ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.В. Пашкевич

Р-1563

МНОГОКРАТНОЕ КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ НЕАКСИАЛЬНОГО ЧЕТНО-ЧЕТНОГО АТОМНОГО ЯДРА

Изв. АН СССР, сер. физ., 1965, т 29, №2, стр. 249-257.

Дубна 1964

В.В. Пашкевич

Р-1563

МНОГОКРАТНОЕ КУЛОНОВСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ НЕАКСИАЛЬНОГО ЧЕТНО-ЧЕТНОГО АТОМНОГО ЯДРА

Направлено в журнал
"Известия АН СССР"

Дубна 1964

Введение

В последнее время эксперименты по многократному кулоновскому возбуждению атомных ядер приобретают все большее значение. Они позволяют как изучать свойства ранее открытых уровней, так и обнаруживать новые уровни, возбуждение которых в первом порядке теории возмущения запрещено.

Теория многократного кулоновского возбуждения, развитая Альдером и Уинтером /1/, применялась ими для исследования вращательных состояний аксиально-симметричных ядер и вибрационных возбуждений сферических ядер. В работе /2/ теория обобщается на случай неаксиальных четно-четных атомных ядер, для описания которых применяется модель Давыдова-Филиппова. В данной работе вероятности кулоновского возбуждения ядра при рассеянии назад налетающей частицы, вычисленные в /2/, используются для вычисления дифференциального и полного сечения возбуждения вращательного спектра неаксиальных ядер.

Показано, что возбуждение основной вращательной полосы слабо зависит от параметра γ, характеризующего неаксиальность формы поверхности ядра. Дифференциальное и полное сечения возбуждения аномального уровня спина 2 существенно зависят от γ. Результаты сравниваются с предсказаниями теории возмущения /3/ и вычислениями полного сечения вращательных состояний аксиально-симметричного ядра, проведенными Граетзером, Хуверманом и Бернстейном /4/.

Метод расчета дается в первом параграфе. Во втором параграфе приводятся численные результаты.

§ 1. Вычисление вероятности многократного кулоновского возбуждения неаксиального ядра при произвольном угле рассеяния налетающих частиц

Вращательные состояния неаксиального ядра описываются, согласно модели Давыдова-Филиппова, волновыми функциями

$$\Psi^{J\tau}_{M} = \sum_{\substack{K \geq 0 \\ K \text{ четное}}} a_K(J\tau)\left[\frac{2J+1}{16\pi^2(1+\delta_{K0})}\right]^{1/2}\left[D^J_{MK} + (-1)^J D^J_{M-K}\right], \qquad (1)$$

где J - спин ядра, τ -номер состояния со спином J, D^J_{MK} - обобщенная сферическая функция. Коэффициенты $a_K(J\tau)$ приведены в работах Давыдова и Филиппова /5/ и Давыдова и Ростовского /6/.

В приближении удара, согласно [2], вероятность перехода ядра из основного состояния спина 0 в возбужденное состояние с квантовыми числами $J\tau$ имеет вид:

$$P_{J\tau} = (2J+1)\sum_{M} \Big| \sum_{K} A^{J}_{MK}\, a_{K}(J\tau) \Big|^{2}. \qquad (2)$$

Здесь интегралы A^{J}_{MK} представляют собой обобщение величин A_{JM} [1] на случай неаксиального ядра.

$$A^{J}_{MK} = \frac{\sqrt{2}}{8\pi^{2}(1+\delta_{K0})^{1/2}} \left(D^{J}_{MK}(\theta_1, \theta_2, \theta_3), S \right); \qquad (3)$$

$$S = \exp\{-2iq_{\text{эф}}[\cos^2\theta_2 - 1/3 + \lambda \sin^2\theta_2 \cos 2\theta_3 -$$
$$- \nu \sin^2\theta_2 \cos 2\theta_1 - \lambda\nu\,(\cos 2\theta_1 \cos 2\theta_3 (1+\cos^2\theta_2) -$$
$$- 2\sin 2\theta_1 \sin 2\theta_3 \cos\theta_2)]\}; \qquad (4)$$

$$q = q(\theta)\cos\gamma, \qquad q(\theta) = q\, J_{20}(\theta)/J_{20}(\pi), \qquad (5)$$

$$\lambda = \operatorname{tg}\gamma/\sqrt{3}, \qquad \nu = J_{22}(\theta)/J_{20}(\theta), \qquad (6)$$

где q – безразмерный параметр, зависящий как от внутренних свойств ядра, так и от условий возбуждения, J – орбитальные интегралы [1], θ – угол отклонения налетающей частицы. Скалярное произведение берется в пространстве углов Эйлера, определяющих ориентацию системы координат, жестко связанной с ядром, относительно лабораторной системы:

$$(\Psi, \Phi) \equiv \int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^{\pi} d\theta_2 \sin\theta_2 \int_0^{2\pi} d\theta_3\, \Psi^{*}\Phi .$$

