

1495

ЛНФ



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.К. Лукьянов, И.Ж. Петков

Р-1495

ЭКЗ. ЧИТ. ЗАЛА

О КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЯХ ЯДЕР
ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ

Дубна 1964

В.К. Лукьянов, И.Ж. Петков

P-1495

О КОЛЛЕКТИВНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЯХ ЯДЕР
ПРИ РАССЕЯНИИ ЭЛЕКТРОНОВ

ЛНФ

Направлено в "Известия АН СССР"

Дубна 1964

ОИЯИ
Библиот. к.а.

1. В последнее время большое внимание уделяется исследованию вопроса о неупругом рассеянии электронов на ядрах, которое может дать такие сведения о ядре, как энергия и спин возбужденных состояний, вероятности переходов и др. Электроны по сравнению с другими частицами обладают тем преимуществом, что их взаимодействие с ядром хорошо известно и в области малых углов рассеяния включает лишь кулоновские члены электромагнитного потенциала взаимодействия. Действительно, в случае коллективных возбуждений ядра, если нет запретов из-за правил отбора для продольной части взаимодействия, вкладами от поперечных членов можно пренебречь для углов рассеяния θ , удовлетворяющих условию ^{/1/}:

$$\frac{\hbar \omega_0}{2E} < \sin \frac{\theta}{2} < \frac{Mc^2}{E} \quad /1/$$

где $\hbar \omega_0$ — энергия перехода в ядре, E — энергия падающих электронов, M — масса нуклона. Отсюда видно, что при возбуждении низколежащих уровней в ядрах ($\hbar \omega_0 \lesssim 5$ Мэв) электронами с энергией $E = 150$ Мэв это условие выполняется практически всегда ($\theta > 5^\circ$).

Возбуждение электронами коллективных состояний ядер обсуждалось в ряде работ /см., например, ^{/1,2/}, где в рамках борновского приближения рассматривалось обычно возбуждение колебательных состояний в легких ядрах. Полученные сечения неупругого рассеяния выражались через параметры B_λ и C_λ , которые в рамках гидродинамической модели определяют кинетическую и потенциальную энергию малых поверхностных колебаний ядра. С другой стороны, известен ряд низколежащих уровней легких ядер с $A = 10, \dots, 7$, которые можно интерпретировать как вращательные, а это позволяет применять известные модели вращения для расчета сечений неупругого рассеяния электронов. Следует заметить, однако, что применение обобщенной модели к легким ядрам, которые не имеют поверхности в "классическом" смысле, является весьма условным, поэтому желательно распространить расчеты на те тяжелые ядра, где эта модель имеет непосредственное применение и используется обычно для объяснения спектроскопических характеристик. В этом случае уже нельзя пользоваться борновским приближением, так как оно не учитывает "искажения" волновой функции электрона в поле ядра; необходимо проводить либо точное решение уравнения Дирака, что весьма трудно технически ^{/3/}, либо использовать "исправленное" борновское приближение ^{/4/}, которое сводится к замене в обычной борновской формуле сечения передаваемого ядру импульса q на эффективный импульс

$$q_{\text{эфф.}} = q \left(1 - \frac{V(0)}{E} \right),$$

где $\gamma(0)$ — потенциал взаимодействия в нуле. Такая процедура позволяет учесть искажение электронной волновой функции при малых углах рассеяния.

Мы рассмотрим возбуждение с помощью электронов квадрупольных и монополярных переходов в ядрах, которые можно описать в рамках модели неаксиального ядра А.С. Давыдова /5,6/, при этом будем пользоваться приближением /1/ и /2/. Формула для сечения неупругого рассеяния в борновском приближении с учетом лишь кулоновских членов взаимодействия имеет вид /1/:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(I_i \rightarrow I_f) = \frac{K_2}{K_1} \cdot \frac{4\pi\sigma_0}{2I_i + 1} \cdot \sum_{L=0}^{\infty} |\langle I_f || \mathcal{M}_L(q) || I_i \rangle|^2 \quad /3/$$

Здесь

$$\sigma_0 = \left(\frac{2\alpha K}{q}\right)^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}, \quad q^2 = (K_1 - K_2)^2 \approx 4K^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad /4/$$

$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$, $\hbar K$ — импульс относительного движения электрона. Приведенный матричный элемент перехода

$$\langle I_f || \mathcal{M}_L(q) || I_i \rangle = (-1)^{-I_f + M_f} \frac{\langle I_f, M_f | \mathcal{M}_{LM}(q) | I_i, M_i \rangle}{\begin{pmatrix} I_f & L & I_i \\ -M_f & M & M_i \end{pmatrix}}, \quad /5/$$

где оператор перехода мультипальности L равен

$$\mathcal{M}_{LM}(q) = \int \rho(\vec{r}) \cdot j_L(q\vec{r}) Y_{LM}(\Omega_r) d\vec{r}, \quad /6/$$

а $|IM\rangle$ — ядерные волновые функции.

