ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

П. Винтернитц

Р-1484

# ОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СПИНАМИ

ЖЭТФ, 1964, т.46, в.6, с.2108-2111.

Дубна 1963

П. Винтерниц

Р-1484



# ОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРЕМА ДЛЯ РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ С ПРОИЗВОЛЬНЫМИ СПИНАМИ

Направлено в ЖЭТФ



Дубна 1963

## Введение

В связи с тем, что в последнее время были созданы поляризованные мишени, представляет интерес рассмотреть процессы, в которых они могут применяться. Один из наиболее простых опытов состоит в измерении полного сечения рассеяния. Как показано в работах Филлипса[1] и Биленького и Рындина[2], можно получить из измерения одного лишь полного сечения полезные сведения о коэффициентах матрицы рассеяния. В указанных работах рассматривается рассеяние нуклонов на нуклонах и дейтонов на ядрах с нулевым спином. Мы здесь обобщим их результаты на случай произвольных спинов.

## Вывод обобщенной оптической теоремы

Согласно Пузикову[3], можно написать матрицу рассеяния для частиц с произвольными спинами в следующем (несколько преобразованном) виде:

$$M(\vec{k}_i,\vec{k}_f)=\sum_{q\varkappa q_1 q_2}(-1)^{q_1+q_2-q+\varkappa}\sum_{\varkappa_1\varkappa_2}(q_1 q_2 \varkappa_1 \varkappa_2|q-\varkappa)\,T^{s_1}_{q_1\varkappa_1}\times T^{s_2}_{q_2\varkappa_2}\cdot \tag{1}$$

$$\cdot\sum_{\lambda=-n}^{n}a^{q}_{\lambda}(q_1 q_2)\sum_{m_1 m_2}(n+\lambda\; n-\lambda\; m_1 m_2|q\varkappa)\,Y^{m_1}_{n+\lambda}(\hat{k}_i)\,Y^{m_2}_{n-\lambda}(\hat{k}_f),$$

где $T^{s}_{q\varkappa}$ спиновые операторы частицы со спином $s$; $0\le q\le 2s$, $-q\le\varkappa\le q$ $(q_1 q_2 \varkappa_1\varkappa_2|q-\varkappa)$ – коэффициенты Клебша-Гордона, $a^q_\lambda(q_1 q_2)$ – коэффициенты матрицы рассеяния и $n=q/2$ для $q$ четных и $(q+1)/2$ для $q$ нечетных.

Для рассеяния вперед $M(\vec{k}_i,\vec{k}_f)$ упрощается. Направляя ось $Oz$ вдоль пучка $\vec{k}$, получаем:

$$M(0)=\frac{1}{4\pi}\sum_{qq_1q_2\varkappa}\sum_{\lambda=-q/2}^{q/2}(-1)^{q_1+q_2}\sqrt{(q+1+2\lambda)(q+1-2\lambda)}\,(q_1 q_2 \varkappa -\varkappa|q0)\cdot \tag{2}$$

$$\cdot(n+\lambda\; n-\lambda\; 00|q0)\,[a^q_\lambda(q_1 q_2)]_0\,T^{s_1}_{q_1\varkappa}\times T^{s_2}_{q_2-\varkappa},$$

где $[a^{q}_{\lambda}(q_1 q_2)]_0$ - коэффициенты матрицы рассеяния для нулевого угла рассеяния ( функции энергии). Мы учли, что из-за свойств коэффициентов Клебша-Гордана члены с $q$ нечетным выпадают: считая начальные поляризации независимыми, запишем матрицу плотности системы:

$$\rho = \frac{1}{(2S_1+1)(2S_2+1)} \sum_{k_1 k_2 \mu_1 \mu_2} \langle T^{S_1}_{k_1\mu_1}\rangle \langle T^{S_2}_{k_2\mu_2}\rangle \overset{+}{T}{}^{S_1}_{k_1\mu_1} \times \overset{+}{T}{}^{S_2}_{k_2\mu_2} \tag{3}$$

$\langle T^{S}_{k\mu}\rangle$ - средние значения спиновых операторов в начальном состоянии.

Известно (см., например, [1,4,8], что оптическую теорему можно для спиновых частиц писать в следуюшем виде:

$$\operatorname{Im} Sp[\rho M(0)] = \frac{k}{4\pi}(Sp\rho)\,\sigma_T(\rho), \tag{4}$$

где $\sigma_T(\rho)$ - полное сечение рассеяния в состоянии, определенном матрицей плотности $\rho$.

Подставляя (2) и (3) в (4), получаем:

$$\operatorname{Im}\Big\{\sum_{q q_1 q_2 \varkappa \lambda} (-1)^{q_1+q_2}\sqrt{(q+1+2\lambda)(q+1-2\lambda)}\,(q_1 q_2 \varkappa -\varkappa | q0)\cdot \\ \cdot(r+\lambda r-\lambda 00|q0)[a^{q}_{\lambda}(q_1 q_2)]_0 \langle T^{S_1}_{q_1\varkappa}\rangle \langle T^{S_2}_{q_2 -\varkappa}\rangle\Big\} = k\sigma_T(\rho). \tag{5}$$

Это и есть искомый результат. Выбирая определенные состояния начальной поляризации $\langle T^{S_1}_{q_1\varkappa_1}\rangle$ и $\langle T^{S_2}_{q_2\varkappa_2}\rangle$ можно, измеряя $\sigma_T(\rho)$, получить соотношения между мнимыми частями коэффициентов $[a^{q}_{\lambda}(q_1 q_2)]_0$.