Таким образом, вычисление вероятности перехода сводится к вычислению интегралов A^{J}_{MK}. Метод вычисления этих величин при $\theta = \pi$ (т.е. $\nu = 0$) изложен в [2]. Чтобы найти приближенное выражение для A^{J}_{MK} при $\theta \neq \pi$, разложим S в ряд по степеням ν. Предварительно представим (4) в форме:

$$S = S_0 \exp\{ i\sqrt{8/3}\, q_{\text{эф}}\nu\, [D^2_{20} + D^2_{-20} +$$
$$+ \sqrt{3/2}\,\lambda\,(D^2_{22} + D^2_{2-2} + D^2_{-22} + D^2_{-2-2})]\}, \qquad (7)$$

где

$$S_0 \equiv S|_{\nu=0}.$$

Теперь разложение A^{J}_{MK} в ряд принимает вид:

$$A^{J}_{MK} = \frac{\sqrt{2}}{8\pi^{2}(1+\delta_{K0})^{1/2}} \sum_{n=|M|/2}^{\infty} \frac{(i\sqrt{8/3}\, q_{\text{эфф}}\nu)^{n}}{n!} \times$$
$$\times \left(D^{J}_{MK},\, S_0 \{ D^2_{20} + D^2_{-20} + \sqrt{3/2}\,\lambda [D^2_{22} + D^2_{2-2} + D^2_{-22} + D^2_{-2-2}]\}^{n} \right). \qquad (8)$$

Суммирование в (7) начинается с $n = |M|/2$, ибо все слагаемые при $n < |M|/2$ пропадают в силу ортогональности D^{J}_{MK} и

$$S_0 \{ D^2_{20} + D^2_{-20} + \sqrt{3/2}\,\lambda [D^2_{22} + D^2_{2-2} + D^2_{-22} + D^2_{-2-2}]\}^{n}.$$

Следовательно, при $\nu \to 0$ A^{J}_{MK} стремится к нулю не медленнее, чем $\nu^{|M|/2}$. В приложении А показано, что

$$A^{J}_{MK}(\nu) = (-1)^{M/2} A^{J}_{MK}(-\nu), \qquad (9)$$

поэтому в ряде (8) попадают слагаемые с четным (нечетным) n, если $M/2$ нечетно (четно). В связи с этим эффективным параметром разложения является

$$(\sqrt{8/3}\; q_{\text{эф}}\,\nu)^2.$$

В наиболее неблагоприятном случае, когда $J_{22}(\theta)$ достигает максимума, этот параметр приблизительно равен $0{,}004\, q^2$. Отсюда видно, что вычисляя вероятности возбуждения при $q \lesssim 5$, можно ограничиться первым неисчезающим членом ряда. Относительная ошибка при этом максимальна при малых θ, ибо нулевое по ν приближенное стремится к нулю при $\theta \to 0$.

Вероятность возбуждения вращательных уровней с четным полным моментом J отлична от нуля в нулевом приближении по ν при $\theta \neq 0$. В этом случае $P_{J\tau}$ зависит от угла рассеяния θ только через $q_{\text{эф}}$, что можно записать в следующем виде:

$$P_{J\tau}(q\theta) = P_{J\tau}(q(\theta), \pi). \qquad (10)$$

Это так называемое "$q(\theta)$ –приближение".

Результаты вычислений дифференциального и полного сечений в этом приближения приводятся в следующем параграфе. Найдем явный вид поправки к $P_{J\tau}(q(\theta), \pi)$. Как следует из (2) и (9), $P_{J\tau}$ – четная функция ν и поэтому поправка квадратична по ν. В нее могут входить только A^{J}_{0K} и A^{J}_{2K}, ибо величины A^{J}_{MK} с $|M| > 2$ при малых ν дают вклад в $P_{J\tau}$, пропорциональный $|\nu^{|M|/2}|^2$, т.е. порядка выше второго. Таким образом, поправка к вероятности перехода принимает вид:

$$P_{J\tau}(q\theta) - P_{J\tau}(q(\theta),\pi) \cong \nu^2 \Lambda_{J\tau} . \qquad (11)$$

где

$$\Lambda_{J\tau} = (8/3)(2J+1)\alpha^2 \; [-2Re \,|\sum_{jKK'} \overset{\bullet}{A}{}^{J}_{0K}(q(\theta),\pi) \times$$

$$\times A^{j}_{0K'}(q(\theta),\pi)\, a_K(J\tau)\, C^{ij}_{0K'}(J\tau)\,| +$$

$$+ |\sum_{jK} A^{j}_{0K}(q(\theta),\pi)\, C^{j}_{2K}(J\tau)\,|^2] . \qquad (12)$$

Величины $C^{j}_{MK}(J\tau)$, не зависящие от q, определены в приложении В.