2. Рассмотрим сначала квадрупольные переходы с возбуждением вращательных состояний неаксиального ядра. Волновые функции этих состояний можно записать в виде /5/:

$$|IM\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi}} \sum_{k \geq 0} A_k (I + \delta_{k0})^{-1/2} [D_{Mk}^I + (-1)^I D_{M-k}^I], \quad /7/$$

где A_k — коэффициенты разложения вращательной функции по D — функциям Вигнера. Плотность заряда ядра с резкой границей радиуса R равна

$$\rho(\vec{r}) = \begin{cases} \rho_0^{(0)} & r < R \\ 0 & r > R \end{cases} \quad \rho_0^{(0)} = \frac{3Z}{4\pi R^3} \quad /8/$$

Радиус ядра неаксиальной формы

$$R = R_0 + \Delta R,$$

$$\Delta R = R_0 \left[\sum_{n, \nu=0, \pm 2} a_n D_{\nu n}^{(2)} Y_{2\nu}(\Omega) \right] - \frac{\beta}{4\pi} - \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{21} \sqrt{\frac{5}{\pi}} \beta^3 \cos 3\gamma, \quad /8/$$

$$a_0 = \beta \cos \gamma, \quad a_{\pm 2} = \frac{\beta}{\sqrt{2}} \sin \gamma.$$

Подставляя /8/ в /6/ и ограничиваясь первым членом разложения по малости ΔR , получим следующее выражение для оператора квадрупольного перехода:

$$\mathbb{M}_{2M}^{(0)}(q) = \rho_0^{(0)} R_0^3 j_2(qR_0) \sum_n a_n D_{-M,n}^{*(2)}. \quad /10/$$

Используя полученное выражение и волновые функции /7/, можно получить окончательный результат для сечения /3/ с резким обрезанием плотности на границе ядра:

$$\frac{d\sigma^{(0)}}{d\Omega}(0^+ \rightarrow 2^+) = \frac{9Z^2}{4\pi} \frac{K_2}{K_1} \sigma_0 [A_0 a_0 + \sqrt{2} A_2 a_2]^2 j_2^2(qR_0). \quad /11/$$

Аналогичные расчеты можно выполнять для случая, когда плотность заряда ядра не является ступенчатой функцией /8/, а плавно убывает с ростом r . Для конкретных вычислений нами было выбрано гауссовское распределение плотности заряда

$$\rho(r) = \rho_0 e^{-\frac{r^2}{R^2}}, \quad /12/$$

где

$$\rho_0 = \left(\frac{5}{2\pi}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{Z}{R_0^3} (1 - 1,12\beta^2), \quad a = \frac{5}{2} (1 - 0,507\beta^2)$$

находятся из условия сохранения заряда ядра и определения среднеквадратичного радиуса $\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} R_0^2$ с точностью до членов порядка β^2 . В этом случае оператор квадрупольного перехода /6/ можно легко вычислить, с точностью до членов $\sim \beta^2$ он равен:

$$\mathbb{M}_{2M}^{(0)}(q) = \frac{Z}{20\pi} (qR_0)^2 e^{-\frac{(qR_0)^2}{10}} \sum_n a_n D_{-M,n}^{*(2)}. \quad /13/$$

В результате получается следующая формула для сечения:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow 2^+) = \frac{Z^2}{100\pi} \frac{K_2}{K_1} \sigma_0 [A_0 a_0 + \sqrt{2} A_2 a_2]^2 (qR_0)^4 \cdot e^{-\frac{(qR_0)^2}{5}} /14/$$

3. При рассмотрении рассеяния электронов с возбуждением монополярных переходов в ядре мы ограничимся только случаем $0^+ \rightarrow 0^+$ переходов. В предложенной А.С. Давыдовым модели /6/, возбужденные 0^+ уровни можно условно разделять на β - и γ -колебательные. В работе /6/ для этих состояний даны волновые функции, соответствующие предельным значениям используемых в модели параметров β_0 и γ_0 , при которых имеется минимум потенциальной энергии

