$, и $|b'_1|<|a'_2|$. Для нашего случая $M_{ФД}=0{,}860$, а $M_{ДФ}=-0{,}243$ (несмотря на то, что b'_2 в 1,72 раза больше, чем b_2). На рис. 12 показаны также изображения мишени и траектории частиц, выходящих из края мишени. Апертура дублета в плоскости ФД определяется апертурой Л$_1$, а в плоскости ДФ она равна уменьшенной в a'_2/b'_1 раз апертуре Л$_2$ (если апертура Л$_1$ больше, чем эта величина). Если мишень имеет конечные (но небольшие) размеры, то для всех точек мишени эффективная апертура дублета оказывается приблизительно такой же, как и для ее центра.

Изменение положения изображения при изменении импульса на dp (хроматическая аберрация) может быть вычислено по следующей приближенной формуле (она получена прямым дифференцированием формул для линзы)[x]

$$d(1/b_2)\approx d(1/f_1)(b_1/a_2)^2+d(1/f_2)=-dp/p_0\left[\frac{k_1}{f_1}(b_1/a_2)^2+k_2/f_2\right], \quad (28)$$

где $k=\frac{df}{f}/\frac{dp}{p_0}$ находятся из графиков на рис. 6. Хроматическое расширение пучка q равно

$$r = Rb_2\left[\frac{k_1}{f_1}(b_1/a_2)^2+k_2/f_2\right]dp/p_0 , \quad (29)$$

где R – ширина пучка в линзе Л$_2$. Для плоскости ДФ R равно всей апертуре второй линзы R_0, в то время как в плоскости ФД (при одинаковых апертурах Л$_1$ и Л$_2$) пучок будет занимать лишь часть апертуры ($a_2/b_1\ R_0$)[xx]. Можно показать, что для дублета хроматическое расширение в плоскостях ФД и ДФ будет одинаково при одинаковых апертурах на входе. Однако практически входная апертура для ДФ будет меньше и хроматическое расширение для плоскости ДФ всегда заметно меньше, чем для

---

x) При получении этой формулы считалось, что Δ не изменяются при небольшом изменении p.

xx) На самом деле сечения пучка в Л$_2$ в плоскости ФД для p_0+dp и p_0-dp неодинаковы. Более точные значения хроматического расширения могут быть получены вычислением положений промежуточных и конечных изображений для этих импульсов.

ФД (из-за малого отношения b'_1 / a'_2). Знак дисперсии определяется фокусирующими линзами, так как в формуле (28) коэффициенты при $1/f_+$ больше, чем при $1/f_-$. Это приводит к тому, что частицы с большим импульсом фокусируются дублетом дальше.

Отметим еще несколько закономерностей, характерных для дублета. Эти утверждения легко могут быть доказаны или проверены численно.

1) Необходимые для фокусировки f_1 и f_2 увеличиваются с ростом d. Из формул (26) следует, что при $a \gg d$ и $b \gg d$, $f \approx \sqrt{d}$

2) С ростом d увеличивается $M_{ФД}$ и уменьшается $M_{ДФ}$ (по модулю). Однако при этом входная апертура в плоскости ДФ падает (и уменьшается выходная апертура для ФД).

3) При увеличении d уменьшаются хроматические аберрации в плоскости ДФ и увеличиваются в ФД (параллельно с изменением увеличения M).

4) f_1 сильно зависит от a и слабо от b ; f_2, наоборот, слабо зависит от a и сильно от b .

5) Необходимое для фокусировки значение f_+ (фокусирующей линзы) слабо зависит от значения f_- - другой (дефокусирующей) линзы для той же плоскости[x]. Этим обстоятельством мы пользовались при подборе f_1 и f_2 в нашем примере.

6) Если $a_1 = a'_1$ и $b_2 = b'_2$ и требуется для данных $f_1 = f_2$ (например, минимальных f , определяемых $G_{макс}$ и p_0) получить изображение на минимальном расстоянии от мишени, то должно быть $a_1 = b_2 = d$ (в приближении "тонкой" линзы).

§ 5. Триплеты и квартеты линз

Три линзы с чередующимися направлениями градиентов называют триплетом линз. На рис. 13 показаны типичные траектории в симметричном триплете линз. В таком триплете крайние линзы $Л_1$ и $Л_3$ имеют равные длины и фокусные расстояния. В этом случае средняя линза $Л_2$ делается примерно в 2 раза длиннее крайних. Очевидно, что триплет требует заметно меньших фокусных расстояний, чем дублет. Это ясно видно хотя бы из рис. 13: в плоскости ДФД $Л_1$ дает изображение значительно ближе к $Л_3$, чем это нужно было бы, если бы дублет $Л_1 Л_2$ давал изображение в этом же месте, где и триплет $Л_1 Л_2 Л_3$. Наоборот, в ФДФ происходит сильная дефокусировка под действием $Л_2$. Симметричное расположение линз в дублете приводит к тому, что коэффициенты увеличения в плоскостях ДФД и ФДФ оказываются довольно близкими (см. рис. 13). В плоскости ДФД триплета входная апертура больше, чем в плоскости

---

x) Благодаря этому свойству дублета неточность формулы (10) совершенно не сказывается на найденных значениях градиентов (если градиенты определять исходя из f_+).

ДФ дублета. Хроматические аберрации в триплете по величине обычно лежат между аберрациями дублета в плоскостях ДФ и ФД[x)] и при этом близки для ДФД и ФДФ.

Подбор градиентов в триплете наиболее легок, если задается f_1 или f_3. Тогда остальные f находятся как для дублета. В случае симметричного дублета рекомендуется подобрать $f_1 = f_3$ и f_2 таким образом, чтобы получить нужную фокусировку в одной из плоскостей (скажем ДФД). Если при этом с найденными f для ФДФ изображение будет дальше, чем нужно, то надо уменьшить $f_1 = f_3$, снова подобрать f_2 для плоскости ДФД и т.д. Метод, очевидно, применим и к более сложным системам. Нужно отметить, что в современных магнитных системах основным элементом является дублет линз. Значительное различие коэффициентов увеличения и аберраций в обеих плоскостях дублета часто оказывается даже желательным. Однако иногда надо изменить коэффициент увеличения без изменения положения изображений, а этого и в дублете сделать нельзя. В таких случаях полезно применение несимметричного триплета. Ток в одной из линз специально выбирается так, чтобы получить нужное увеличение в одной плоскости (или одинаковое в обеих плоскостях). Таким образом применением триплетов или даже квартетов линз можно добиться большей гибкости и универсальности системы. Значительное распространие получили симметричные квартеты линз, в которых пучок между средними линзами параллелен в обеих плоскостях (см. рис. 14). Такие пучки часто необходимы внутри сепараторов при разделении частиц по массам. $Л_1$ и $Л_2$ образуют дублет, создающий параллельный пучок. Если теперь режимы $Л_1$ и $Л_4$, а также $Л_2$ и $Л_3$ совпадают, то изображение получится на том же расстоянии от $Л_4$, на каком источник находится от $Л_1$. При этом в обеих плоскостях увеличение будет равно −1. Такая система подробно рассмотрена в работах Куранта и Маршалла /30,13/. Вместо дублетов в таких системах иногда выгодно применение триплетов /13,19/.

Описанная система с параллельным пучком удобна, когда требуется транспортировка пучка на большие расстояния без создания промежуточных изображений. Можно показать, что такая система даст (в целом) меньшие увеличения и аберрации (при той же апертуре), чем система с промежуточными изображениями. О свойствах дублетов и триплетов см. также работы /4,14,17-20/. Энге описал графический способ подбора градиентов в дублетах /15/ и триплетах /16/.

§ 6. Другие способы математического описания действия линз и магнитов

Кроме описанного нами выше расчета фокусировки путем учета действия каждой линзы применяется еще несколько эквивалентных методов. Выбор их в значительной степени субъективен, так как все они базируются на решениях (7) и (7') для уравне-

x) Действительно, если в триплете $f_1 \to \infty$, то плоскость ДФД становится плоскостью ФД дублета, а если $f_3 \to \infty$, то она переходит в плоскость ДФ дублета.

ний движения. Поэтому все заключения, которые могут быть получены при применении одного метода, можно получить и при другом методе. Пользуясь формулами (8) и (9) для фокусных расстояний и положений главных плоскостей линзы, можно по правилам геометрической оптики найти фокусное расстояние (F) в положения главных плоскостей для системы линз (дублета, триплета). Можно показать, что для обеих плоскостей F совпадают. Для триплета главные плоскости обычно лежат недалеко от центра средней линзы, что приводит к близким коэффициентам увеличения в обеих плоскостях. Для дублета главные плоскости расположены асимметрично (и неодинаково для ДФ и ФД), что дает большое различие в увеличениях. За формулами и более подробным обсуждением мы отсылаем к другим работам[4,5].

