

2
Б-70

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛЯП

P-148

Д. Блохинцев

О ВОЗМОЖНОМ ПРЕДЕЛЕ ПРИМЕНИМОСТИ КВАНТОВОЙ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

1958 г.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

P-148

Д. Блохинцев

О ВОЗМОЖНОМ ПРЕДЕЛЕ ПРИМЕНИМОСТИ КВАНТОВОЙ
ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

1958 г.

В настоящей заметке рассматриваются процессы, конкурирующие с электромагнитными при больших энергиях. Показано, что такими процессами могут быть процессы, связанные с четырехфермионными взаимодействиями.

§ I. В в е д е н и е

В работе⁽¹⁾ было показано, что применение современного метода перенормировки в квантовой электродинамике ведет к принципиальной трудности — к обращению в нуль перенормированного заряда. Хотя безусловная доказательность этого вывода и оспаривалась⁽²⁾, тем не менее наличие принципиальных затруднений в области энергий, определяемых условием $\alpha \ln \frac{E}{mc^2} \sim 1$ ($\alpha = e^2/\hbar c$), представляется весьма убедительным. Соответствующий этой энергии пространственный масштаб $\ell_0 \sim \frac{\hbar}{mc} e^{3\pi/\alpha}$ лежит далеко за пределами гравитационного радиуса электрона, как на это впервые было указано в⁽³⁾. Сама предельная энергия чудовищно велика ($E_0 \sim mc^2 e^{3\pi/\alpha}$).

Поэтому можно ожидать, что на самом деле границы применимости современной электродинамики обнаружатся гораздо ранее, например, из-за возможного изменения пространственной структуры в областях пространства — времени малых, но все же значительно больших ℓ_0 .

Однако есть другая, более доступная теоретическому анализу возможность ограничения значимости квантовой электродинамики.

Наряду с чисто электродинамическими взаимодействиями фотонов, электронов и позитронов имеют место процессы с участием мезонов и нуклонов. Эти процессы могут быть вызваны чисто электродинамическим путем, например, взаимодействием фотона и электроном.

Если бы оказалось, что вклад этих неэлектромагнитных процессов превосходит вклад электромагнитных, то отпала бы возможность рассматривать чистую электродинамику, без существенного привлечения других типов взаимодействий. В частности, начиная с некоторой энергии $E_{кр}$, стало бы бессмысленным разложение по степеням $e^2/\hbar c$.

Мы покажем, что таким конкурирующим взаимодействием может быть слабое, четырехфермионное взаимодействие Ферми.

Состоятельность этого взаимодействия в области больших энергий не проверена экспериментально и могут быть высказаны различные теоретические сомнения по поводу применимости этого взаимодействия для энергий $E \gg mc^2$.

Однако мы будем исходить из предположения о применимости этого взаимодействия вплоть до очень высоких энергий и рассмотрим выводы, вытекающие из этого предположения.

Физическая особенность чисто фермионных взаимодействий заключается в том, что матричные элементы этих взаимодействий не падают с ростом энергии, участвующих в процессе фермионов, в то время как матричные элементы процессов, происходящих при участии бозонов (фотонов, π - и K -мезонов) с ростом энергии бозонов уменьшаются. Объясняется это тем, что при возрастании энергии бозона бозонное поле падает как $k^{-1/2}$

$$(\phi_k = \sqrt{\frac{\hbar}{2k}} e^{ikx} b_k + \text{сопряж.})$$

Здесь k - импульс бозона, b_k - оператор рождения бозона) а фермионное поле при возрастании энергии фермиона остается постоянным ($\psi_k = u_k e^{ikx} a_k + \text{сопряж.}$, где: u_k - нормальная амплитуда, a_k - оператор рождения фермиона).

В дальнейшем мы покажем, что из-за особенности фермионных взаимодействий они становятся существенными в электромагнитных

процессах значительно раньше, нежели достигается логарифмический предел $E \sim mc^2 e^{3\pi/\alpha}$.

§ 2. Фермионно-электромагнитное взаимодействие

Рассмотрим процесс взаимодействия фотона (κ) с электроном (e), приводящий к образованию μ -мезона (μ) и двух нейтрино ($\nu, \bar{\nu}$):

$$\kappa + e \rightarrow \mu + \nu + \bar{\nu} \quad (1)$$

Такой процесс будет описываться лагранжианом взаимодействия :

$$W = eW_e + eW_\mu + gW_{e\mu\nu} \quad (2)$$

где $eW_e = (\mathcal{J}_e A)$ есть взаимодействие электрона (\mathcal{J}_e - электронный ток) с электромагнитным полем (A - вектор потенциал), eW_μ имеет тот же смысл для мезона. Наконец, $gW_{e\mu\nu}$ есть четырехфермионное взаимодействие электрона, μ -мезона и нейтрино; $g = \hbar c \Lambda_0^2 \cong 10^{-49}$ эрг.-см.³ есть константа Ферми ($\Lambda_0 = 6 \cdot 10^{-17}$ см), а $W_{e\mu\nu} = (\bar{\Psi}_e O_1 \Psi_\mu)(\bar{\Psi}_\nu O_2 \Psi_\nu) + \text{сопр.}$ Здесь $\Psi_e, \Psi_\mu, \Psi_\nu$ - спинорные поля электронов, μ -мезона и нейтрино, соответственно, O_1 и O_2 некоторые спинорные операторы.

Полное эффективное сечение для процесса (1) будет

$$\sigma_\mu = \frac{2\pi}{\hbar c} \int |W_{af}|^2 \frac{P_\nu^2 dP_\nu d\Omega_\nu \bar{P}'_\nu^2 d\bar{P}'_\nu d\bar{\Omega}'_\nu}{(2\pi\hbar)^6 dE_f} \quad (3)$$

где W_{af} - матричный элемент от энергии взаимодействия (2) для процесса (1), P_ν, \bar{P}'_ν - импульсы нейтрино и антинейтрино, E_f - энергия конечного состояния.