по β - и γ -колебаниям, и параметра неадиабатичности μ . Далее было показано, что в случае $\gamma_0 = 0$ нулевые γ -колебания поверхности могут приводить к равновесной форме ядра с γ равнов. = Γ . При $\mu < \frac{1}{3}$ и $\Gamma < 15^\circ$ волновые функции имеют вид:

$$\Psi_{m\kappa} = \frac{H_m \left(\frac{\beta - \beta_0}{\mu \beta_0} \right) F(-\kappa, 1, \frac{\gamma^2}{2\Gamma^2})}{[2^m \frac{m!}{\mu \beta_0 \sqrt{\pi}}]^{1/2} \Gamma} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma^2}{2\Gamma^2} + \left(\frac{\beta - \beta_0}{\mu \beta_0} \right)^2 \right] \right\}. \quad /15/$$

Для основного 0^+ состояния $m = \kappa = 0$, для 0^+_{β} -колебательного состояния $m = 1, \kappa = 0$ и для 0^+ -колебательного состояния $m = 0, \gamma = 1$.

Запишем теперь выражение для оператора монопольного перехода с распределением плотности заряда /8/, ограничиваясь членами разложения $\sim \beta^3$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_0^{(0)}(q) = \text{const} + \frac{3Z}{2(4\pi)^{3/2}} \left[(\cos q R_0 - \frac{\sin q R_0}{q R_0}) \beta^2 + \right. \\ \left. + \frac{1}{21} \sqrt{\frac{5}{\pi}} (2 \cos q R_0 - q R_0 \sin q R_0 - 3 \frac{\sin q R_0}{q R_0}) \beta^3 \cos 3\gamma \right]. \end{aligned} \quad /16/$$

Подставляя /15/ и /16/ в формулу для матричного элемента /5/ и учитывая, что элемент объема теперь $d\tau = \gamma d\beta d\gamma$ ($0 \leq \beta, \gamma \leq \infty$), получаем следующие выражения для сечений:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow 0^+_{\beta}) = \frac{9Z^2}{24\pi^2} \sigma_0 \frac{K_2}{K_1} \mu^2 \beta_0^4 \left[-q R_0 j_1(q R_0) + \frac{\beta_0}{14} \sqrt{\frac{5}{2\pi}} (2 \cos q R_0 - \right. \\ \left. - q R_0 \sin q R_0 - 3 \frac{\sin q R_0}{q R_0}) \right]^2. \quad /17/$$

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow 0^+_{\gamma}) = \frac{5}{4\pi} \left(\frac{9Z}{56\pi} \right)^2 \sigma_0 \frac{K_2}{K_1} \beta_0^6 \Gamma^4 (1 + 3\mu^2) [1 + 6\sqrt{2}\Gamma(1 - 12^2)\mu] \times \\ \times \left[2 \cos q R_0 - q R_0 \sin q R_0 - 3 \frac{\sin q R_0}{q R_0} \right]^2. \end{aligned} \quad /18/$$

Для оценки влияния "размазки" плотности заряда в ядре на угловое распределение неупругого рассеяния электронов в случае $0^+ \rightarrow 0^+_{\beta}$ переходов мы воспользовались гауссовским распределением плотности заряда /12/. Полученное выражение для сечения с точностью до членов $\sim \beta^2$ имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^+ \rightarrow 0^+_{\beta}) = \frac{1}{2} \left(\frac{Z}{4\pi} \right)^2 \sigma_0 \frac{K_2}{K_1} \mu^2 \beta_0^4 (q R_0)^4 \left[1 - \left(\frac{q R_0}{5} \right)^2 \right] e^{-\frac{(q R_0)^2}{3}}. \quad /19/$$

4. В качестве примера рассмотрим неупругое рассеяние электронов с энергией 150 Мэв на Mg^{24} , низколежащие уровни которого ($2^+ 4^+ 2^+$) можно интерпретировать как вращательные уровни неаксимального ядра с $\gamma = 22.5^\circ$. Для расчета было выбрано $R_0 = 1,2 A^{1/3} f$, $\beta = 0,3$, а коэффициенты A_K волновой функции /7/ были взяты из работы /5/. На рис. 1 построены кривые диффе-

