

22.164.

8

А-93



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий

P-1513

О ВОЗМОЖНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
МАГНИТНОГО МОМЕНТА Σ^+ -ГИПЕРОНА

ПСЭТФ, 1964, т 46, 66, с 2221-2226.

Дубна 1964

В.Л. Любошиц, М.И. Подгорецкий

P-1513

О ВОЗМОЖНОМ МЕТОДЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ
МАГНИТНОГО МОМЕНТА Σ^+ -ГИПЕРОНА

Направлено в ЖЭТФ



Дубна 1964

2229/3 з.

1. В настоящее время существует вполне понятный интерес к измерению магнитного момента Σ^+ -гиперона. Однако применение для этой цели стандартных методов, в которых используется прецессия спина во внешнем магнитном поле, связано с большими трудностями, так как из-за малого времени жизни Σ^+ -гиперона и малой величины магнитного момента для наблюдения прецессии необходимы поля, напряженность которых лежит на пределе современных технических возможностей.

В связи с этим мы хотим обратить внимание на другой подход к данной проблеме, позволяющий обойтись без внешнего магнитного поля или ограничиться магнитными полями порядка нескольких тысяч гаусс.

Основная идея этого подхода заключается в замене внешнего магнитного поля внутриатомным полем. Речь идет о хорошо известном явлении деполяризации положительно заряженных частиц в конденсированных средах. В согласии с теорией и экспериментом большинство замедлившихся частиц образует водородоподобные системы в основном состоянии. Если пока что отвлечься от ряда осложняющих факторов, деполяризация вызывается магнитным полем электрона, действующим на магнитный момент данной частицы. Степень этого воздействия может быть вычислена теоретически.

2. Процесс деполяризации неоднократно рассматривался применительно к атому мюония /см., например, /1-5/.

Пока мы имеем ввиду поляризацию, не усредненную по времени, весь ход рассуждений можно повторить и для Σ^+ -гиперона /см. также /5/. Переходы между синглетным и триплетным состояниями атома "сигмюония" с нулевой проекцией спина на первоначальное направление поляризации приводят к осцилляции поляризации во времени по закону

$$\vec{P} = \vec{P}_0 \frac{1}{2} (1 + \cos \omega_0 t), \quad /1/$$

где ω_0 - величина сверхтонкого расщепления, пропорциональная магнитному моменту Σ^+ -гиперона $\omega_0 = \frac{32}{3} \frac{\mu \Sigma \mu_0}{a_0^3}$, здесь a_0 - радиус Бора/.

В случае μ^+ -мезона, когда вероятность распада в единицу времени во много раз меньше частоты сверхтонкого расщепления, при усреднении по времени получаем

$$\langle \vec{P} \rangle = \frac{1}{2} \vec{P}_0.$$

Для Σ^+ -гиперона время жизни τ может оказаться сравнимым с величиной $\frac{1}{\omega_0}$, и средняя поляризация описывается формулой:

$$\langle \vec{P} \rangle = \vec{P}_0 \int \frac{1}{2} (1 + \cos \omega_0 t) \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} dt = \quad /2/$$

$$= \frac{1}{2} P_0 \left(1 + \frac{1}{1 + \omega_0^2 \tau^2} \right).$$

Физический смысл соотношения /2/ заключается в том, что половина Σ^+ -гиперонов, захвативших электроны с направлением спина, параллельным направлению начальной поляризации, полностью сохраняет поляризацию, а вторая половина Σ^+ -гиперонов, захвативших электроны с противоположным направлением спина, в отличие от μ^+ -мезонов, не успевает полностью деполяризоваться. Таким образом, $\langle \vec{P} \rangle > \frac{1}{2} \vec{P}_0$.

Для нас важно, что соотношение /2/ явным образом зависит от величины сверхтонкого расщепления "сигмиеона", а, следовательно, и от магнитного момента Σ^+ -гиперона. На опыте может быть измерена величина, пропорциональная $|\langle P \rangle|$, а именно, асимметрия вылета протона в распаде $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$ относительно направления поляризации. Зная отношение коэффициентов асимметрии в распадах при остановке и на лету, мы можем в принципе определить магнитный момент Σ^+ -гиперона. В том приближении, которым мы пока пользуемся, это отношение имеет вид:

$$\beta = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1 + \omega_0^2 \tau^2} \right). \quad 73/$$

Из /3/ ясно, что β не зависит от абсолютного значения начальной поляризации Σ^+ -гиперона.