Вероятность возбуждения уровней с нечетным J исчезает в "$q(\theta)$ -приближении". Это следует из того, что (D^{J}_{MK}, S) обращается в нуль при нечетном J, если либо M, либо K равно нулю /2/. Вероятность возбуждения уровня спина 3 в первом неисчезающем приближении поэтому квадратична по ν и имеет вид:

$$P_{31}(q,\theta) \cong (56/3)(q_{эф}\,\nu)^2 |\sum_{j=2,4} (2j+1) \begin{pmatrix} 3 & 2 & j \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} \times$$

$$\times [\sqrt{3}\,\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & j \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} A^{j}_{00}(q(\theta),\pi) +$$

$$+ \begin{pmatrix} 3 & 2 & j \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix} A^{j}_{02}(q(\theta),\pi) + \qquad (13)$$

$$+ \sqrt{3/2}\,\lambda \begin{pmatrix} 3 & 2 & j \\ 2 & 2 & -4 \end{pmatrix} A^{j}_{04}(q(\theta),\pi)\,]\,|^2 ,$$

где использованы обозначения Вигнера для коэффициентов Клебша-Жордана, приведенные в работе Эдмондса /7/.

§ 2. Дифференциальное и полное сечения. Численные результаты

Найдем дифференциальное и полное сечения многократного кулоновского возбуждения, используя приближенное выражение (10) для вероятности перехода

$$d\sigma_{J\tau}(q\theta) \cong P_{J\tau}(q(\theta),\pi)\, d\sigma_R , \qquad (14)$$

где $d\sigma_R$ - сечение резерфордовского рассеяния.

Полное сечение получаем интегрированием (14) по всем углам рассеяния налетающей частицы

$$\sigma_{j\tau}(q) = \pi a^2 \int_0^{\pi} \frac{P_{J\tau}(q(\theta),\pi)}{\sin^3 \theta/2} \cos \theta/2 \, d\theta . \qquad (16)$$

Необходимые для вычисления $d\sigma$ значения $P_{J\tau}(q(\theta),\pi)$ получались интерполированием таблицы $P_{J\tau}(q\pi)$ /2/.

Результаты расчетов по формулам (14) и (15) представлены сплошными кривыми на рисунках 1-4 и 5-6 соответственно. Кроме того, на рисунках 3-4 пунктиром изображена зависимость дифференциального сечения возбуждения второго уровня спина 2, полученная в первом порядке теории возмущения (в приближении удара). Каскадное возбуждение через первый уровень спина 2 при этом не учитывалось.

Из представленных графиков видно, что при описании рассеяния на большие углы теория возмущения дает ошибку тем большую, чем больше неаксиальность ядра. При малых θ ошибка, вносимая "$q(\theta)$ -приближением", максимальна. В этой области углов при расчетах дифференциального сечения можно пользоваться теорией возмущения.

В полное сечение "$q(\theta)$ -приближение" не вносит большой ошибки, так как дифференциальное сечение дает вклад в полное сечение с весовым множителем $\sin\theta$, ослабляющим зависимость полного сечения от поведения дифференциального сечения при малых углах. Так, полное сечение, рассчитанное в теории возмущения с использованием "$q(\theta)$ -приближением", отличается не более, чем на 5% от полного сечения, вычисленного без использования этого приближения.

На рисунках 5-6, кроме полного сечения многократного кулоновского возбуждения неаксиального ядра, нанесены результаты аналогичных расчетов для аксиального ядра, выполненные Граетзером, Хуверманом и Бернстейном /4/. Кривые, представляющие сечения возбуждения первого уровня спина 4 на рис. 5 при $\gamma = 0^{\circ}$ /4/ и $\gamma = 10^{\circ}$, совпадают в пределах точности чертежа. При $\gamma \to 0^{\circ}$ результаты теории для неаксиальных ядер переходят в соответствующие результаты теории аксиальных ядер.

Зависимость полного сечения от параметра q, даваемая теорией возмущения (в приближении удара), нанесена на рис. 5 и 6 пунктирной кривой. Для вычисления полного сечения возбуждения первого уровня спина 2 использовалась обычная формула теории возмущения /3/:

$$\sigma_{E2}(0 \to 21) = \left(\frac{z_1 e}{\hbar v}\right)^2 a^{-2} B(E2; 0 \to 21)\, f_{E2}(0) = \qquad (16)$$

$$= 0{,}0907 \; \pi a^2 q^2 b(E2; 0 \to 21),$$

где $b(E2;\, J\tau \to J'\tau')$ – приведенная вероятность электромагнитного перехода из состояния $J\tau$ в состояние $J'\tau'$ в единицах $\frac{e^2\, Q_0^2}{16\pi}$. Возбуждение первого уровня спина 4 рассчитывалось во втором порядке теории возмущения по формуле

$$\sigma_{E2E2}(0 \to J\tau) = 0{,}0272\; a^{-2}\, \sigma_{E2}(0 \to 21)\, \sigma_{E2}(21 \to J) = \tag{17}$$
$$= 0{,}000703\; \pi\, a^2 q^4\, b(E2;\, 0 \to 21)\, b(E2;\, 21 \to J\tau)$$

при $J = 4$, $\tau = 1$.