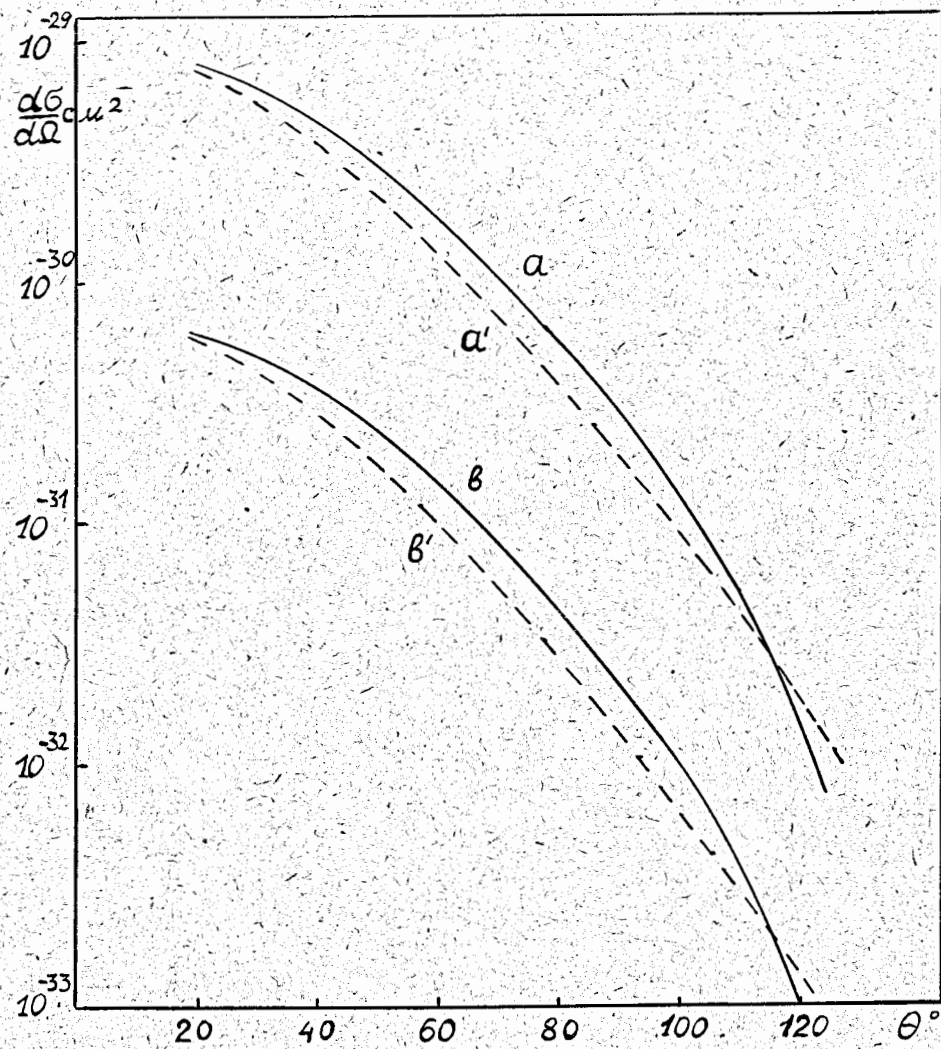
ренциальных сечений, из них a и b , рассчитанные по формуле /11/, соответствуют возбуждению первого 2^+ и второго 2^+ уровней, а соответствующие пунктирные кривые a' и b' рассчитаны по формуле /14/, учитывающей "размазку" плотности заряда ядра. Из рисунка видно, что изменение распределения плотности заряда не сильно изменяет общий ход углового распределения, а величина сечений с возбуждением первого и второго 2^+ - уровней отличаются примерно на порядок ($\frac{d\sigma(0^+ \rightarrow 2^+)}{d\sigma(0^+ \rightarrow 2^+)} = 1255$), что в свою очередь при сравнении с экспериментом может служить указанием о справедливости выбранной для расчета модели.

На рис. 2 даны кривые дифференциальных сечений с возбуждением $0^+ \rightarrow 0^+$ перехода в Gd^{156} ; соответствующие параметры $\mu = 0,25$, $\beta_0 = 0,33$ взяты из работы /7/. Поскольку борновское приближение здесь является неточным, то при расчете в формулах /17/ и /18/ сделана замена $q \rightarrow q_{эфф.}$ согласно /2/. Можно надеяться, что полученные таким образом сечения дают правильный результат вплоть до углов $\approx 45^\circ$. Кривые a и b рассчитаны по формуле /15/, причем кривая b соответствует случаю, когда в операторе перехода /16/ пренебрегалось вкладом от члена $\approx \beta \cos 3\gamma$. Различие в дифференциальных сечениях a и b указывает на примесь γ -колебаний в 0^+ -колебательном состоянии из-за неадиабатичности колебаний ядра. Рис. 3 иллюстрирует влияние "размазки" плотности заряда /12/ на дифференциальное сечение с возбуждением $0^+ \rightarrow 0^+$ - перехода в Gd^{156} /кривая c /, а также разницу между "исправленным" борновским приближением с $q_{эфф.}$ /кривая b' / и сечением в первом борновском приближении /кривая a' /.