3. В области $(\omega_0 \tau)^2 \ll 1$ / небольшие магнитные моменты / формула /3/ мало чувствительна к величине $\omega_0 \tau$. Однако не исключено, что магнитный момент Σ^+ -гиперона по порядку величины равен магнитному моменту протона или даже превышает его^{x/}. При этом $\omega_0 \tau \sim 1$. В частности, если $\omega_0 \tau = 1, \beta = \frac{3}{4}$, т.е. отклонение β от 1 и от 1/2 становится ощутимым.

При больших $(\omega_0 \tau)$ величина β становится практически не отличимой от 1/2. В этом случае для определения ω_0 целесообразно наложить слабое продоль-

^{x/} Основной вклад в магнитный момент Σ^+ -гиперона, по-видимому, вносит виртуальная диссоциация типа $\Sigma^+ \rightarrow \Sigma^0 + \pi^+$. Аналогичная диссоциация $p \rightarrow n + \pi^+$ имеет место и для протона. Поэтому у нас нет никаких оснований заранее считать, что магнитный момент у Σ^+ существенно меньше, чем у протона. В связи с этим следует отметить, что у Λ^0 -частицы диссоциация с испусканием заряженного π -мезона в состоянии с $L = 1$ невозможна. Может быть, этим объясняется малая величина магнитного момента Λ^0 , которая была получена в недавних опытах^{/6/}.

ное магнитное поле. При наложении магнитного поля β увеличивается, и его зависимость от ω_0 выражается формулой

$$\beta' = \frac{1}{2(1+x^2)} (1 + 2x^2 + \frac{1}{1+(1+x^2)\omega_0^2 \tau^2}), \quad /4/$$

где $x = \frac{eH}{m_0 c \omega_0} = \frac{\omega'}{\omega_0}$; $\omega' = \frac{eH}{m_0 c}$. /4а/

При $\omega_0 \tau \gg 1$ /4/ переходит в известную формулу Орира и др.^{/2/}, которая широко используется при анализе деполяризации μ^+ -мезонов.

4. До сих пор мы рассматривали атом "сигмюния" как изолированный, пренебрегая его взаимодействием с окружающей средой. Между тем в реальных условиях это взаимодействие может оказаться существенным, и формулы /3/ и /4/ становятся непригодными для анализа экспериментальных результатов.

Различного рода осложнения, меняющие ту схему деполяризации, которой мы придерживались выше, подробно исследованы в случае мюния многими авторами, в частности Носовым и Яковлевой^{/3/}. К этим осложнениям относится деполяризация электрона мюния за счет обмена со свободными электронами среды, с электронами атомных оболочек, за счет взаимодействия с кристаллическими полями, перезарядки, образования отрицательного иона мюния с последующей потерей электрона и т.д. Кроме того, на деполяризацию μ^+ -мезона существенное влияние может оказать химическое взаимодействие мюния с атомами среды.

Те же факторы в принципе существенны и для деполяризации Σ^+ -гиперона. Однако из-за малого времени жизни Σ^+ можно ожидать, что в ряде веществ связанная с ними деполяризация не успевает произойти.

Для того, чтобы имел место чисто "сигмюниевый" механизм деполяризации, достаточно, чтобы частота переворачивания электронного спина ν и время химической релаксации $\tau_{хим.}$ удовлетворяли следующим неравенствам:

$$\nu \ll \omega_0, \quad \nu \ll \frac{1}{\tau}, \quad /5/$$

$$\tau_{хим.} \gg \tau,$$

или $\nu \ll 10^{10} \text{ сек.}^{-1}$, $\tau_{хим.} \gg 10 \text{ сек.}^{-10} \text{ х/}$.