Полное сечение возбуждения уровня $J = 2$, $\tau = 2$ в теории возмущения вычислялось как в первом порядке, т.е. по формуле (16) (пунктирные кривые на рис.6), так и с учетом каскадного перехода, сечение которого рассчитывалось по формуле (17) при $J = 2$, $\tau = 2$. Интерференционный член не учитывался. Зависимость суммы $\sigma_{E2} + \sigma_{E2E2}$ от q при $\gamma = 10^\circ$ и $\gamma = 20^\circ$ изображена штрих-пунктирной кривой на рис. 6.

Из представленных результатов видно, что границы применимости теории возмущения при описании возбуждения основной вращательной полосы неаксиального и аксиального ядер совпадают. Полное сечение возбуждения аномального уровня спина 2^+, рассчитанное по теории возмущения, заметно расходится с теорией многократного кулоновского возбуждения при $q > (1{,}5-2)$.

Заключение

Можно отметить следующие особенности в поведении сечений многократного кулоновского возбуждения. Во-первых, уровни основной вращательной полосы слабо зависят от γ. Учет неаксиальности не дает заметных отклонений от предсказаний теории, развитой для аксиальных ядер. Во-вторых, сечение возбуждения аномальных уровней, в частности, уровня $J = 2$, $\tau = 2$ чувствительно к изменению γ. Измеряя это сечение экспериментально, можно определить неаксиальность ядра, если эксперимент проводился в таких условиях, когда с достаточной точностью можно говорить о применимости приближения удара. В-третьих, с изменением угла рассеяния при фиксированном q или с изменением q при фиксированном θ меняется характер зависимости сечения от γ. Это наиболее наглядно видно из рисунка 4. При малых θ сечение рассеяния, рассматриваемое как функция γ, имеет максимум при $\gamma \cong 20^\circ$, а при $\gamma \to 0^\circ$ и $\gamma \to 30^\circ$ стремится к нулю. Такая же зависимость следует из теории возмущения, которая справедлива в этой области углов рассеяния. С ростом θ зависимость меняется, что выражается в пересечении кривых, соответствующих разным γ. При $\theta \cong \pi$ максимум в сечении достигается при $\gamma \cong 30^\circ$. Таким образом, в указанных пределах сечение становится монотонной функцией γ и, следовательно, по известному сечению можно однозначно определить γ.

Следует отметить слабую зависимость от γ дифференциального сечения возбуждения уровня спина $J = 6$, $\tau = 1$ при $q = 2$. Кривые, соответствующие $\gamma = 10^\circ$, 20° и 30°, в пределах точности чертежа сливаются в одну.

В заключение автор считает своим приятным долгом выразить благодарность профессору А.С. Давыдову за постоянный интерес к работе и ценные критические замечания. Автор также благодарен кафедре математики Физического факультета МГУ и Вычислительному центру МГУ за содействие и помощь при работе на электронно-счетной вычислительной машине.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Докажем, что

$$A^J_{MK}(q_{эф}\, \lambda\nu) = (-1)^{M/2}\, A^J_{MK}(q_{эф},\, \lambda,\, -\nu), \tag{1.A}$$

$$A^J_{MK}(q_{эф}\, \lambda\nu) = (-1)^{K/2}\, A^J_{MK}(q_{эф},\, -\lambda\, \nu). \tag{2.A}$$

В работе [2] показано, что величины A^J_{MK} отличны от нуля только при четных M и K и пропорциональны интегралу

$$\int_0^{2\pi} d\theta_1 \int_0^{\pi} d\theta_2 \sin\theta_2 \int_0^{2\pi} d\theta_3\, e^{i(M/2)\theta_1}\, e^{i(K/2)\theta_3}\, f(\lambda\nu\theta_1\theta_2\theta_3), \tag{3.A}$$

где $f(\lambda\nu\theta_1\theta_2\theta_3) =$

$$= d^J_{MK}(\theta_2) \exp\{-2iq_{эф}[\cos^2\theta_2 - 1/3 + \lambda\sin^2\theta_2\cos\theta_3 -$$
$$- \nu\sin^2\theta_2\cos\theta_1 - \lambda\nu[\cos\theta_1\cos\theta_3(1+\cos^2\theta_2) -$$
$$- 2\sin\theta_1\sin\theta_3\cos\theta_2]]\}.$$

Здесь было использовано то обстоятельство, что

$$D^J_{MK}(\theta_1\theta_2\theta_3) = e^{iM\theta_1}\, d^J_{MK}(\theta_2)\, e^{iK\theta_3}.$$

Так как

$$f(\lambda\nu,\, \theta_1+\pi,\, \theta_2\theta_3) = f(\lambda,\, -\nu,\, \theta_1\theta_2\theta_3)$$

и функция f имеет период 2π по аргументу θ_1, то, производя в интеграле (3.A) замену

$$\theta_1 = \theta_1' + \pi ,$$

получим соотношение (1.A). Аналогично, используя свойство функции f

$$f(\lambda\nu\ \theta_1\theta_2,\ \theta_3+\pi) = f(-\lambda,\ \nu\ \theta_1\theta_2\theta_3)$$

и ее периодичность с периодом 2π по аргументу θ_3, получаем (2A).