## Рассеяние нуклонов на дейтонах

Для иллюстрации рассмотрим отдельно практически важный случай рассеяния частиц со спином 1/2 на частицах со спином 1.

Матрица рассеяния в этом случае имеет вид [5]:

$$M(E,\vartheta) = a_1 + a_2(\vec S\vec n) + a_3(\vec S\vec l)^2 + a_4(\vec S\vec m)^2 + (\vec\sigma\vec n)\{b_1 + b_2(\vec S\vec n) + \\ + b_3(\vec S\vec l)^2 + b_4(\vec S\vec m)^2\} + (\vec\sigma\vec l)\{c_1(\vec S\vec l) + c_2[(\vec S\vec l)(\vec S\vec n) + (\vec S\vec n)(\vec S\vec l)]\} + \\ + (\vec\sigma\vec m)\{d_1(\vec S\vec m) + d_2[(\vec S\vec m)(\vec S\vec n) + (\vec S\vec n)(\vec S\vec m)]\},$$

где $\vec\sigma$ и $\vec S$ - матрицы Паули для частиц со спином 1/2 и 1 и $\vec n, \vec m, \vec l$ - единичные векторы в направлениях $\vec k_i \times \vec k_f$, $\vec k_i - \vec k_f$, $\vec k_i + \vec k_f$.

Направим ось $Oz$ вдоль пучка и для рассеяния вперед получаем:

$$M(E,0) = a_1(0) + a_3(0) S_z^2 + [c_1(0) - b_2(0)] \sigma_z S_z + b_2(0) (\vec{\sigma} \vec{S}) .$$

Уравнение (5) для этого случая дает

$$\mathrm{Im}\left\{ \frac{3a_1(0) + 2a_3(0)}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} a_3(0) < T^1_{20} > + [c_1(0) - b_2(0)] < \sigma_z > < S_z > + \right. \tag{6}$$
$$\left. + b_2(0) < \vec{\sigma} > < \vec{S} > \right\} = \frac{k}{4\pi} \sigma_T(\rho) .$$

Рассмотрим наиболее выгодные частные спиновые состояния:

а) обе частицы неполяризованы:

$$\mathrm{Im} \frac{3a_1(0) + 2a_3(0)}{3} = \frac{k}{4\pi} \sigma_T(\text{непол.}) \quad ;$$

б) нуклон неполяризован, дейтон тензорно поляризован так, что $< T^1_{20} > \neq 0$ :

$$\mathrm{Im}\left\{ \frac{3a_1(0) + 2a_3(0)}{3} + \frac{\sqrt{2}}{3} a_3(0) < T^1_{20} > \right\} = \frac{k}{4\pi} \sigma_T(< T^1_{20} > \neq 0) ;$$

в) обе частицы векторно поляризованы так, что $< \vec{\sigma} > \parallel < \vec{S} > \perp \vec{k}, < T^1_{20} > = 0$:

$$\mathrm{Im}\left\{ \frac{3a_1(0) + 2a_3(0)}{3} + b_2(0) < \sigma > < S > \right\} = \frac{k}{4\pi} \sigma_T(\perp) \quad ;$$

г) обе частицы векторно поляризованы так, что $< \vec{\sigma} > \parallel < \vec{S} > \parallel \vec{k} , < T^1_{20} > = 0$:

$$\mathrm{Im}\left\{ \frac{3a_1(0) + 2a_3(0)}{3} + c_1(0) < \sigma > < S > \right\} = \frac{k}{4\pi} \sigma_T(\parallel) .$$

Из этих соотношений можно определить мнимые части четырех коэффициентов матрицы $M$ для угла $\vartheta = 0$ . Из (6) видно, что другие компоненты начальной поляризации ничего существенно нового не дают (для полного сечения).

## 4. Обсуждение общей формулы

Формулу (5) в общем случае нельзя проанализировать так же подробно, как частный случай (6), однако можно сделать некоторые выводы. Заметим, что она выведена в предположении сохранения пространственной четности. Сохранение временной четности накладывает дополнительное условие [3]

$$a^q_{-\lambda}(q_1 q_2) = (-1)^{q_1 + q_2 + q} a^q_\lambda(q_1 q_2) .$$

Совсем нетрудно обобщить формулу (5) и для случая взаимодействий, не сохраняющих пространственную четность.