Можно рассматривать действие линзы, как линейное преобразование, которое при применении к x_0 и x'_0 дает x и x' (формула (7)). Это преобразование может быть описано матрицей

$$\left|\begin{matrix} x_\ell \\ x'_\ell \end{matrix}\right| = |r| \left|\begin{matrix} x_0 \\ x'_0 \end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} x_0 \\ x'_0 \end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix} \cos\sqrt{k}\,\ell & \sin\sqrt{k}\,\ell/\sqrt{k} \\ -\sqrt{k}\sin\sqrt{k}\,\ell & \cos\sqrt{k}\,\ell \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} x_0 \\ x'_0 \end{matrix}\right| . \tag{30}$$

В свободном пространстве x' не изменяется, а $x = x_0 + x'_0 z$, поэтому матрица преобразования для свободного пространства имеет вид $\left|\begin{matrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{matrix}\right|$. Матрица дефокусирующей линзы будет содержать $sh\sqrt{k}\,\ell$ и $ch\sqrt{k}\,\ell$ (см. формулу (7')). Действие всей системы будет описываться матрицей, являющейся произведением матриц линз и матриц свободных пространств. Для дублета (ФД)

$$\left|\begin{matrix} x \\ x' \end{matrix}\right| = \left|\begin{matrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} ch\kappa_2 & \ell_2 sh\kappa_2/\kappa_2 \\ \kappa_2 sh\kappa_2/\ell_2 & ch\kappa_2 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} \cos\kappa_1 & \ell_1\sin\kappa_1/\kappa_1 \\ -\kappa_1\sin\kappa_1/\ell_1 & \cos\kappa_1 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{matrix}\right| \left|\begin{matrix} x_0 \\ x'_0 \end{matrix}\right| = |R| \left|\begin{matrix} x_0 \\ x'_0 \end{matrix}\right| . \tag{31}$$

Здесь a – расстояние от источника до эффективной границы $Л_1$, b – от эффективной границы $Л_2$ до изображения, d – расстояние между границами $Л_1$ и $Л_2$. Ввиду линейности преобразований детерминант каждого преобразования, а также детерминант R равен $R_{11}R_{22} - R_{12}R_{21} = 1$. Действие фокусирующих магнитов также может быть описано в матричной форме[18,34]. Для источника $x_0 = 0$ в изображении $x = 0$. Но $x = R_{11}x_0 + R_{12}x'_0$. Следовательно, для того, чтобы $x = 0$, надо чтобы $R_{12} = 0$. Легко доказать, что в случае параллельного пучка на выходе должен быть равен нулю элемент R_{22}. Матричный элемент R_{11} определяет линейное увеличение (при $R_{12} = 0$ $x/x_0 = R_{11}$), а элемент R_{22} – угловое увеличение. Таким образом, зная матрицу системы R, мы знаем все о выходящем пучке и можем нарисовать любую траекторию. Однако это же мы можем сделать, вычислив F и главные плоскости системы, или же рассчитать систему последовательным способом и вычислив увеличения для промежуточных и конечных изображений. Последовательный метод (в примененном нами приближении) дает возможность наиболее быстро подобрать градиенты. Вычисление F полезно, если необходимо рассчитывать изображение для источников на разных расстояниях от $Л_1$. Способ подбора градиентов при матричном способе описан в обзоре Кинга [19]. Матричный метод удобен при вычислениях фокусировки на электронных машинах, когда несколько больший объем вычислений не играет роли[x)].

Последнее время намечается тенденция к разработке сложных программ, по которым электронная машина не только проводит подбор градиентов для фокусировки при фиксированном положении линз (до 30 линз и магнитов), но и меняет ряд свободных параметров (место промежуточных изображений, некоторые расстояния между линзами, увеличения и т.д.) для того, чтобы получить на выходе пучок нужного качества[19,32]. Для описания качества пучка надо составить некоторую функцию, экстремальное значение которой находится машиной. В случае работы с нестабильными частицами для уменьшения вероятности распада, машина должна подобрать вариант с минимальной общей длиной системы[19] (см. также[10] стр. 422).

Иногда для описания прохождения пучка через линзы используют метод фазового пространства. Согласно теореме Лиувилля, плотность частиц в фазовом пространстве является инвариантом движения. Пусть в плоскости Ox частицы имеют такие x_0, x'_0 что занимают в фазовой плоскости (x, x') площадь, ограниченную замкнутой кривой (обычно выбирают эллипс или параллелограм). Тогда при движении через систему граничный контур деформируется, но площадь под ним сохраняется. В частности, эллипс изменяет свой наклон к осям, а также полуоси a, b, но при этом всегда $a_1 b_1 = a_0 b_0 = x_0 x'_0 = A$. Величина $A = x_0 x'_0$ является важной характеристикой системы. Она называется аксептансом (в x -ой плоскости). В изображении проекция эллипса на ось x минимальна, в параллельном пучке минимальна проекция на ось x'. Деформация фазового эллипса описывается формулами, которые легко могут быть выведены из закона преобразования x и x' в линзе ((7) и (7')).

Программа оптимизации пучка может быть написана в терминах фазового пространства[19] (см. также стр. 302 в [10]): вводится требование минимума проекции эллипса в данном месте. Необходимо еще раз подчеркнуть, что все описанные способы по точности совершенно эквивалентны, так как базируются на формулах (7) и (7')[xx)].

---

x) Приближенный метод вычисления фокусировки матричным методом описан Пеннером[34] и Ноулесом[35].

xx) На предварительной стадии расчета магнитной системы часто применяются аналоговые электронные устройства, интегрирующие уравнения движения внутри всей системы линз и магнитов. Вычисленные траектории представляются на экране осциллографа см.[33], а также стр. 433 в[10].

§ 7. Импульсный анализ в магнитных системах и компенсация дисперсии

Рассмотрим теперь совместное действие магнитов и линз, благодаря которому мы можем ограничить интервал импульсов частиц, проходящих через систему. Сначала мы будем касаться только магнитов с "прямоугольным" однородным полем. Из формулы (2) следует, что угол поворота осевой траектории в таком магните $П_0$ равен (при симметричном входе и выходе)

$$\phi_0 = 2 \arcsin(\ell/2R)., \tag{32}$$

где ℓ – эффективная длина магнита по нормали к его границе (вдоль оси ξ ξ' на рис. 11), а R – радиус кривизны траектории. Так как такой магнит почти не обладает фокусирующими свойствами в горизонтальной плоскости (см. § 4), то выходящий из мишени пучок после поворота в магните будет характеризоваться мнимой мишенью, находящейся на продолжении осевой траектории на том же расстоянии L от центра $П_0$, что и мнимая мишень. Частицы с импульсом $p_0 + dp$ испытают поворот $\phi' = \phi_0(p_0)(1 - dp/p_0)$. Следовательно, для этого импульса мнимая мишень будет сдвинута по горизонтали на расстояние[x] (см. рис. 11).

$$dx = -\phi_0(p_0) \cdot L\, dp/p_0. \tag{33}$$

Если после магнита $П_0$ помещен объектив из линз (дублет или триплет), то он дает изображение сдвинутых источников, но из-за хроматической аберрации линз изображения будут получены на разных расстояниях от $Л_2$ (см. рис. 15). Смещение изображения мишени от оси будет равно

$$dx = -M_{p'}\ \phi_0(p_0)\ L_0\ dp/p_0, \tag{34}$$

где $M_{p'}$ – коэффициент увеличения объектива для $p' = p_0 + dp$. Если магнит $П_0$ помещен после объектива, то дисперсия определяется расстоянием от магнита до изображения: $dx' = -\phi_0(p_0)L_0\,dp/p_0$. Знак дисперсии такой же как и в случае, когда магнит помещен до объектива, так как L_0 теперь >0, в то время как ранее было $L_0 < 0$, но и $M_{p'} < 0$. Иногда магнит помещают между линзами объектива. В этом случае L_0 является расстоянием от $П_0$ до промежуточного изображения, а $M_{p'}$ – коэффициентом увеличения линз, стоящих после $П_0$. Если мишень помещена в магнитном поле, то вызываемую им дисперсию (которая вычисляется по методу, изложенному в § 2), надо прибавить (с учетом знака и увеличения) к дисперсии, создаваемой $П_0$.

---

[x] Условимся считать $\phi > 0$, если центр кривизны находится слева от оси (если смотреть по скорости частицы); в эту же сторону направлена и ось x. L – расстояние от магнита до источника. Для нашего случая $L < 0$, $\phi < 0$ (рис. 11).

Если мы поставим коллиматор в месте горизонтального изображения(как это показано на рис. 15), то в случае мишени малых размеров (точечной) мы получим "прямоугольный" импульсный спектр[x)] для проходящих через коллиматор частиц. Конечные размеры мишени сглаживают края спектра, делая возможным прохождение частиц с импульсом вне интервала $p_0 \pm dp$, а также уменьшая интенсивность вблизи границ интервала. Изменение формы коллиматора или же его установка в другое место еще более сгладят форму пропускаемого спектра и расширит его "крылья".