Подробный анализ^{/7/} показывает, что для фотоэмпульсий, жидкого аргона и криптона при скоростях "сигмюния" порядка $10^5 - 10^8$ см/сек неравенства /5/, по-види-

х/ Для мюния ограничения, которые накладывают неравенства /5/, носят более жесткий характер: $\nu \ll 10^6 \text{ сек}^{-2}$ при $\tau_{хим.} > \tau_{\mu^+}$ или $\nu \tau_{хим.} \ll 1$, если $\tau_{хим.} < \tau_{\mu^+}$. В случае $AgBr - \nu \tau_{хим.}^{-10^2} > \tau_{\mu^+}$ или $\nu \tau_{хим.} \ll 1$, т.е. неравенства /5/ заведомо не выполняются.

тому выполняются. Судя по всему, они имеют место и для ряда других диэлектриков с диамагнитными свойствами^{х/}, если последние химически не взаимодействуют с водородом или взаимодействуют не очень активно. Оценки показывают, что для "сигмниев", замедлившихся до скоростей порядка $10^8 - 10^5$ см/сек, величина ν не превышает $10^8 - 10^8$ сек⁻¹.

Вместе с тем малое время жизни Σ^+ - гиперона может привести к осложнениям другого рода, которых нет в случае μ^+ - мезона. Дело в том, что при скоростях порядка 10^8 см/сек. Σ^+ - гиперон уже не образует видимого следа, т.е. трактуется, как остановившийся. В то же время выполнение неравенства /5/ можно гарантировать только в той области скоростей ν_{Σ^+} , при которых вероятность ионизации, обмена с возбуждением и других неупругих процессов, дающих вклад в ν , достаточно мала / $\nu_{\Sigma^+} \sim 10^5 - 10^6$ см/сек./.

Как показывают простые оценки, время замедления Σ^+ - гиперонов в фотоэмульсиях, жидком аргоне или криптоне от $\nu_{\Sigma^+} \sim 10^8$ см/сек до $\nu_{\Sigma^+} = 10^8 - 10^5$ см/сек составляет примерно $10^{-11} - 10^{-10}$ сек, т.е. сравнимо с τ . Это приводит к тому, что значительная доля Σ^+ - гиперонов может распасться или в свободном состоянии, или в таких условиях, когда чисто "сигмниевый" механизм деполаризации не имеет места.

Заметим, однако, что из-за очень резкого спада сечений неупругих процессов при скоростях $\nu_{\Sigma^+} \ll 10^8$ см/сек /по закону, близкому к экспоненциальному/ область скоростей, где $\nu \sim \omega_0$, является довольно узкой. Σ^+ - гиперон проходит эту область скоростей за время, малое по сравнению с временем жизни /оценки дают $t \sim 10^{-12}$ сек/. При больших скоростях $\nu \gg 10^{10}$ сек⁻¹, и Σ^+ - гиперон распадается почти недеполяризованным. При меньших скоростях $\nu \ll 10^{10}$ сек⁻¹ выполняются неравенства /5/, и, так как при этом практически все Σ^+ - гипероны образуют атомы "сигмниев" в основном состоянии^{/7/}, можно пользоваться формулами /3/ и /4/. Исходя из этого, можно ввести дополнительный параметр f , который определяет долю Σ^+ - гиперонов, распавшихся до начала деполаризации. Хотя введение этого параметра приводит к некоторому усложнению расчетных формул, его определение само по себе представляет физический интерес. С учетом сказанного соотношение /3/ записывается в виде:

^{х/} В этом случае обмен электронами с переворотом спина при упругих соударениях практически невозможен, так как концентрация свободных электронов ничтожна, а спины атомных электронов насыщены. В металлах и парамагнетиках из-за интенсивного обмена $\nu \gg 10^{10}$ сек⁻¹ связь между электроном и Σ^+ - гипероном разрывается, и Σ^+ - гиперон вообще не деполаризуется. Поэтому металлические и парамагнитные среды для нашей цели совершенно непригодны.

$$\beta = f + \frac{1-f}{2} \left(1 + \frac{1}{1 + \omega_0^2 r^2} \right). \quad /6/$$

Два параметра f и $\omega_0 r$ мы можем в принципе определить, привлекая результаты опытов с магнитным полем. В связи с этим имеет смысл рассмотреть задачу о деполяризации Σ^+ в атоме "сигммония", помещенном в магнитное поле произвольного направления.