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Найдем приближенное выражение для $A^J_{2K}(q\theta)$ и разности $A^J_{0K}(q\theta) - A^J_{0K}(q(\theta),\pi)$, необходимые для вычисления квадратичной по ν поправки к вероятности перехода (11). Используя (3) и (8), получим

$$A^J_{0K}(q\nu) - A^J_{0K}(q(\theta),\pi) =$$

$$= -(8/3)(q_{эф}\nu)^2 \sum_{\substack{j,j' \\ j \text{ и } j' \text{ четные}}} (2j+1)(2j'+1)\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} J & j' & j \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \times$$

$$\times \left\{\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} + 3\lambda^2\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K & 0 & -K\end{pmatrix} A^j_{0K}(q(\theta),\pi) +\right.$$

$$+ \lambda\left[\frac{6}{1+\delta_{K0}}\right]^{1/2}\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 0 & -2 & 2\end{pmatrix}\left[(1+\delta_{K,-2})^{1/2}\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K & 2 & -K-2\end{pmatrix} A^j_{0K+2}(q(\theta),\pi) + \right. \tag{1.B}$$

$$\left. + (1+\delta_{K2})^{1/2}\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K & -2 & -K+2\end{pmatrix} A^j_{0K-2}(q(\theta),\pi)\right] +$$

$$+ \frac{3\lambda^2}{2(1+\delta_{K0})^{1/2}}\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ -2 & -2 & 4\end{pmatrix}\left[(1+\delta_{K,-4})^{1/2}\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K & 4 & -K-4\end{pmatrix} A^j_{0K+4}(q(\theta),\pi) +\right.$$

$$\left.\left. + (1+\delta_{K4})^{1/2}\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K & -4 & -K+4\end{pmatrix} A^j_{0K-4}(q(\theta),\pi)\right]\right\},$$

$$A^J_{2K}(q\theta) \simeq i\sqrt{8/3}\ q_{эф}\nu \sum_j (2j+1)\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix} \times \tag{2.B}$$

$$\times \left[\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ K & 0 & -K\end{pmatrix} A^j_{0K}(q(\theta),\pi) +\right.$$

$$+ \lambda\left[\frac{3(1+\delta_{K,-2})}{2(1+\delta_{K,0})}\right]^{1/2}\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ K & 2 & -K-2\end{pmatrix} A^j_{0K+2}(q(\theta),\pi) +$$

$$\left. + \lambda\left[\frac{3(1+\delta_{K2})}{2(1+\delta_{K,0})}\right]^{1/2}\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ K & -2 & -K+2\end{pmatrix} A^j_{0K-2}(q(\theta),\pi)\right].$$

При $\gamma \to 0$ выражения (1.B) и (2.B) отличны от нуля только при $K=0$ и переходят в соответствующие выражения, полученные для аксиального ядра Альдером и Уинтером /1/.

С помощью (1.B) и (2.B) легко показать, что

$$\sum_{\substack{K\ge 0 \\ K \text{ четное}}} A^J_{0K}(q\theta)\, a_K(J\tau) = \sum_{\substack{K\ge 0 \\ K \text{ четное}}} A^J_{0K}(q(\theta),\pi)\, a_K(J\tau) - \tag{3.B}$$

$$-(8/3)(q_{эф}\nu)^2 \sum_{\substack{jK \\ 0\le K\le j \\ K \text{ и } j \text{ четные}}} A^j_{0K}(q(\theta),\pi)\, C^j_{0K}(J\tau)$$

$$\sum_{\substack{K\ge 0 \\ K \text{ четное}}} A^J_{2K}(q\theta)\, a_K(J\tau) = \tag{4.B}$$

$$= i\sqrt{8/3}\ q_{эф}\nu \sum_{\substack{jK \\ 0\le K\le j \\ K \text{ и } j \text{ четные}}} A^j_{0K}(q(\theta),\pi)\, C^j_{2K}(J\tau),$$

где C^j_{MK} определяются следующим образом:

$$C^j_{MK} = (\bar C^j_{MK} + \bar C^j_{M-K})(1+\delta_{K0})^{-1},$$

$$\bar C^j_{0K}(J\tau) = \sum_{\substack{j' \\ j' \text{ четное}}} (2j+1)(2j'+1)\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix} J & j' & j \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \times$$

$$\times\left\{\left[\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix} + 3\lambda^2\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\right]\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K & 0 & -K\end{pmatrix} a_K(J\tau) +\right.$$

$$+ \sqrt{6}\,\lambda\left[\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K-2 & 2 & -K\end{pmatrix}\frac{a_{K-2}(J\tau)}{(1+\delta_{K2})^{1/2}} + \begin{pmatrix} J & j' & j \\ K+2 & -2 & -K\end{pmatrix}\left(\frac{1+\delta_{K0}}{1+\delta_{K,-2}}\right)^{1/2} a_{K+2}(J\tau)\right]\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ 0 & 2 & -2\end{pmatrix} +$$