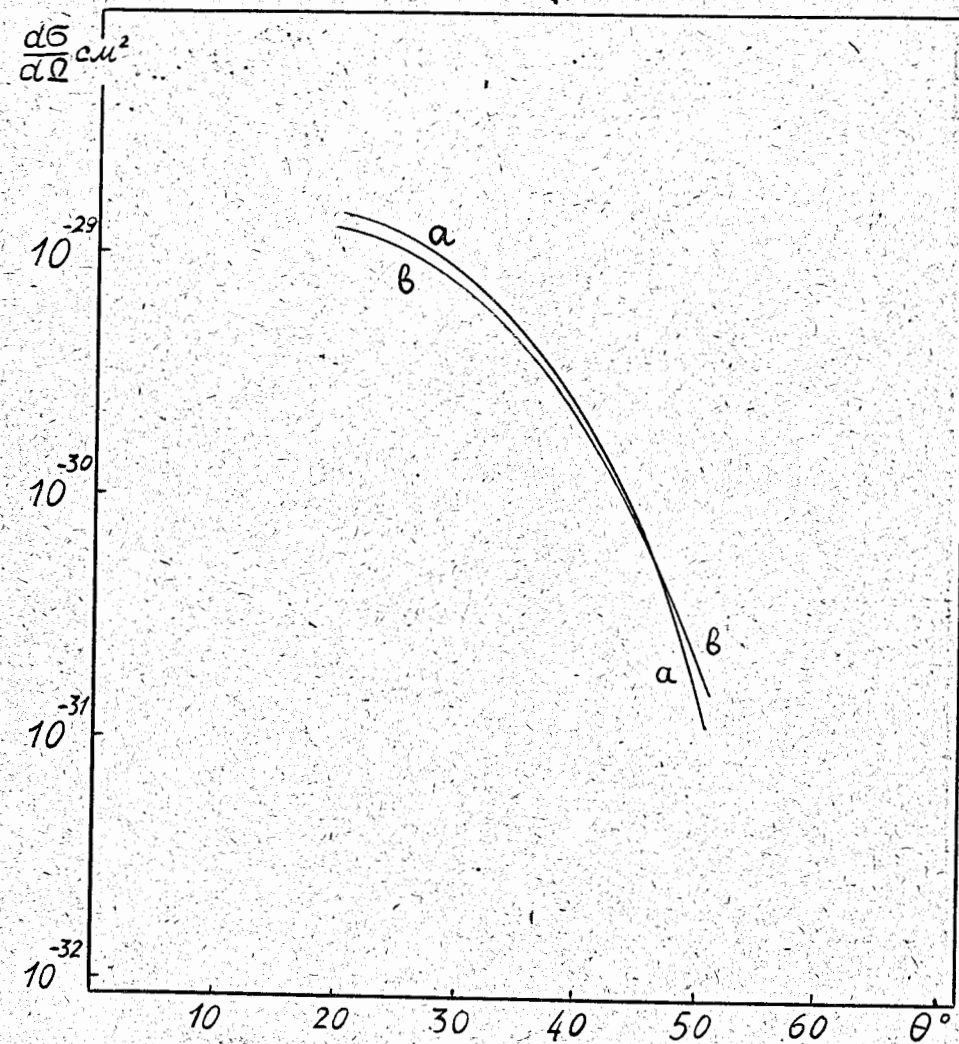
Л и т е р а т у р а

1. J.D.Walecka, Phys. Rev., 126, 653 (1962).
2. J.D.Walecka and R.S.Willey, Nucl. Phys., 40, 282 (1963).
3. K.Alder, T.H.Schucan, Nucl. Phys., 42, 498 (1963).
4. W.Czyz and K.Gottfried, Ann. Phys., 21, 47 (1963).
D.Saxon and L.I.Schiff, Nuovo Cim. 6, 614 (1957).
5. А.С. Давыдов, Г.Ф. Филиппов, ЖЭТФ, 35, 440 /1958/; Nucl. Phys., 12, 58 (1959).
А.С. Давыдов, В.С. Ростовский, ЖЭТФ, 36, 1788 /1958/;
6. А.С. Давыдов, Вестник МГУ, выпуск физ., 1, 56 /1961/; Nucl. Phys., 24, 682 (1961).
А.С. Давыдов, В.С. Ростовский, А.А. Чабан, Вестник МГУ, выпуск физ., 3, 66 /1961/;
7. Nucl. Phys., 27, 134 (1961) V.N.Lutsenko, Nucl. Phys., 47, 42 (1963).