5. Система уравнений для поляризационных параметров "сигммония" имеет вид /ср. /3/ /:

$$\frac{dp_i^{(1)}}{dt} = \frac{1}{2} \omega_0 \epsilon_{ist} T_{st}^{(1,2)} - \frac{e}{m \Sigma C} \epsilon_{ist} H_s p_t^{(1)}, \quad /a/ \quad /7/$$

$$\frac{dp_i^{(2)}}{dt} = \frac{1}{2} \omega_0 \epsilon_{ist} T_{st}^{(1,2)} + \frac{e}{m_0 c} \epsilon_{ist} H_s p_t^{(2)}, \quad /6/$$

$$\frac{dT_{st}^{(1,2)}}{dt} = \frac{1}{2} \omega_0 (\epsilon_{s\ell} p_\ell^{(1)} - \epsilon_{s\ell} p_\ell^{(2)}) - \quad /с/$$

$$- \frac{e}{m \Sigma C} \epsilon_{smn} H_m T_{nt}^{(1,2)} + \frac{e}{m_0 c} \epsilon_{smn} H_m T_{sn}^{(1,2)}$$

$(i, s, t, m, n = 1, 2, 3).$

Здесь $\vec{p}^{(1)}$ - вектор поляризации Σ^+ , $\vec{p}^{(2)}$ - вектор поляризации гиперона, $T_{st}^{(1,2)}$ - тензор корреляции поляризаций электрона и Σ^+ - гиперона, ϵ_{ist} - абсолютно антисимметричный тензор.

В дальнейшем мы будем считать, что величина x , введенная в /4/, удовлетворяет неравенству $\frac{m_0}{m \Sigma} x \ll 1$ /непосредственное взаимодействие Σ^+ - гиперона с внешним магнитным полем мало по сравнению с взаимодействием спинов Σ^+ и электрона/. В этом приближении члены $\frac{e}{m \Sigma C} \epsilon_{ist} H_s p_t^{(1)}$ в уравнении 7-а и $\frac{e}{m \Sigma C} \epsilon_{smn} H_m T_{nt}^{(1,2)}$ в уравнении 7-с могут быть отброшены. Полученную таким образом приближенную систему линейных уравнений мы будем решать при начальных условиях

$$\vec{p}^{(1)}(0) = \vec{p}_0, \quad \vec{p}^{(2)}(0) = 0, \quad T_{st}^{(1,2)}(0) = 0. \quad /8/$$

В результате для зависимости вектора поляризации Σ^+ от времени получим следующее выражение:

$$\begin{aligned} \vec{P}(t) = & \vec{n} (\vec{P}_0 \vec{n}) \frac{1}{2(1+x^2)} \{ 1 + 2x^2 + \cos \omega^{(1)} t \} + \\ & + \vec{m} (\vec{P}_0 \vec{m}) \{ \frac{1}{2} (1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\cos \omega^{(2)} t + \cos \omega^{(3)} t) + \\ & + \frac{1}{4} (1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\cos \omega^{(4)} t + \cos \omega^{(5)} t) \} + \quad /9/ \\ & + \vec{l} (\vec{P}_0 \vec{l}) \{ \frac{1}{4} (1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\sin \omega^{(2)} t + \sin \omega^{(3)} t) + \frac{1}{4} (1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\sin \omega^{(4)} t + \sin \omega^{(5)} t) \}. \end{aligned}$$

Здесь \vec{n} - единичный вектор вдоль направления магнитного поля, \vec{m} - единичный вектор, перпендикулярный направлению магнитного поля в плоскости (\vec{P}_0, \vec{H}) , $\vec{\ell} = [\vec{m}, \vec{n}]$,

$$\omega^{(1)} = \omega_0 \sqrt{1+x^2}, \quad \omega_{2,3} = \frac{\omega_0}{2} (x \pm 1 - \sqrt{1+x^2}), \quad \omega_{4,5} = \frac{\omega_0}{2} (x \pm 1 + \sqrt{1+x^2}).$$