$$+ \frac{3\lambda^2}{2}\begin{pmatrix} 2 & 2 & j' \\ -2 & -2 & 4\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} J & j' & j \\ K-4 & 4 & -K\end{pmatrix}\frac{a_{K-4}(J\tau)}{(1+\delta_{K4})^{1/2}} +\right.$$

$$\left.\left. + \begin{pmatrix} J & j' & j \\ K+4 & -4 & -K\end{pmatrix}\left(\frac{1+\delta_{K0}}{1+\delta_{K,-4}}\right)^{1/2} a_{K+4}(J\tau)\right]\right\},$$

$$\bar C^j_{2K} = (2j+1)\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ 2 & -2 & 0\end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ K & 0 & -K\end{pmatrix} a_K(J\tau) +\right.$$

$$+\lambda\left(\frac{3}{2(1+\delta_{K,2})}\right)^{1/2}\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ K-2 & 2 & -K \end{pmatrix} a_{K-2}(J\tau)\,+$$

$$+\lambda\left(\frac{3(1+\delta_{K0})}{2(1+\delta_{K,2})}\right)^{1/2}\begin{pmatrix} J & 2 & j \\ K+2 & -2 & -K \end{pmatrix} a_{K+2}(J\tau)\,]\,,$$

где всюду следует положить $a_K\ (J\tau)=0$ при $K<0$. В случае $J=2$ величины $C^{j}_{0K}\ (2\tau)$ имеют вид:

$$C^{0}_{00}=(2/35)(3\lambda^2-1)\,a_0+(4\sqrt{3}/35)\,\lambda\, a_2\,,$$

$$C^{2}_{00}=(1/7)(1+6\lambda^2)\,a_0-(\sqrt{3}/7)\,\lambda\, a_2\,,$$

$$C^{4}_{00}=(6/385)(29\lambda^2-8)\,a_0+(6\sqrt{3}/385)\,\lambda\, a_2\,,$$

$$C^{6}_{00}=(3/154)(2+\lambda^2)\,a_0+(\sqrt{3}/77)\,\lambda\, a_2\,,$$

$$C^{2}_{02}=(-\sqrt{3}/70)\,\lambda\, a_0+(1/7)(2+3\lambda^2)\,a_2\,,$$

$$C^{4}_{02}=(+12\sqrt{5}/77)\,\lambda\, a_0+(12/77)\sqrt{3/5}\,(2\lambda^2-1)\,a_2\,,$$

$$C^{6}_{02}=(2/11)\sqrt{6/35}\,\lambda\, a_0+(1/22\sqrt{70})(4+3\lambda^2)\,a_2\,,$$

$$C^{4}_{04}=(-6/11\sqrt{35})\,\lambda^2\, a_0+(18\sqrt{3}/11\sqrt{35})\,a_2\,,$$

$$C^{6}_{04}=(3\lambda^2/22\sqrt{7})\,a_0+(\sqrt{3}/11\sqrt{7})\,a_2\,,$$

$$C^{6}_{06}=(3\lambda^2/2\sqrt{154})\,a_2\,.$$

Литература

1. K. Alder, A. Winther. Math. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk., 32, N 8 (1960).
2. В.В. Пашкевич. "Вестник Московского университета", сер. физики, астрономии, № 6, 65, 1963.
3. K. Alder, A. Bohr, T. Huss, B. Mottelson, A. Winter. Revs. Mod. Phys., 28, 432 (1956). (Перевод: см. сб. "Деформация атомных ядер". ИЛ, 1958 г.)
4. R. Graetzer, R. Hooverman, E.M. Bernstein, Nucl. Phys., 39, 124 (1962).
5. А.С. Давыдов, Г.Ф. Филиппов. ЖЭТФ, 35, 440 (1958).
6. А.С. Давыдов, В.С. Ростовский. ЖЭТФ, 36, 1788 (1959).
7. A.R. Edmonds. Angular Momentum in Quantum Mechanics, CERN, 55-26, Geneva. (Перевод: см. сб. "Деформация атомных ядер". ИЛ, 1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
12 февраля 1964 г.