Для того, чтобы получить спектр пропускания, наилучшим образом приближающийся к "прямоугольному", следует увеличивать угол поворота и уменьшать горизонтальный размер мишени. Если и то и другое невозможно, то надо разумно выбрать расположение магнита относительно линз. Самым выгодным является установка магнита после $Л_2$ в дублете с ДФ по горизонтали, так как при данной дисперсии размеры изображения мишени будут минимальными. Наоборот, выбор плоскости ФД в этом случае явно ошибочен, т.е. размеры изображения будут велики. При помещении магнита до линз объектив работает уже с разделенными источниками, и изменение порядка фокусирования не изменит в первом приближении отношения дисперсии к размеру изображения. Однако абсолютная величина дисперсии в случае порядка ФД будет, конечно, значительно больше, чем при ДФ. При помещении магнита между линзами в случае ФД абсолютная дисперсия и отношение дисперсии к ширине изображения примерно такое, как и при помешение магнита до линз. В случае плоскости ДФ, это отношение примерно такое же, как и при магните после линз[xx)].

После выделения интервала импульсов следует обеспечить отсутствие дисперсии в конечном изображении мишени, т.е. создать возможно лучшее совмешение изображений для различных p. Проще всего это можно сделать, поместив на некотором расстоянии L_1 от горизонтального изображения магнит $П_1$ с углом поворота ϕ_1 (в ту же сторону, что и для $П_0$). Если пренебречь хроматической аберрацией линз, то компенсация дисперсии наступит при

$$M \phi_0 L_0 + \phi_1 L_1 = 0 \, , \qquad (35)$$

или в случае расположения $П_0$ за линзами, при $\phi_0 L_0 + \phi_1 L_1 = 0$ (в этом случае знаки L_0 и L_1 разные). Хроматическая аберрация первого объектива приводит к тому, что изображение для импульса $p_0 + dp$ приближено к магниту $П_1$ (таким образом M_p, L_0 увеличено, по сравнению со значением для p_0, а L_1 – уменьшено). Это

---

x) Импульсный спектр частиц, вылетающих из мишени, предполагается равномерным вблизи p_0.

xx) Это можно понять из следующих соображений: если магнит стоит близко к линзе, то почти безразлично, с какой стороны его ставить (со стороны источника или изображения): $L \approx -a_1$, но $M_{линзы} = -b/a$.

вызывает недокомпенсацию, т.е. после магнита Π_1 расходящийся пучок описывается мнимым источником, сдвинутым от оси в направлении, определяемом дисперсией от магнита Π_0. Для $p_0 - dp$, наоборот, получается перекомпенсация. Таким образом, хроматическая аберрация приводит к тому, что мнимые источники для $Л_3$ и $Л_4$ в области от $p_0 - dp$ до $p_0 + dp$ оказываются не на оси пучка, а сдвинуты по одну сторону от оси, располагаясь на некоторой кривой параболического типа с вершиной на оси (для $p = p_0$). Это видно на рис. 15. Возможны и другие варианты компенсации дисперсии. Например, второй магнит можно поставить не сразу после изображения, а после второго объектива, перед вторым изображением. Условием компенсации, по-прежнему, является формула (35), где $M = M_{\Pi_0 \Pi_1}$ следует рассматривать как линейный коэффициент увеличения части магнитной системы, стоящей между магнитами. Процедура достижения компенсации дисперсии при расчете системы может заключаться не только в подборе ϕ_0 и ϕ_1, но и в изменении L_0 и L_1, а также $M_{\Pi_0 \Pi_1}$ (например, изменяя d в дублете или подбирая ток в одной из линз триплета). При расчете всей магнитной системы на электронной машине условие компенсации дисперсии может быть задано в качестве одного из условий при вариации свободных параметров системы. Если мы применяем фокусирующие магниты, то, как мы видели в § 4, линейная дисперсия определяется угловой дисперсией (19) и расстоянием b от выходной главной плоскости до изображения. Но вполне законно вычислять дисперсию источника (для магнита) по угловой дисперсии (19) и расстоянию a от источника до входной главной плоскости магнита. Результаты будут одинаковы, так как $-b/a = M_M$ – коэффициенту увеличения магнита. Сформулируем общее правило для компенсации дисперсии: при нечетном числе действительных изображений между магнитами повороты в Π_0 и Π_1 должны быть направлены в одну сторону, при четном – в разные.

Из многочисленных примеров систем с скомпенсированной дисперсией упомянем работы[36, 37], в которых развит несколько другой подход к проблеме.

§ 8. Нейтрализация хроматической аберрации линз

Мы видели, что в дублете хроматическая аберрация определяется фокусирующими линзами и для больших импульсов $(dp/p_0 > 0)$ изображения расположены дальше. Но может быть в магнитной оптике, как в световой, можно найти более сложные линзовые системы, в которых хроматические аберрации отсутствуют? К сожалению, в магнитной оптике это не удается, так как характер зависимости f от p для всех магнитных линз одинаков, в то время как в световой оптике выбором сорта стекла можно менять дисперсию линзы при данном f. Иначе говоря, "показатель преломления" для всех магнитных линз одинаков. С другой стороны, со времен Ньютона известно, что для чисто линзовых систем из одинакового сорта стекла компенсация аберраций возможна только для мнимого изображения[x)]. Однако все же имеется несколько способов уменьшения влияния хроматической аберрации в магнитных системах.

1) Способ клиновидного поглотителя. Первый объектив (см. рис. 17а) дает изображение, растянутое по горизонтали. В месте изображения помещается поглотитель, толщина которого постепенно увеличивается от нуля для места прохождения частиц с $p_0 - dp$ до толщины, которая нужна для того, чтобы частицы с импульсом $p_0 + dp$ из-за потери энергии превратились в частицы с импульсом $p_0 - dp$. Хотя хроматические аберрации во второй ступени при этом резко уменьшаются, остаются аберрации, связанные с различиями в положениях промежуточных изображений[/21/]. Этот недостаток можно частично устранить, вводя перекомпенсацию, т.е. тормозя p_0 до $p_0 - 2dp$, а $p_0 + dp$ до $p_0 - 3dp$ (при одинаковых магнитных системах в первой и второй ступенях). Однако при этом рассеяние в поглотителе становится слишком большим. Для уменьшения влияния рассеяния промежуточное вертикальное изображение обычно совмещают с горизонтальным. При больших pc ($\gtrsim$ 1 Гэв) из-за большого рассеяния метод становится неудовлетворительным.

2) Способ шестиполюсной линзы[/22/]. Шестиполюсная линза (об ее свойствах см.[/23/]), в которой dB_x/dy пропорционален горизонтальному отклонению x, помещается в месте промежуточного горизонтального изображения (см. рис. 17б). Вертикальное изображение получается в другом месте (обычно дальше). Из-за дисперсии все частицы с импульсом $p + dp$ будут проходить линзу при $x \sim dp/p_0$, скажем $x > 0$, а частицы с $p_0 - dp$ – при $x < 0$. Можно подобрать такой знак и скорость изменения dB_x/dy с x, что частицы с $p_0 + dp$ получат дополнительную фокусировку по вертикали такой величины, какая нужна для совмещения вертикальных изображений для $p_0 + dp$ и p_0 в окончательном изображении. Частицы с $p_0 - dp$ будут дефокусироваться по вертикали, что также приведет к совмещению вертикальных изображений для $p_0 - dp$ и p_0. Искажающее влияние шестиполюсной линзы на горизонтальное движение весьма незначительно[/22/], так как эта линза помещается в месте горизонтального изображения.

3) Магнит с квадрупольной нелинейностью поля. Так же как и шестиполюсная линза, этот магнит помещается в месте горизонтального (диспергированного) изображения. Из-за того, что $d^2B/dr^2 \neq 0$, возникает $dB_x/dy \approx x$. В остальном – все то же, что и для шестиполюсной линзы. О применении этого способа см. стр. 34 в[/21/], стр. 51 в[/32/] и[/19/].

Необходимо отметить, что во всех этих способах из-за конечного горизонтального

[x)] Это утверждение для магнитных систем из квадруполей может быть точно доказано (см.[/30/]).

размера мишени и горизонтальной хроматической аберрации линз частицы с данным импульсом (например, $p_0 + dp$) пройдут через корректирующий элемент (поглотитель, шестиполюсную линзу, нелинейный магнит) при различных x , и, следовательно, получат различную коррекцию по вертикали. Часть пучка будет перекомпенсирована, часть недокомпенсирована. Очевидно, что эта неоднородность компенсации будет тем меньше, чем больше отношение дисперсии к горизонтальному увеличению и меньшая хроматическая аберрация по горизонтали для промежуточного изображения. При малом dp/p_0 из-за недостатков горизонтальной фокусировки компенсация хроматической аберрации теряет смысл [26]. В первом способе достижима ахроматизация изображения в обеих плоскостях, в то время как в остальных исправляется лишь вертикальное движение: в каналах чистых пучков именно в ней и происходит разделение.