Рассмотрим некоторые конкретные начальные поляризационные состояния:

а) обе частицы неполяризованы. Тогда получаем один параметр матрицы $M(0)$:

$$\mathrm{Im}\, [a^0_0(00)]_0 = k \sigma_T \quad ;$$

б) одна из частиц неполяризована, например

$$\langle T^{s_1}_{q_1 \varkappa_1} \rangle = \langle T^{s_1}_{00} \rangle \delta_{q_1 0} \delta_{\varkappa_1 0}$$

$$\langle T^{s_2}_{q_2 \varkappa_2} \rangle \text{ - любые .}$$

Тогда только тензорная поляризация типа $\langle T^{s_2}_{q_2 0} \rangle$ второй частицы, где $q_2$ четное, может влиять на полное сечение. В случае рассеяния частиц со спином 1/2 таких компонент нет (т.е. векторная поляризация в этом случае не влияет на полное сечение), для спина 1 можно получить один добавочный коэффициент, если $\langle T^{1}_{20} \rangle \neq 0$.

в) Обе частицы поляризованы только векторно, т.е. отличны от нуля следующие компоненты: $\langle T^{s_1}_{00} \rangle$, $\langle T^{s_1}_{1\varkappa_1} \rangle$, $\langle T^{s_2}_{00} \rangle$, $\langle T^{s_2}_{1\varkappa_2} \rangle$. Соотношение (5) тогда дает:

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} \Big\{ & [a^0_0(00)]_0 \langle T^{s_1}_{00} \rangle \langle T^{s_2}_{00} \rangle - \\ & - 2a_1 a_2 \Big[ [a^0_0(11)]_0 + \sqrt{\tfrac{1}{2}} \sum_{\lambda=-1}^{1} \sqrt{9-4\lambda^2} (1 \lambda 1 -\lambda \, 00|20) [a^2_\lambda(11)]_0 \Big] \big[ \langle S^1_x \rangle \langle S^2_x \rangle + \langle S^1_y \rangle \langle S^2_y \rangle \big] + \\ & + 2a_1 a_2 \Big[ -[a^0_0(11)]_0 + \sqrt{2} \sum_{\lambda=-1}^{1} \sqrt{9-4\lambda^2} (1 \lambda 1 -\lambda \, 00|20) [a^2_\lambda(11)]_0 \Big] \langle S^1_z \rangle \langle S^2_z \rangle \Big\} = k \sigma_T , \end{aligned}$$

где $T_{11} = -a(S_x + iS_y)$, $T_{1,-1} = a(S_x - iS_y)$, $T_{10} = a\sqrt{2} S_z$.

В этом случае только взаимно-параллельные составляющие поляризаций могут влиять на полное сечение. Различную информацию получить, направляя эти поляризации параллельно или перпендикулярно пучку.

Заметим, что эти рассуждения можно применять, например, к упругому рассеянию нейтрино (антинейтрино) на лептонах (или нуклонах, если существуют нейтральные токи). Ввиду продольности нейтрино, можно получить некоторую добавочную информацию, только если лептон тоже поляризован параллельно пучку нейтрино (учет несохранения четности здесь ничего не меняет).

г) Одна из частиц имеет ненулевые компоненты поляризации только вдоль пучка. Тогда только компоненты типа $\langle T^{s}_{q0} \rangle$ второй частицы могут давать вклад в полное сечение.

б) Одна из частиц-фотон. Для фотона имеются только следующие составляющие поляризации /6/: $\langle T^{1}_{00} \rangle$, $\langle T^{1}_{10} \rangle$, $\langle T^{1}_{22} \rangle$, $\langle T^{1}_{2,-2} \rangle$. Следовательно, нетривиальную информацию и можно получить, если некоторые из следующих компонент мишени отличны от нуля: $\langle T^{s_2}_{q_2 0} \rangle (q_2 \neq 0)$, $\langle T^{s_2}_{q_2 -2} \rangle$, $\langle T^{s_2}_{q_2 2} \rangle$. В частности, рассеивая фотон на неполяризованной мишени добавочных сведений получить нельзя.

Эксперименты по измерению полного сечения, конечно, не являются самыми важными и интересными из тех, которые можно производить, имея поляризованные мишени и пучки. Однако они гораздо проще, чем осуществление, например, полного опыта [7] и тоже могут дать интересные сведения.

В заключение хочу выразить глубокую благодарность Л.И. Лапидусу и Я.А.Смородинскому за полезные обсуждения и интерес к работе.

## Литература

1. R.J.N. Phillips. Nucl. Phys., 43, 413 (1963).
2. S.M.Bilenky, R.M.Ryndin. Phys. Lett., 6, 217 (1963).
3. Л.Д. Пузиков. ЖЭТФ, 34, 947, 1958.
4. Р.М. Рындин, Я.А. Смородинский. ЖЭТФ, 32, 1584, 1957.
5. П. Винтерницц. ЖЭТФ, 39, 1476, 1960.
6. A.Simon. Phys. Rev., 92, 1050 (1953).
7. Л.Д. Пузиков, Р.М. Рындин, Я.А. Смородинский. ЖЭТФ, 32, 592, 1957.
8. Л.И. Лапидус. ЖЭТФ, 31, 1099 (1956).

Рукопись поступила в издательский отдел
2 декабря 1963 г.