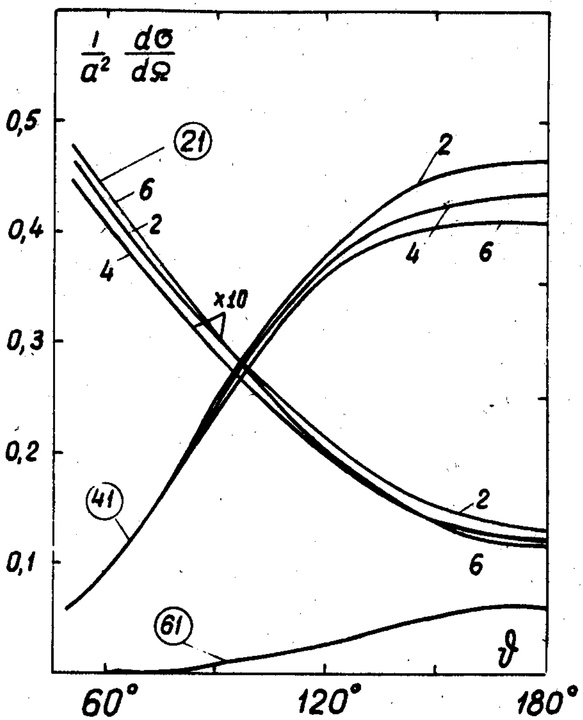

Рис. 1. Дифференциальное сечение многократного кулоновского возбуждения вращательного спектра неаксиального ядра в единицах a^2 в зависимости от угла рассеяния θ. В кружках даны значения $J\tau$ возбуждаемого уровня. Для каждого $J\tau$ приведены кривые при различных значениях параметра неаксиальности γ: 2-10°, 4-20°, 6-30°. Параметр q =2. Кривая J =2, τ =1 дана в относительном масштабе 10: 1.

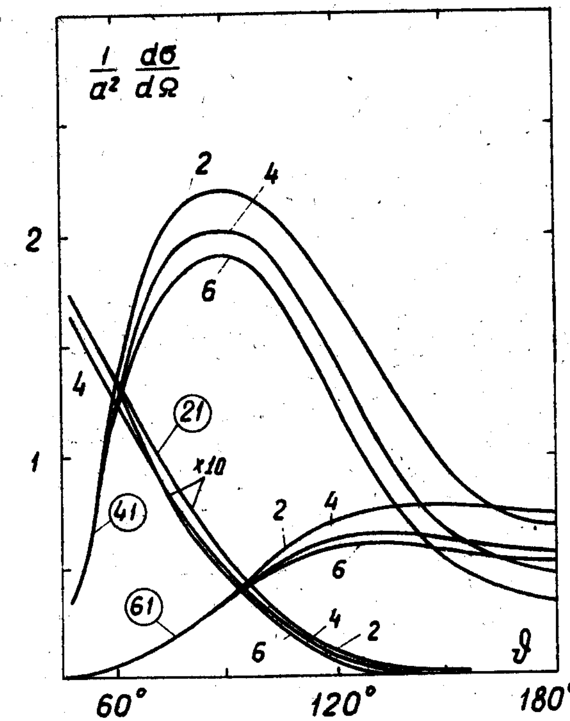

Рис. 2. То же, что и на рис. 1, при q = 4.

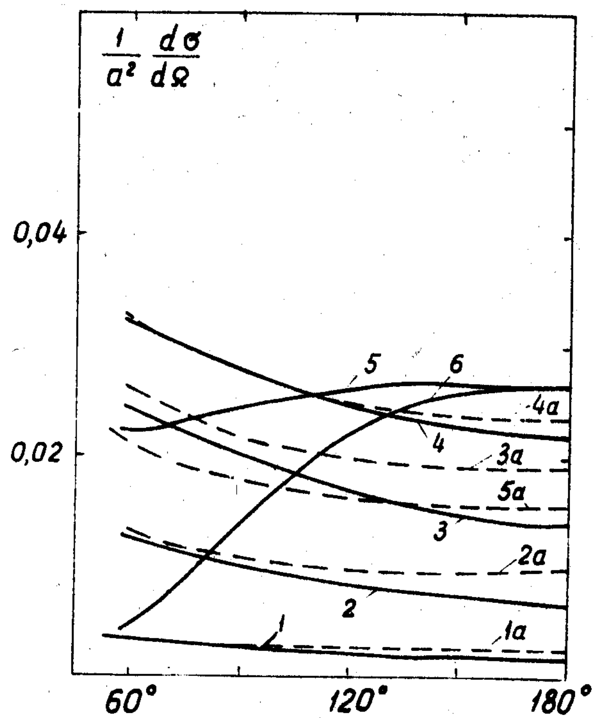

Рис. 3. Дифференциальное сечение многократного кулоновского возбуждения второго уровня спина 2^+ неаксиального ядра в единицах a^2 в зависимости от угла рассеяния θ. Приведены кривые при различных значениях параметра неаксиальности γ: 1 – 5°, 2 – 10°, 3 – 15°, 4 – 20°, 5 – 25°, 6 – 30°. Параметр q = 2. Пунктиром нанесены результаты теории возмущения.