При усреднении по времени τ получаем:

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{n} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{n}) \frac{1}{2(1+x^2)} (1+2x^2 + \frac{1}{1+(1+x^2)\omega_0^2 \tau^2}); \quad /10/$$

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{m} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{m}) \frac{1}{4} [(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\frac{1}{1+(\omega^{(2)} \tau)^2} + \frac{1}{1+(\omega^{(3)} \tau)^2}) + (1 - \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\frac{1}{1+(\omega^{(4)} \tau)^2} + \frac{1}{1+(\omega^{(5)} \tau)^2})]; \quad /11/$$

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{\ell} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{m}) \frac{1}{4} [(1 + \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}) (\frac{\omega^{(2)} \tau}{1+(\omega^{(2)} \tau)^2} + \frac{\omega^{(3)} \tau}{1+(\omega^{(3)} \tau)^2}) + \dots]; \quad /12/$$

Заметим, что коэффициент при $\vec{P}_0 \vec{n}$ в /10/ совпадает с правой частью /4/.

Формулы /11/-/12/ являются слишком громоздкими. Однако они существенно упрощаются при $x \gg 1$. Пренебрегая членами порядка $1/x^2$, однако по-прежнему считая, что $x \ll \frac{m \Sigma x'}{m_0}$, получим:

$$\langle \vec{P}^{(1)} \vec{m} \rangle = (\vec{P}_0 \vec{m}) \frac{1}{4 + \omega_0^2 \tau^2}, \quad \langle \vec{P}^{(1)} \vec{\ell} \rangle = 0. \quad /13/$$

Мы видим, что формула /12/ вообще не содержит величины магнитного поля. Это связано с тем, что в рассматриваемом приближении стационарными состояниями электрона являются состояния с определенной проекцией спина на направление \vec{H} ; непосредственным же воздействием внешнего магнитного поля на спин Σ^+ - гиперона мы пренебрегаем, считая его малым по сравнению с магнитным полем электрона. Заметим, что поскольку половина электронов обладает проекцией спина на направление \vec{H} , равной $+\frac{1}{2}\hbar$, а половина - проекцией спина на направление \vec{H} , равной $-\frac{1}{2}\hbar$, в данном приближении имеет место симметрия относительно направления внешнего магнитного поля, что приводит к равенству $\vec{P}(t) \vec{m} = 0$ ^{xx/}, которое, естественно, сохраняется и при усреднении по времени жизни.

x/ Напряженность внешнего магнитного поля должна при этом иметь порядок величины 10^4 гс.

xx/ Для проекции на вектор \vec{m} мы будем иметь:

$$P(t) \vec{m} = (P_0 \vec{m}) \cos \frac{\omega_0 t}{2}.$$

6. Рассмотрим теперь возможную процедуру опытов для определения магнитного момента Σ^+ - гиперона.

Пусть на анализатор попадает пучок Σ^+ - гиперонов с некоторой усредненной по углам вылета поляризацией \vec{P}_0 ^{x/}. Угловое распределение распадных протонов имеет вид:

$$dw = [1 + a(\vec{P}_0 \vec{k})] d\Omega, \quad /14/$$

где \vec{k} - единичный вектор в направлении вылета протона.

Выберем теперь ось z вдоль некоторого направления \vec{i} и проинтегрируем /14/ по азимутальному углу. В результате мы получим:

$$dw_{\vec{i}} = (1 + a(\vec{P}_0 \vec{i}) \cos \theta) d(\cos \theta), \quad /14/$$

где $\cos \theta = \cos(\vec{k}, \vec{i})$.

Таким образом, коэффициент асимметрии $\gamma_{\vec{i}}$ относительно некоторого направления \vec{i} пропорционален проекции вектора поляризации на это направление

$$\gamma_{\vec{i}} = a(\vec{P}_0 \vec{i}). \quad /15/$$

Сначала рассмотрим распады Σ^+ - гиперонов в отсутствие внешнего магнитного поля. В этом случае, независимо от выбора \vec{i} , отношение коэффициентов асимметрии в распаде при остановке и на лету определяется по формуле /6/.