Структура этого матричного элемента W_{af} такова, что в первом неисч²азавшем приближении он равен:

$$W_{af} = eg \sum_i \left\{ \frac{(a|w_e|c)(c|w_{\mu\nu}|f)}{E_0 - E_c} + \frac{(a|w_{\mu\nu}|c)(c|w_{\mu}|f)}{E_0 - E'_c} \right\} \quad (4)$$

где E_0 - энергия начального состояния, а E_c - промежуточного.

В системе центра тяжести фотона и электрона $E_0 - E_c \sim \hbar c k$
 (k - волновой вектор фотона) $(a|w_e|c) \sim k^{-1/2}$, $(c|w_{\mu\nu}|f) \sim k^{-1/2}$.

Поэтому $|W_{af}|^2 \sim eg^2 k^{-3}$. Весовой же фактор в (3) пропорционален k^5 . Таким образом полное сечение будет:

$$\sigma_{\mu} \approx \alpha \Lambda_0^4 k^2 F \quad (5)$$

где F - множитель порядка 1, слабо зависящий от k (х).

Подобным же образом можно рассмотреть процесс столкновения двух электронов с одновременным превращением в два мезона, по схеме

$$e' + e'' \rightarrow \mu' + \mu'' \quad (I^1)$$

Дифференциальное сечение (в с.п.м.) для этого процесса будет:

$$d\sigma_{\mu\mu} \approx \Lambda_0^8 q^4 p^2 F d\Omega \quad (6)$$

где q - передача импульса, а p - первоначальный импульс электрона, измеренные в обратных длинах.

С другой стороны сечения чисто электромагнитных процессов равны:

$$\sigma_c = \frac{1}{2} \pi \alpha^2 \frac{v_c}{k^2} \left(\ln \frac{4k^2}{k_c^2} + \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

х) Эти качественные заключения подтверждаются более подробным расчетом, выполненным доктором Н. Мейер (Румыния), которому автор выносит благодарность.

для эффекта Комптона,

$$d\sigma_{ee} = \alpha^2 \frac{P^2}{q^4} d\Omega \quad (8)$$

для упругого столкновения электронов, и

$$\sigma_p = \frac{28}{9} \alpha^3 \frac{1}{k^2} \left(\ln \frac{4k^2}{k_c^2} - 3,5 \right) \quad (9)$$

для рождения пар (здесь $k_c = \frac{mc}{h}$, $\alpha = \frac{e^2}{hc}$) и

$$\sigma_\gamma = 4\alpha^3 \frac{1}{k_c^2} \left| \ln \frac{4}{k_c^2} - 3,5 \right| \quad (10)$$

для тормозного излучения при столкновении электронов.

СМЕШАННЫХ

Сравнение этих сечений с сечениями процессов (I) и (I^I)

показывает, что :

$$\sigma_\mu > \sigma_c \quad \text{при} \quad k \gtrsim \alpha^{1/2} \frac{1}{\Lambda_0} \quad (11)$$

$$\sigma_\mu > \sigma_p \quad \text{при} \quad k \gtrsim \alpha^{1/2} \left(\frac{\alpha}{\Lambda_0 k_c} \right) \frac{1}{\Lambda_0} \quad (12)$$

$$d\sigma_{\mu\mu} > d\sigma_{ee} \quad \text{при} \quad q \gtrsim \alpha^{1/4} \frac{1}{\Lambda_0} \quad (13)$$

$$\sigma_{\mu\mu} > \sigma_\gamma \quad \text{при} \quad q \sim P \gg \left(\frac{\alpha^3}{k^2 \Lambda_0^2} \right) \frac{1}{\Lambda_0} \quad (14)$$

Здесь опущены множители $\sim I^x$.

Как видно из этих неравенств, если четырехфермионные взаимодействия можно считать применимыми в области энергий

x) Заметим, что образование пар в этой области энергий - главный электромагнитный процесс. Комptonовское рассеяние в этом случае второстепенно по сравнению с дифракционным, вызванным образованием пар.

$k > 1/\lambda_0$, то процессы с образованием нейтрино и μ -мезонов более интенсивны, нежели чисто электромагнитные процессы. Соответствующая энергия фотонов или электронов в системе центра тяжести должна быть при этом больше $\frac{\hbar c}{\lambda_0} \sim 2,5 \text{ ЭВ}$.

Это огромная энергия, но она все же много меньше логарифмической.

Следует заметить, что образование пар нуклонов и мезонов будет играть заметно меньшую роль, так как их сечение образования будет в $\left(\frac{m}{M}\right)^2$ раз меньше сечения образования электронно-позитронных пар.

Процессы с образованием нейтрино и бозонных мезонов будут существенны также позднее из-за отмеченного выше различия в поведении матричных элементов бозонов и фермионов.

Таким образом фермионное взаимодействие может быть тем взаимодействием, которое ограничивает область применимости электродинамики масштабами $> \lambda_0$. Для меньших масштабов и, следовательно, для энергий больших $\frac{\hbar c}{\lambda_0}$ совсем нет смысла изучать электродинамику, не привлекая к рассмотрению процессы с μ -мезонами и нейтрино и константу Ферми g , наряду с $e^2/\hbar c$.

Л и т е р а т у р а

1. Л.Д.Ландау, А.А.Абрикосов, И.М.Халатников, ДАН, 95, II77 (1954).
2. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантовых полей ГТТИ (1957) стр.355-356.
3. М.А.Марков. КЭТФ, 17, 661 (1957).