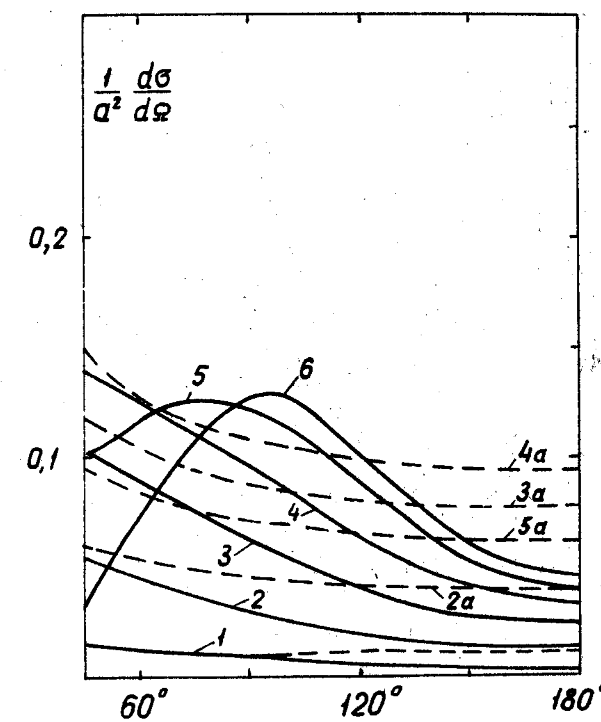

Рис. 4. То же, что и на рис. 1, при q = 4.

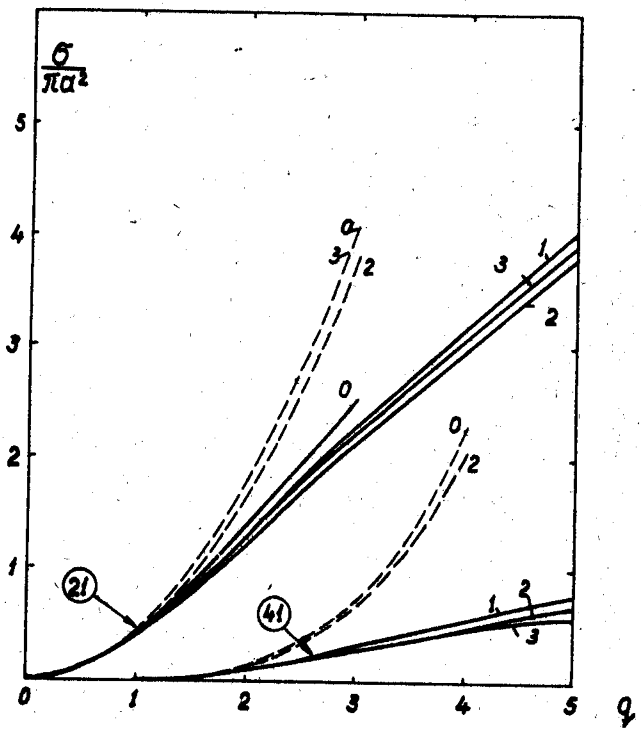

Рис. 5. Полное сечение многократного кулоновского возбуждения вращательного спектра неаксиального ядра в единицах πa^2 в зависимости от параметра q. В кружках даны значения J_r. Для каждого J_r приведены кривые при различных значениях параметра неаксиальности γ : 0-0° /4/, 1-10°, 2-20°, 3-30°. Пунктиром нанесены результаты теории возмущения.

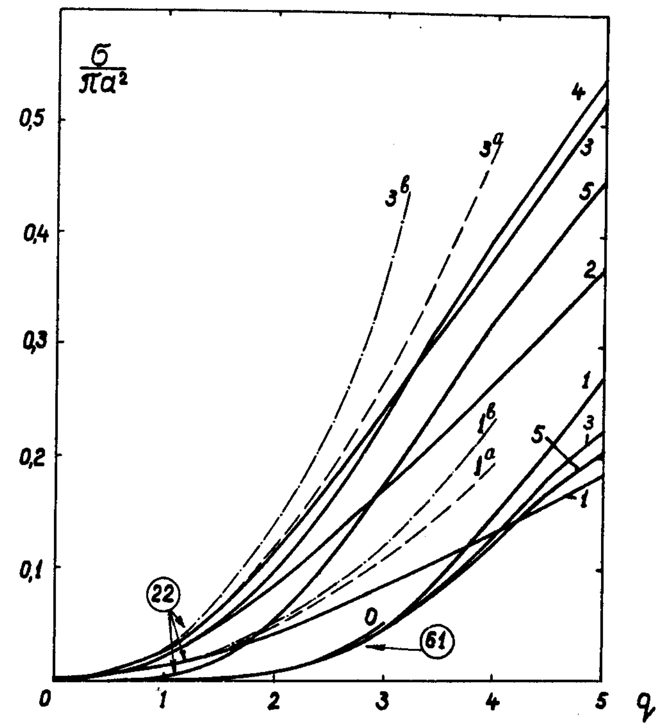

Рис. 6. Полное сечение многократного кулоновского возбуждения вращательного спектра неаксиального ядра в единицах πa^2 в зависимости от параметра q. В кружках даны значения J_r. Приведены кривые при следующих значениях параметра неаксиальности γ : 0-0° /4/, 1-10°, 2-15°, 3-20°, 4-25°, 5-30°. Пунктиром нанесены результаты в первом порядке теории возмущения: $\gamma = 10°$ – 1a и $\gamma = 20°$ – 3a. Штрих-пунктир – сумма сечений прямого и каскадного возбуждения через первый уровень спина 2, вычисленных в теории возмущения, причем параметр γ равен 10° и 20° для кривых 1b и 3b, соответственно.