§ 9. Пучки с большим разбросом по импульсам

В некоторых случаях требуется для получения значительной интенсивности частиц на выходе пропустить через фокусирующую систему возможно больший интервал импульсов. При этом часто возникают затруднения из-за хроматического расширения пучка на входе во второй объектив (см. рис. 15), так что приходится или применять линзы с большей апертурой, или приближать их к промежуточному изображению. Для того, чтобы направить все частицы во второй объектив иногда применяют специальный объектив, расположенный около промежуточного изображения. Этот объектив рассчитывается таким образом, что все частицы, выходящие из последней линзы первого объектива фокусируются на вход второго объектива (первый объектив - источник, а второй - изображение). По аналогии с оптикой, такие объективы получили название линзы поля зрения (*field lens*) или апертурной линзы [28]. Примерное расположение этих линз показано на рис. 15 (n_1, n_2).

§ 10. Получение хорошо локализованных пучков

Очень часто требуется создать пучок с возможно более резкими границами (на выходе) и с малым фоном за пределами основного пучка. Всякое ограничение пучка коллиматорами вызывает фон рассеянных частиц. Поэтому ограничение апертуры следует производить в самом начале магнитной системы, до промежуточных изображений. В этом случае большинство рассеянных частиц поглотятся коллиматорами в промежуточных изображениях. Для того, чтобы доля рассеянных частиц была меньше, ограничение апертуры разумно делать в месте, где пучок в данном направлении имеет наибольшую ширину. Так, если первым объективом является дублет, то в плоскости ФД следует ограничивать пучок около $Л_1$, а в ДФ – около $Л_2$ (см. рис. 12 и 15). Если решено не применять коррекции хроматической аберрации линз, то все же рекомендуется иметь раздельные промежуточные (действительные) изображения по горизонтали и вертикали: рассеянные частицы, вылетающие из горизонтального коллиматора будут в значительной части поглощены в вертикальном коллиматоре. Последний желательно делать такой высоты, чтобы весь "хороший" пучок (в пределах, определяемых вертикальным увеличением и аберрацией) проходил, не касаясь стенок коллиматора. На всем остальном пути до окончательного изображения выделенный пучок не должен диафрагмироваться. Крайне желательно проведение всего пучка в откачанной (до форвакуума) трубе или хотя бы в гелиевых мешках для уменьшения многократного кулоновского рассеяния. Если все же необходимо помещать в пучок рассеиватели, то желательно их ставить недалеко от мишени или ее промежуточных изображений: при данном средне-квадратичном угле рассеяния среднеквадратичное расширение изображения будет пропорционально расстоянию от (сосредоточенного) рассеивателя до изображения.

§ 11. Практические вопросы юстировки магнитных систем

Контроль над размещением линз и магнитов вдоль выбранного направления производится обычно при помощи теодолита. Вместо геометрических осей линз при трассировке желательно использовать их магнитные оси. Точки на магнитной оси можно сделать видимыми, помещая во включенную линзу сосуд с коллоидным раствором окислов железа /29/. При наблюдении между скрещенными поляризатором и анализатором будет виден темный крест (под 45° к осям x и y). Магнитная ось локализуется по этому способу с точностью ~ 0,1 мм. Проверка отклоняющего действия магнитов и фокусирующего действия линз может производиться при помощи токонесущей нити /24/. Из значений поперечных координат нити можно вычислить положение изображений. Поперечные координаты измеряются при помощи микроскопов и нониусных шкал (точность ~ 0,1 – 0,2 мм). Однако последнее время предпочитают этим методом не пользоваться, так как тщательное измерение параметров линз и магнитов позволяет весьма точно вычислить положение изображений. Опыт наладки пучков показывает, что в условиях, когда влиянием рассеянного поля ускорителя можно пренебречь, рассчетные градиенты согласуются с экспериментально подобранными с точностью, лучшей 1-2% /25/.

Форма и расположение изображений обычно исследуются при помощи дистанционно управляемых сцинтилляционных счетчиков небольших размеров, включенных в схемы совпадений с другими счетчиками, перекрывающими весь пучок. Выбор размера счетчиков определяется размером изображения (вплоть до 1-2 мм). Надо отметить, что если оптимизация вертикальных изображений достигается обычно довольно легко, то настройка первого горизонтального изображения (у коллиматора, выделяющего dp/p_0) затрудняется малой зависимостью интенсивности в передвигающемся счетчике от его положения и режима линз. По-видимому, это связано с тем, что несмотря на точную горизонтальную фокусировку частиц с $p=p_0$ в центре коллиматора интенсивность частиц в этом месте при $x\neq 0$ приблизительно такая же, что и при $x=0$. Этот результат получается при довольно общих предположениях о характере импульсного спектра частиц и свойствах системы. Из-за этого эффекта некоторые авторы оставляют для первого объектива расчетный режим[/25/].

Заключение

Описание реальных магнитных систем можно найти в оригинальных сообщениях[/10,21,25,26,30-32/]. Это главным образом сложные системы с сепараторами. Могут быть рекомендованы обзоры[/17,18/] и, особенно, обзор Кинга[/19/].

Литература

1. F.J.Farley. CERN 59-12.
2. В.Г. Кириллов-Угрюмов, А.А. Кропин, В.С. Роганов, А.В. Самойлов. Препринт ОИЯИ Р-663, 1961.
3. А.А. Коломенский, А.Н. Лебедев. Теория циклических ускорителей. Препринт, 1962, стр. 54-56.
4. Дж. Ливингуд. Принципы работы циклических ускорителей, И.Л. Москва, 1963.
5. P.Grivet, A.Septier. Nucl.Instr. and Methods, 6,126, 243, 1960.
6. B. Langeseth, G.Pliym, B. De Raad. CERN PS/ Int. EA 60-5.
7. L.N.Hand, W.K.H. Panofsky. Rev.Sci.Instr. 30, 927, 1959.
8. M.H.Blewett. BNL Int.Rep. MNB-8, 1957.
9. M.S.Livingston, J.P.Blewett, "Particle Accelerators", pp.253-4, McGraw-Hill, N.Y., 1962.
10. Proc.Int.Conf. on High Energy Accelerators, Brookhaven Lab. p.437, 1961.
11. R.M.Sternheimer. Rev.Sci.Instr., 23, 689,1952; 24, 573,1953.
12. В.В. Миллер. Препринт ОИЯИ Р-1340, 1963.
13. E.D.Courant and L.Marsall. Rev.Sci.Instr., 31, 193, 1960.
14. В.С. Кладницкий. Препринт ОИЯИ Р-1477, 1963.
15. H.A.Enge. Rev.Sci.Instr. 30, 248, 1959.
16. H.A.Enge, Rev.Sci. Instr., 32, 662, 1961.

17. O.Chamberlain. Ann.Rev. Nucl.Science, 10, 161, 1960.
18. Techniques of High Energy Physics, Interscience, 1961. D.Lickey.Beam Optics.
19. N.M.King. Progress in Nucl.Phys., 9 , 73,1963.
20. R.M.Sternheimer. Methods of exper.Phys. 5.B.,196 (1962).
21. Proc.Intern.Conf. on Instr. for High Energy Physics, Lawrence Rad.Lab., p.299,1960.
22. S.Van der Meer. CERN 60- 22, 1960.
23. М.И.Корсунский и др. ЖТФ, 26, 1222, 1956.
24. М.С. Козодаев, А.А. Тяпкин. ПТЭ, 1, 21, 1956.
25. J.Golberg, J.M.Perreau. CERN 63/-12, 1963.
26. W.W.Neall . Доклад на Конференции в Дубне, 1963. См. также E.Keil, CERN AR/ Int. P Sep/ 63-6.
27. A.Septier. CERN 60-6.
28. C.A.Coombes, B.Cork. Phys.Rev. 112, 1303, 1958.
29. R.Gouiran. CERN, MPS/ Int/ A6-62-24.
30. Proc. Intern.Conf.on High Energy Accelerators and Instrumentation, CERN, p.403, 1959.
31. P.Eberhard, M.L.Good, H.Ticho. Rev.Sci.Instr. 31,1054,1960.
32. Proc.Intern. Conf. on Instrumentation for High Energy Phys., Geneva, 1962, Notth-Holl. Publ., p.55, 1963.
Nucl. Instr. and Methods, vol.20, 1963.
33. R.H.Good, O.Piccioni. Rev.Sci.Instr., 31, 1035, 1960.
34. S.Penner. Rev. Sci. Instr. 32, 150, 1961.
35. H.B. Knowles, Nucl. Instr. and Methods. 25, 29, 1963.
36. R.A.Alvares, K.L.Brown, W.K.H.Panofsky, C.T.Rockhold. Rev.Sci.Instr.31, 556, 1960.
37. W.K.H.Panofsky, J.A.Mc Intyre. Rev. Sci. Instr., 25,287, 1954.
38. В.И. Данилов, О.В. Савченко. ПТЭ, 1959, № 3, 17.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 марта 1964 г.