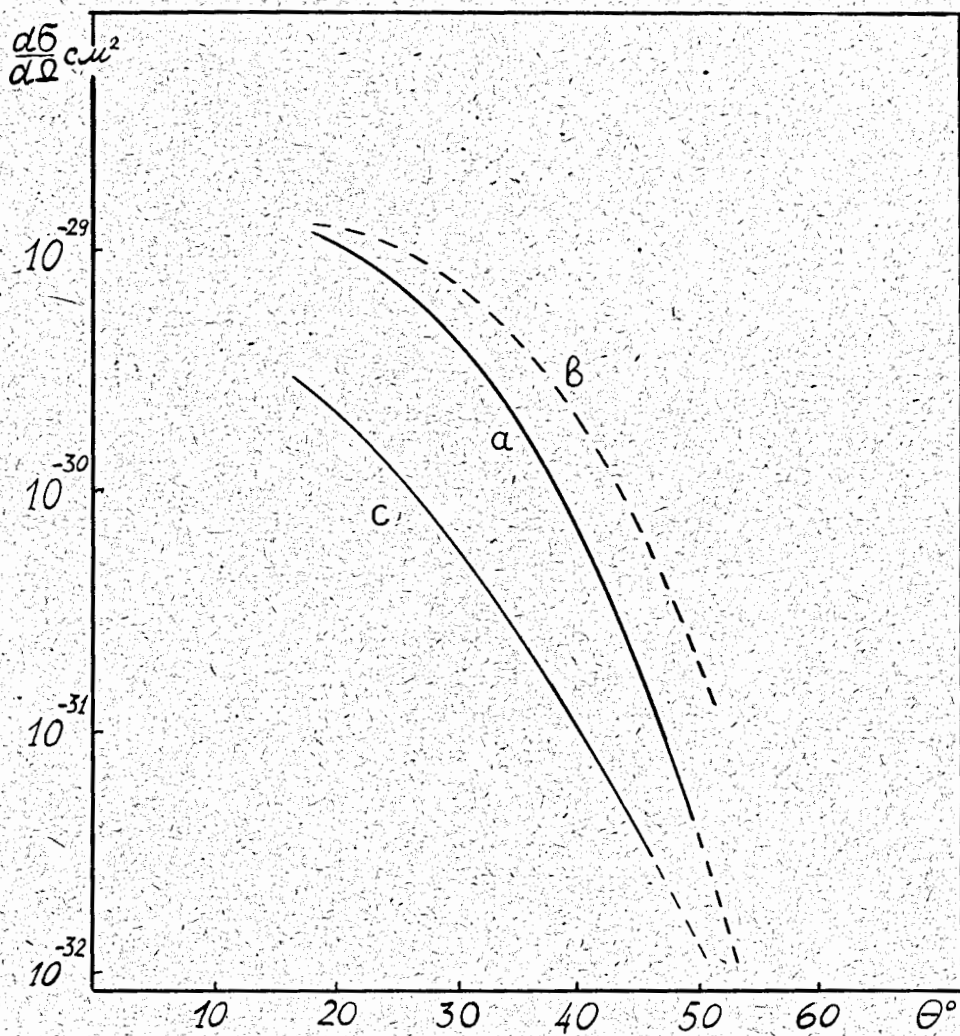
Рукопись поступила в издательский отдел
17 декабря 1963 г.



Р и с. 1. Дифференциальные сечения неупругого рассеяния электронов на Mg^{24} с возбуждением первого 2^+ уровня (кривая a / и второго 2^+ уровня / кривая b / . Кривые a' и b' соответствуют гауссовскому распределению плотности заряда.



Р и с. 2. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов с возбуждением $0^+ \rightarrow 0^+$ перехода в Gd^{156} .



Р и с . 3. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния электронов с возбуждением монополюсного перехода в Gd^{156} . Кривая a - борновское приближение; кривая b - борновское приближение с $q_{эфф}$. Кривая c учитывает "размазку" заряда.