Далее включим магнитное поле \vec{H} и определим коэффициенты асимметрии в распаде на лету ($\gamma_{\vec{H}}^{(0)}$) и при остановке ($\gamma_{\vec{H}}^{(1)}$) относительно направления \vec{H} . Легко видеть, что

$$\beta_{\vec{H}} = \frac{\gamma_{\vec{H}}^{(1)}}{\gamma_{\vec{H}}^{(0)}} = f + \frac{1-f}{2} \frac{1}{1+x^2} (1 + 2x^2 + \frac{1}{1+(1+x^2)\omega_0^2 r^2}), \quad /16/$$

Этой серии измерений в принципе уже достаточно для того, чтобы определить f и $\omega_0 r$. Внешнее магнитное поле при этом может иметь напряженность порядка нескольких сотен гаусс, что соответствует $x \sim 1$.

Мы можем поступить и иначе, а именно, измерить коэффициенты асимметрии $\gamma_{\vec{i}}^{(1)}$ и $\gamma_{\vec{i}}^{(0)}$ относительно некоторого направления \vec{i} , перпендикулярного \vec{H} , при абсолютной величине $H \sim 10^4$ Гс. С учетом /13/ отношение $\beta_{\vec{i}}$ в этом случае будет иметь вид:

$$\beta_{\vec{i}} = \frac{\gamma_{\vec{i}}^{(1)}}{\gamma_{\vec{i}}^{(0)}} = f + (1-f) \frac{4}{4+(\omega_0 r)^2}. \quad /17/$$

Из равенств /17/ и /16/ также можно определить f и $\omega_0 r$. Если окажется, что $\omega_0 r = 2-3$, наиболее целесообразно комбинировать измерения, приводящие к /17/ и /16/.

^{x/} Разумеется, геометрия опыта должна быть такой, чтобы \vec{P}_0 не было равно нулю.

Авторы благодарят С.С. Герштейна и И.И. Гуревича за важные замечания.

Л и т е р а т у р а

1. I.Friedman, Y.Telegdi. Phys. Rev., 106, 1290 (1957).
2. I.Orear, G.Harris, E.Bicmann. 107, 322(1957).
3. В.Г. Носов, И.В. Яковлева. ЖЭТФ, 43, 1750 /1962/.
4. А.О. Вайсенберг. УФН, 70, 429 /1960/.
5. А.М. Переломов. ЖЭТФ, 40, 1418 /1961/.
6. R.L.Cool, E.W.Jenkins, T.F.Kucia, D.A.Hill, L.Marshall, R.A.Schluter. Phys. Rev., 127, 2223 (1962).
7. В.Л. Любошиц. Препринт ОИЯИ /в печати/.

Рукопись поступила в издательский отдел
27 декабря 1963 г.

Любошиц В.Л., Подгоретский М.И.

О возможном методе определения магнитного момента Σ^+ гиперона.

Предложен метод определения магнитного момента Σ^+ -гиперона, не требующий применения сильных магнитных полей. В основе этого метода лежит явление деполяризации положительно заряженных частиц в конденсированных средах. Показано, что величина магнитного момента Σ^+ -гиперона в принципе может быть найдена из анализа экспериментальных данных по асимметрии в распаде $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$ на лету и при остановке.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.

Дубна 1964

Lyuboshits V.L., Podgoretsky M.I.

On a Possible Method for Determining the Magnetic Moment of a Σ^+ Hyperon

A method is proposed to determine the magnetic moment of a Σ^+ hyperon which does not require strong magnetic fields. This method is based on the depolarization of charged particles in condensed media. It is shown that the magnitude of the magnetic moment of a Σ^+ hyperon can be, in principle, found from the analysis of experimental data on asymmetry in the decay $\Sigma^+ \rightarrow p + \pi^0$ in flight or at stop.

Preprint Joint Institute for Nuclear Research.

Dubna, 1964.