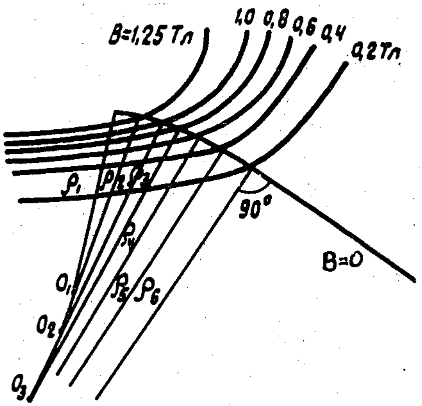


Рис. 1. Графическое построение траектории в медианной плоскости по известной топографии магнитного поля.

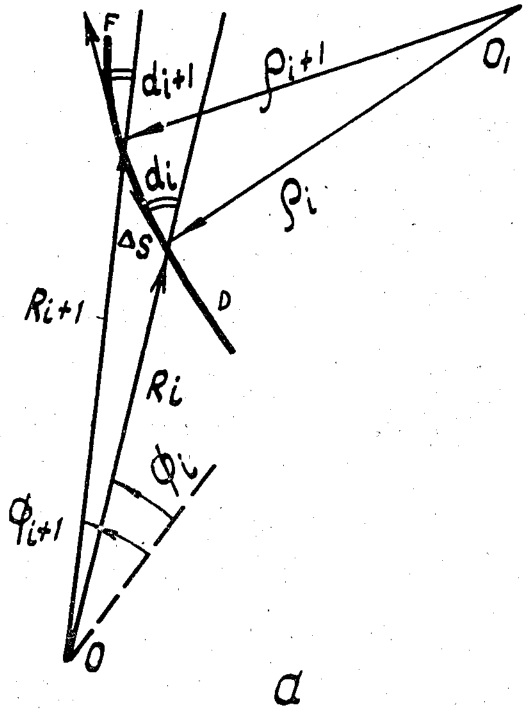
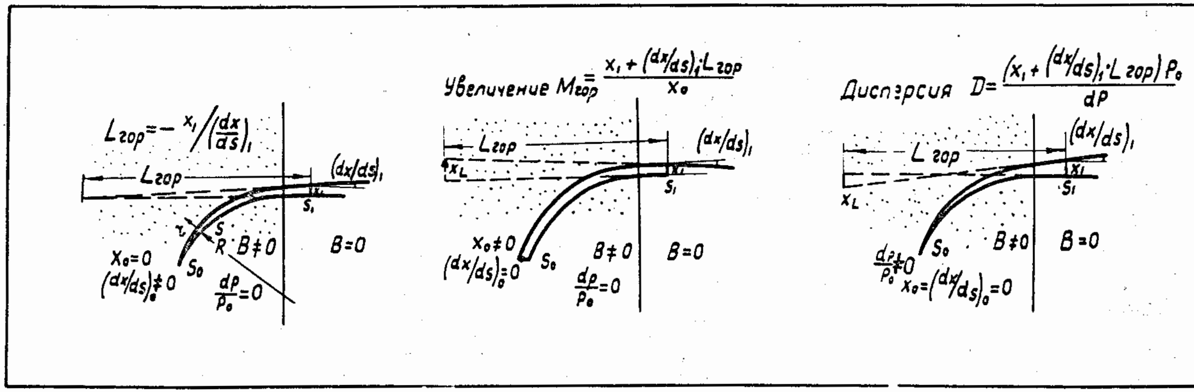


Рис. 2. Система координат R, ϕ , принятая для формул (3). ρ –радиус кривизны траектории. На рисунке $\rho/R<0$.



а) б) в)

Рис. 3. Вычисление положения мнимой мишени $L_{гор}$ а), горизонтального увеличения $M_{гор}$ б) и линейной дисперсии D в). В данном случае $L_{гор} < 0$, $M_{гор} > +1$.

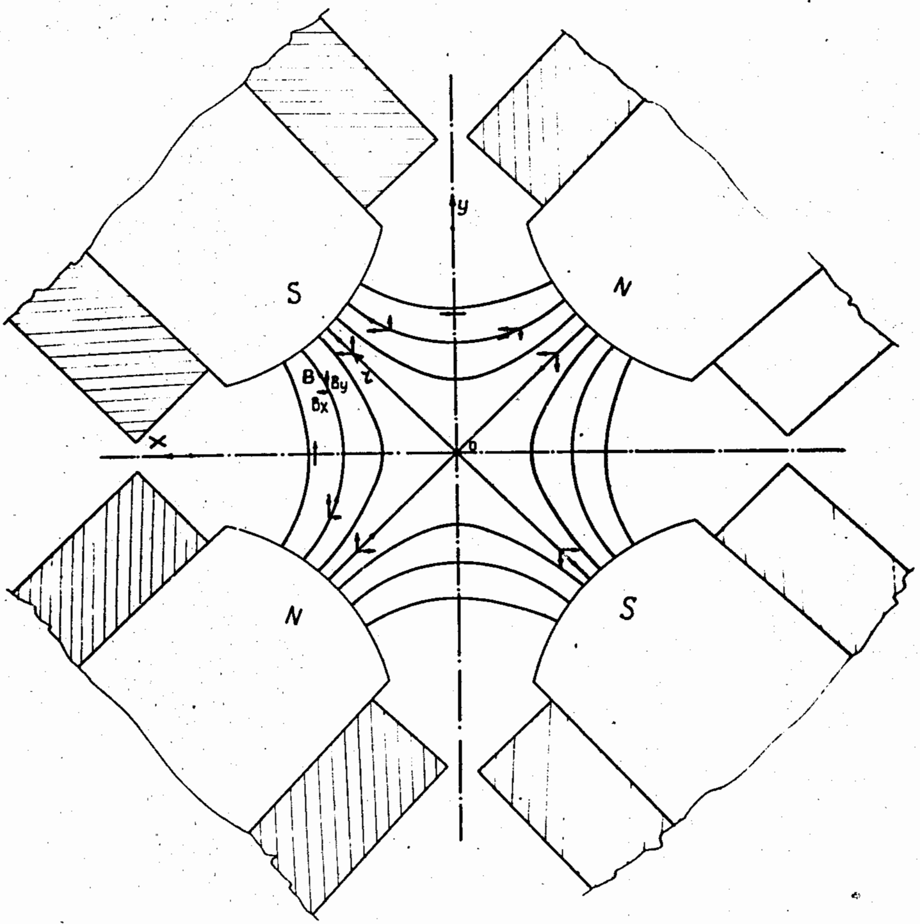


Рис. 4. Схема магнитного поля в квадрупольной линзе. Ось Z (по скорости частицы) направлена в чертеж. Видно, что $|B|$ постоянен при $r = const$, но B_x и B_y меняются. При данном x $B_y = const$, а B_x не зависит от y.

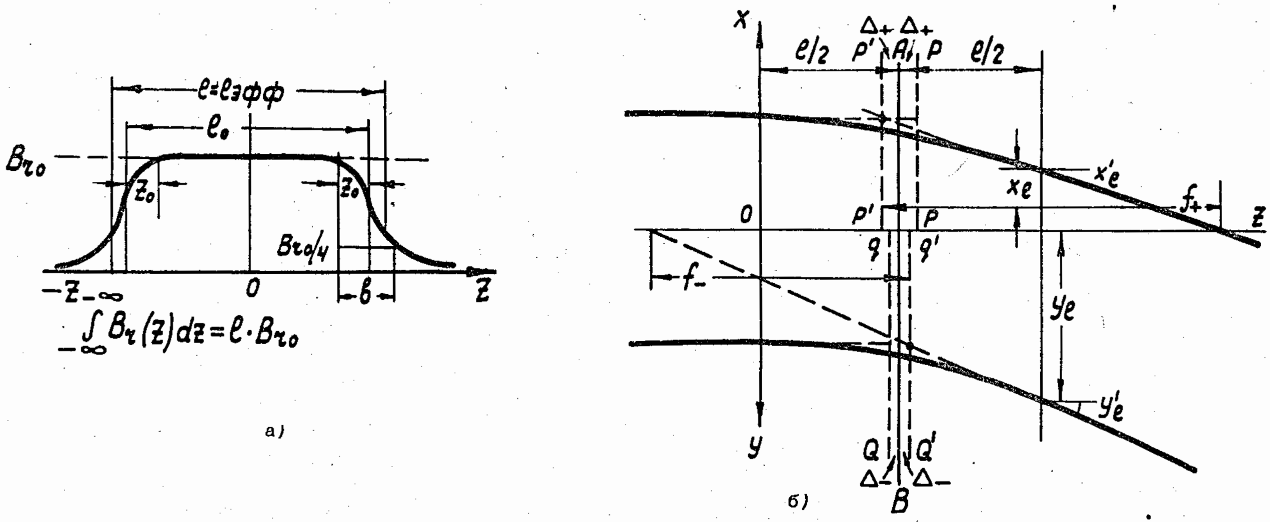


Рис. 5. а) Определение эффективной длины линзы ℓ . ℓ_o – геометрическая длина полюсов. О параметрах z_o и b см. стр. 8.

б) Определение фокусных расстояний и положений главных плоскостей линзы в фокусирующей (x) и дефокусирующей (y) плоскостях.

АВ – центральная плоскость. При фокусировке Pp – входная, а $P'p'$ – выходная плоскости, при дефокусировке входная плоскость Qq , а выходная – $Q'p'$. f отсчитываются от выходных плоскостей .

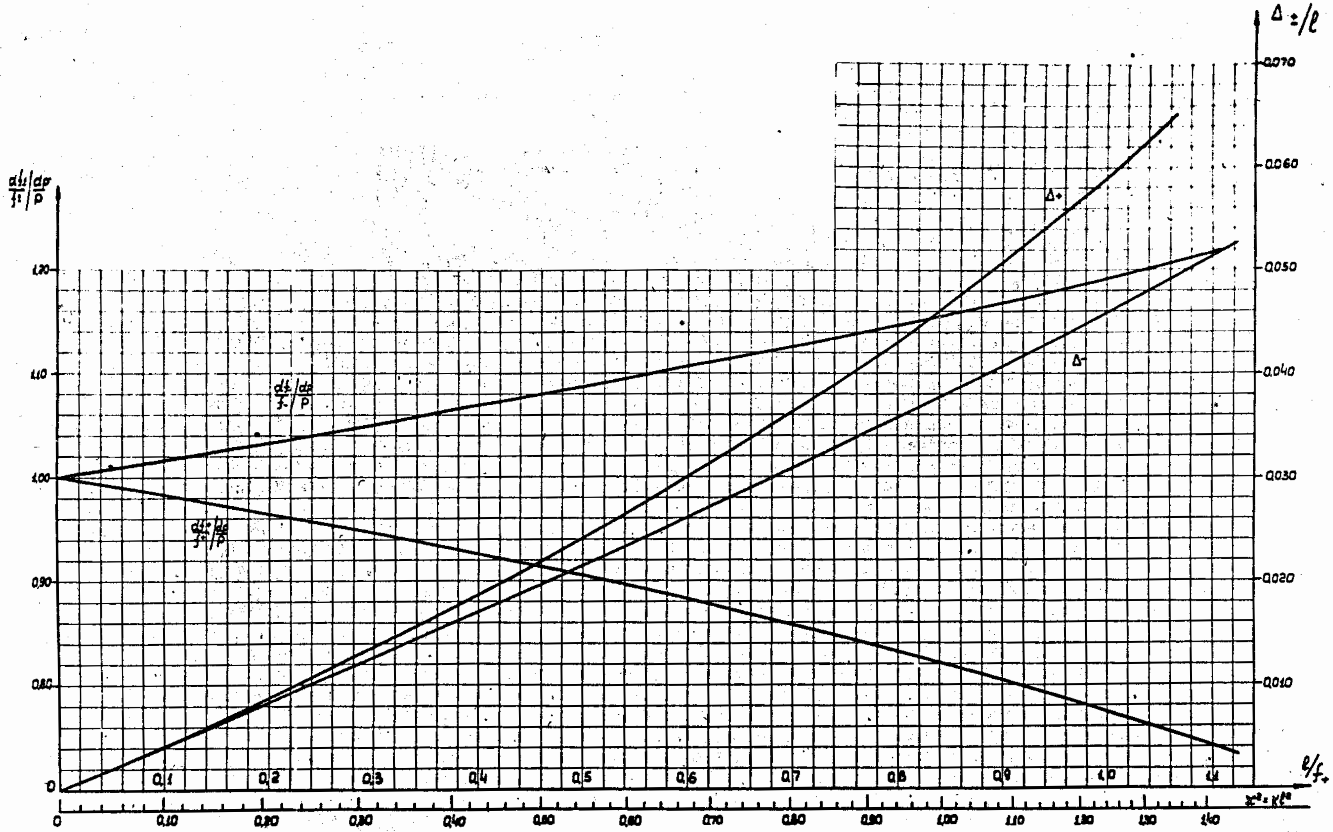


Рис. 6. Графики зависимости Δ_+/ℓ и Δ_-/ℓ от нормированной оптической силы линзы ℓ/f_+. По нижней шкале можно связать ℓ/f_+ с градиентом поля в линзе. ℓ – эффективная длина линзы. На левой шкале даны значения поправочных множителей, нужных для вычисления изменения f_+ и f_- при изменении p (см.стр.16).

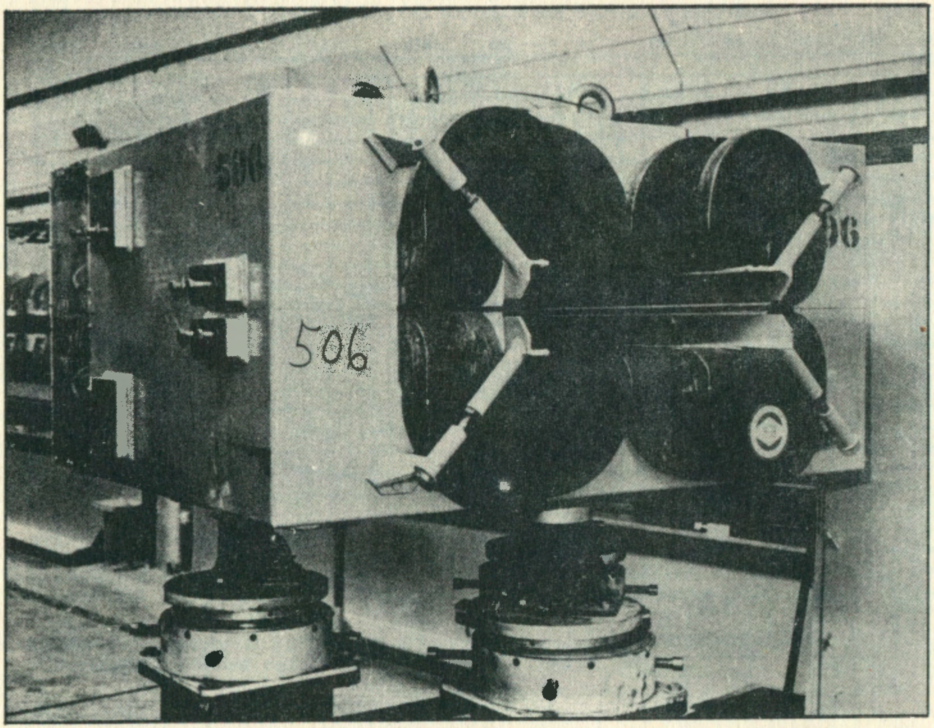
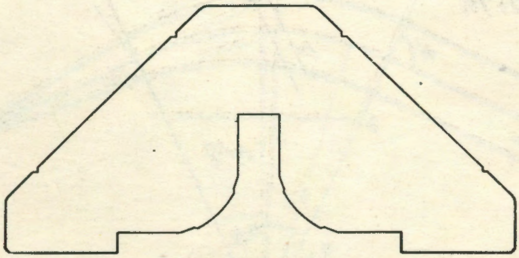


Рис. 7. "Линза Панофского" с прямоугольной апертурой: по горизонтали 61 см, по вертикали 15,2 см. l_o = 91 см, $g_{макс}$ ~ 470 гс/см.



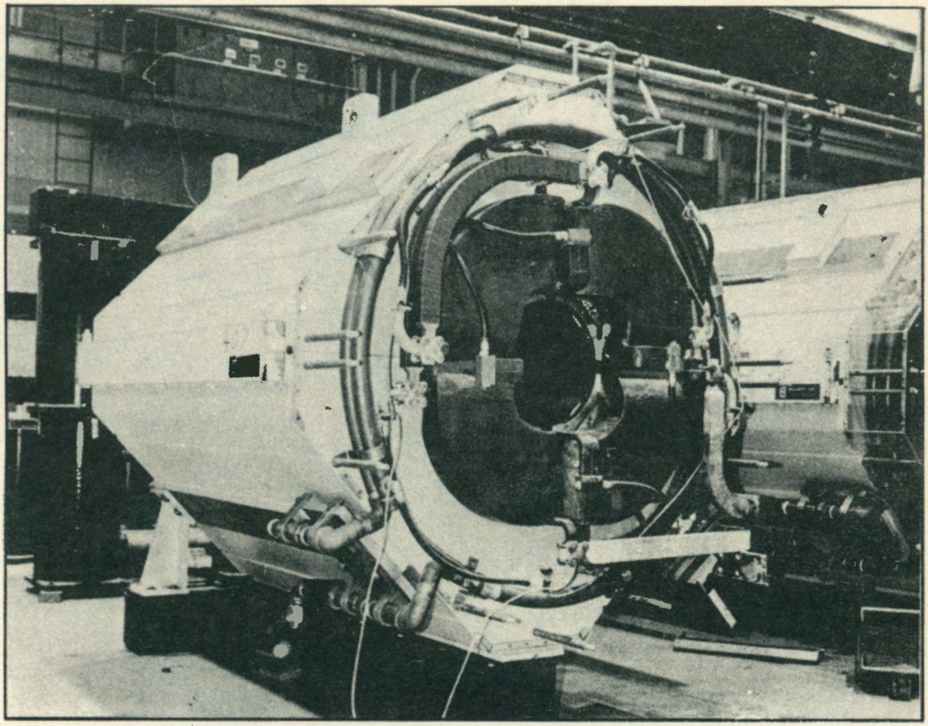


Рис.8.а) Разрез полюсов линзы, разработанной в Брукхэвене /8/.
Форма полюсных наконечников сильно отличается от гиперболической. В вырезах помещается обмотка.
б) Общий вид этой линзы.

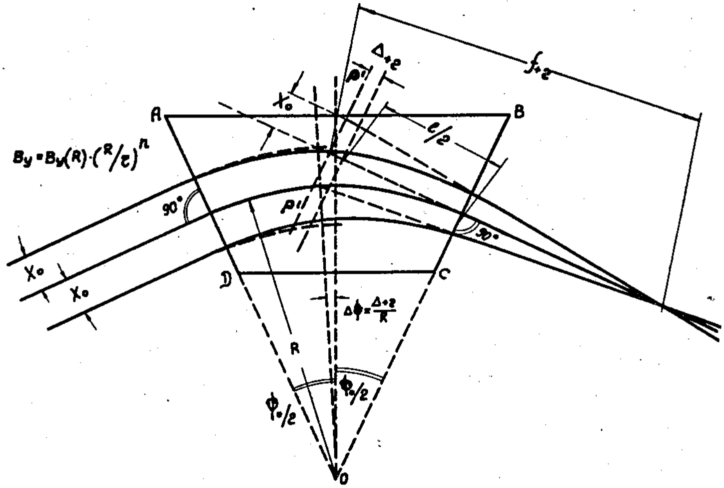


Рис. 9. Фокусировка секторным магнитом с неоднородным полем при нормальном входе и выходе. P'_p – выходная главная плоскость.

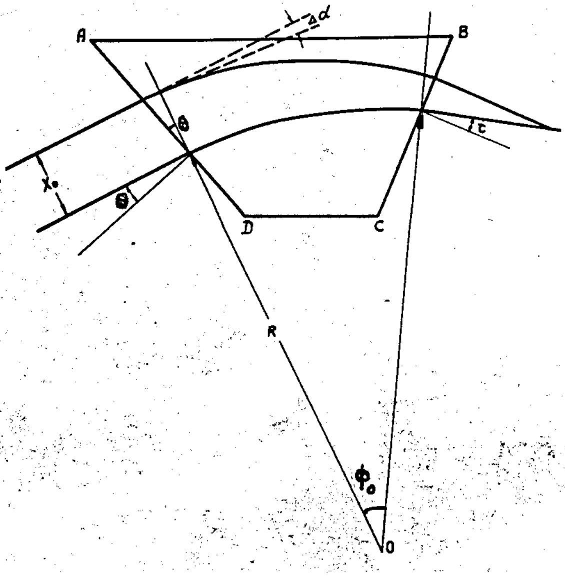


Рис. 10. Случай произвольного входа в магнит и выхода из него. На рисунке $\theta > 0$, $\tau > 0$. Внешняя траектория на избыточном пути поворачивает на угол $\Delta\alpha$.

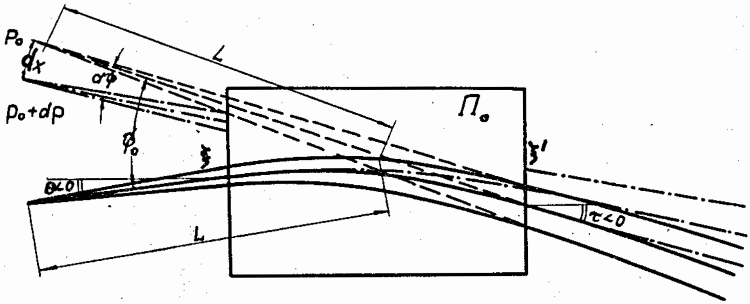


Рис. 11. Поворот и дисперсия для "прямоугольного" магнита. Для нашего случая $L<0$, $dx<0$.

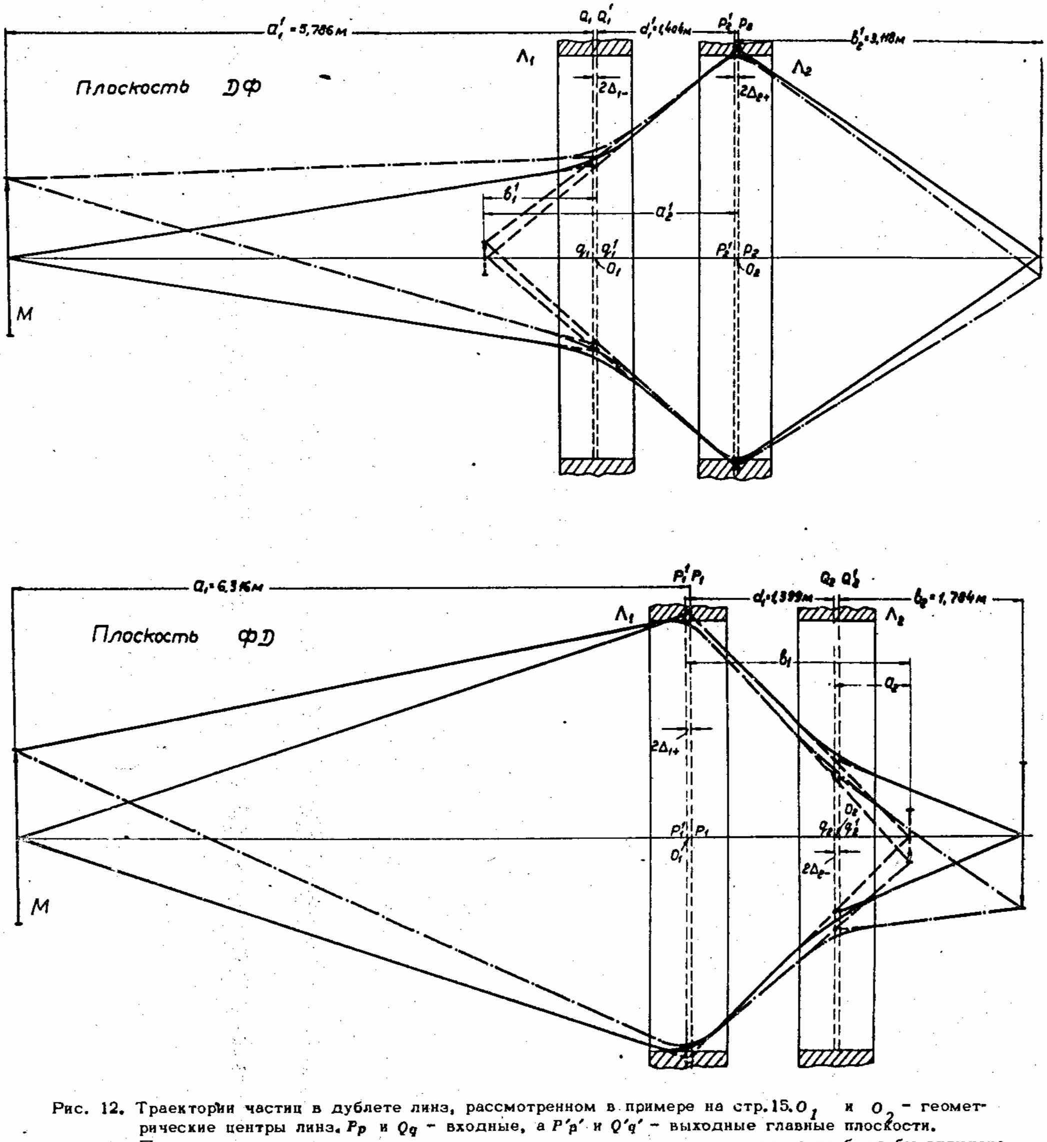


Рис. 12. Траектории частиц в дублете линз, рассмотренном в примере на стр. 15. O_1 и O_2 – геометрические центры линз. Pp и Qq – входные, а $P'p'$ и $Q'q'$ – выходные главные плоскости. Пунктиром показано движение частиц в случае, если следующая линза не была бы включена.

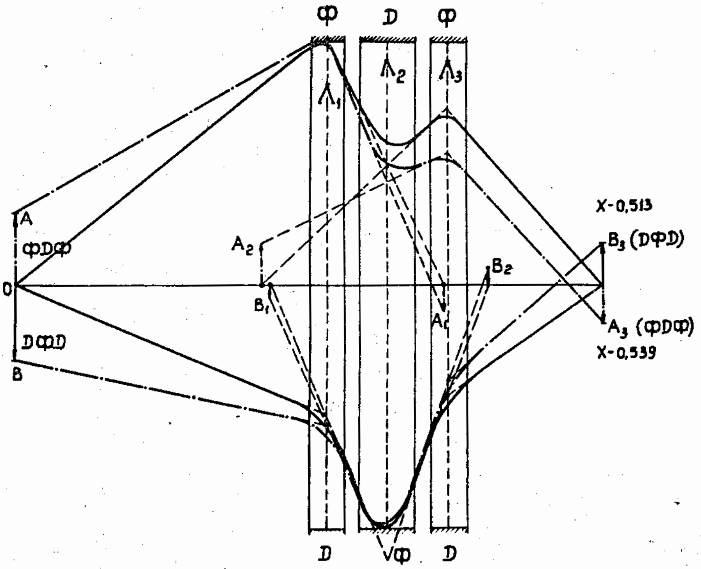


Рис. 13. Траектории частиц в симметричном триплете линз (в двух плоскостях) A_1, B_1, A_2, B_2 – мнимые промежуточные изображения. Конечные увеличения – 0,539 (ФДФ) и – 0,513 (ДФД). $a_1 = 6{,}3$ м, $b_3 = 3{,}1$ м, $d_1 = d_2 = 1{,}2$ м, $\ell_1 = \ell_3 = 0{,}72$ м, $\ell_2 = 1{,}11$ м, $f_{1+} = f_{3+} = 1{,}69$ м, $f_{2+} = 1{,}166$ м.

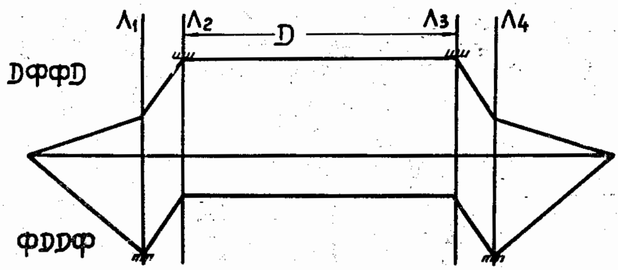


Рис. 14. Симметричный квартет линз.

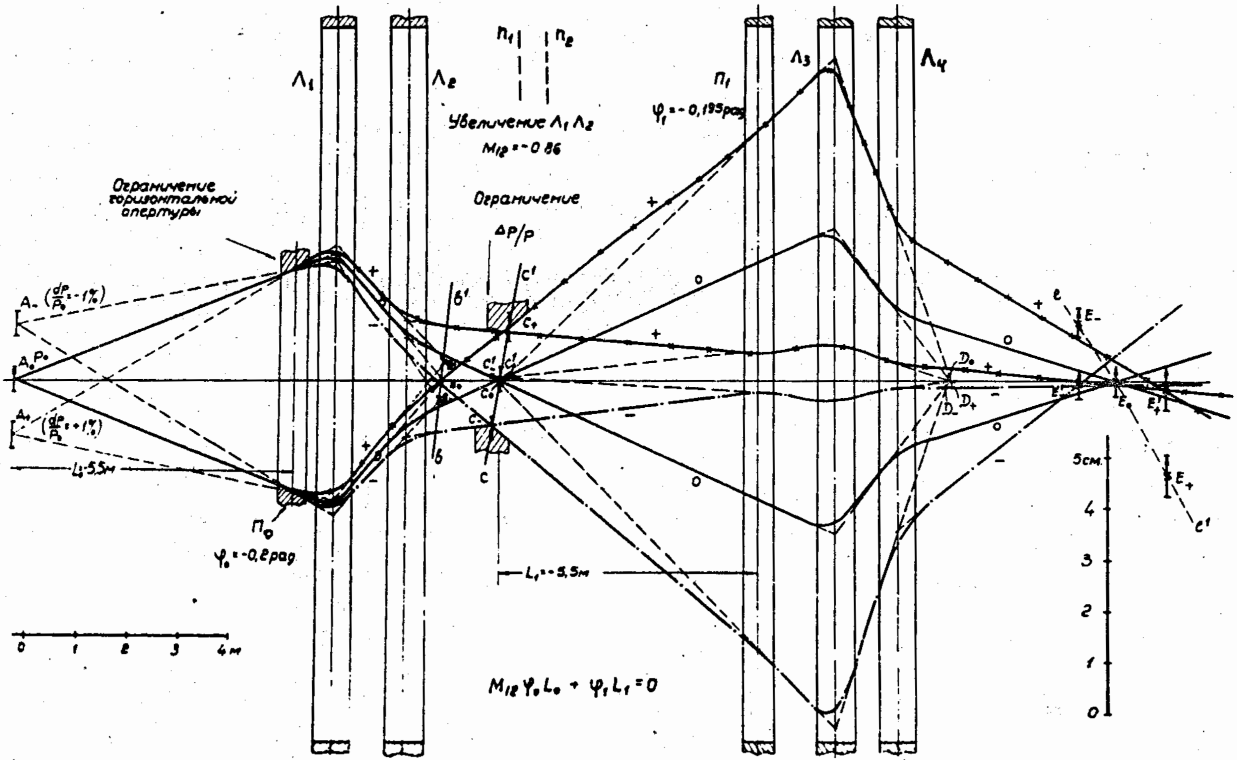


Рис. 15. Дисперсия в системе магнит $П_0$ – дублет линз $Л_1$ $Л_2$, и компенсация дисперсии при помощи магнита $П_1$. При отсутствии компенсации изображения A_- и A_+ лежали бы на кривой ее′· (E_1 и RE_+). Видно расширение пучка на входе во второй дублет. Возможное положение "линз поля зрения" показано пунктиром (n_1, n_2). Дублет рассчитан на стр. 15. Изображения после компенсации дисперсии обозначены буквами со штрихами. Траектория с $p = p_0$ спрямлена.

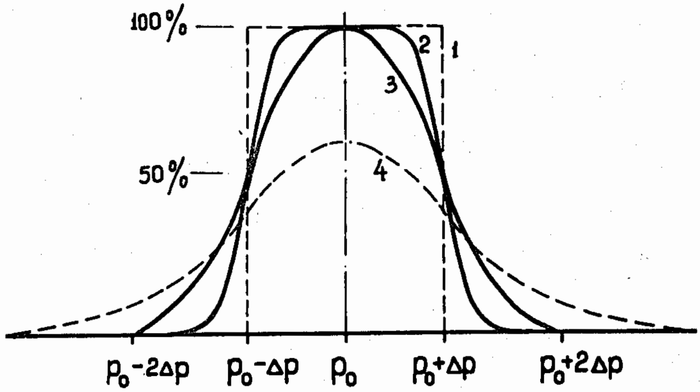
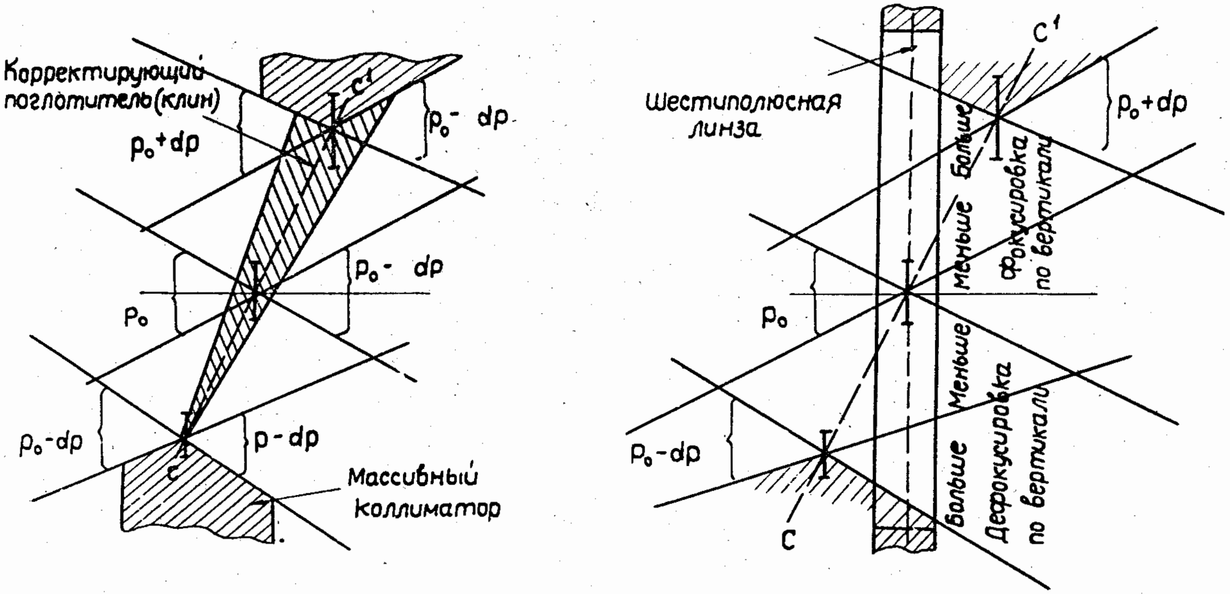


Рис. 16. Характер импульсного спектра частиц, проходящих через горизонтальный коллиматор в системе на рис.15. 1 - случай точечной мишени, 2, 3, 4 - спектры при увеличивающихся размерах мишени или смещении коллиматора.



а) б)

Рис. 17. Способы нейтрализации хроматической аберрации линз.
а) Клинообразный поглотитель (изменение p в пучке), б) Шестиполюсная линза (дополнительная фокусировка или дефокусировка по вертикали).