ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В.А. Никитин

Р-1476

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОПЫТА ПО p-p УПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВНУТРЕННЕЙ МИШЕНИ СИНХРОФАЗОТРОНА

Дубна 1963

В.А. Никитин

Р-1476

НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ОПЫТА ПО p-p УПРУГОМУ РАССЕЯНИЮ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВНУТРЕННЕЙ МИШЕНИ СИНХРОФАЗОТРОНА

Дубна 1963

P-1476

Никитин В.А.

Некоторые методические особенности опыта по p-p упругому рассеянию с использованием внутренней мишени синхрофазотрона

В работе описывается метод математической обработки энергетических спектров протонов отдачи, идущих под фиксированным углом с внутренней мишени ускорителя. Обработка ведется на ЭВМ. Результат вычислений - сечение упругого p-p рассеяния.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна, 1963 .

P- 1476

Nikitin V.A.

Some Technical Details of Elastic pp Scattering Experiment Employing an Internal Target.

A method is proposed for a mathematical analysis of the energy spectra of the recoil protons travelling at a fixed angle from the internal target of the accelerator. The data were analysed on the electronic computer. The purpose of our calculattions is to find the magnitude of elastic pp scattering.

Preprint. Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna. 1963.

Введение

Опыты по упругому рассеянию частиц со времен знаменитых опытов Резерфорда играют принципиальную роль в физике элементарных частиц. Новейшее развитие теории - анализ амплитуды рассеяния в комплексной плоскости момента количества движения - получило, в частности, свое экспериментальное апробирование на данных по упругому рассеянию частиц. Фундаментальная гипотеза современной теории - причинность, лежащая в основе дисперсионных соотношений, требует дальнейшего экспериментального обоснования путем исследования амплитуды упругого рассеяния частиц.

Недавно в работах /1,2,3/ была предложена новая методика исследования упругого p-p рассеяния, заключающаяся в использовании внутренней мишени ускорителя и фотоэмульсии в качестве регистратора протонов отдачи. В работе /4/ доказывается эффективность нового метода для неограниченно больших энергий первичного пучка.

Все это делает актуальным дальнейшее обоснование методики, предложенной и частично описанной в работах /1,2/.

Математическая обработка результатов эмульсионных измерений

1. Формулировка задачи

Коротко рассматриваемая методика заключается в следующем. Решается задача измерения дифференциального сечения реакции $p+p \to p+p$ в интервале энергий первичного протона 3 $\div$ 10 Бэв. Особое внимание уделяется малым углам рассеяния - импульс протонов отдачи $\sim$ 70 Мэв/с. Мишень - полиэтиленовая пленка толщиной 3 мк - помещена в прямолинейный участок ускорителя. Протоны отдачи регистрируются эмульсионными стопками, удаленными от мишени на расстояние $\sim$3 м.

Результатом эмульсионных измерений является импульсный спектр частиц, идущих с мишени под определенным фиксированным углом. В этот спектр дают вклад каскадные частицы из ядер углерода. Как показано в работах /1,3/, углеродный фон может быть измерен отдельно и вычтен. Оставшееся после вычитания распределение частиц по импульсам (или пробегам) есть спектр протонов отдачи от реакции упругого рассеяния $p+p \to p+p$. Полное число частиц в этом спектре N пропорционально дифференциальному сечению упругого (pp) рассеяния в лабораторной системе координат $\left(\frac{d\sigma}{dp}\right)_{л.с}$ x/. Однако в величину N необходимо внести некоторые поправки.

а) Мишень неоднородна по толщине (см. рис. 1). Участок a_1 имеет толщину ~ 3 мк, участок $a_2 \sim 6$ мк. Средний пробег протонов отдачи в нитях №2 ~ 25 мк, а в нитях №1 средний пробег зависит от угла вылета протона отдачи и лежит в пределах $80 \div 140$ мк. Импульсные распределения протонов отдачи от разных участков мишени по-разному зависят от угла наблюдения и существенно различны по форме. Таким образом возникает задача вычислить импульсный спектр протонов отдачи, идущих от разных участков мишени, и найти вклад указанных участков в основной наблюдаемый эффект (пленка a_1).

б) Для малых импульсов отдачи (пробег в эмульсии ~ 50 мк) наблюдаемые спектры становятся настолько широкими, что заметная доля протонов попадает в область очень малых импульсов (и пробегов), где регистрация ведется с плохой эффективностью и, кроме того, велик фон испарительных частиц от ядер C^{12}. По этой причине целесообразно выбрать оптимальную границу обрезания спектра снизу, а на отброшенную часть ввести поправку .

Ниже выводятся формулы импульсных спектров протонов отдачи.

2. Вывод формулы спектра протонов отдачи

Пусть каждый элемент мишени излучает частицы с импульсом p и угловым распределением $f_p(\theta-\theta_p)$. Число протонов, попавших на просматриваемый участок эмульсии Δx с элемента мишени Δl (см. рис.2), есть

$$dN = \frac{dl}{\theta_2(l)-\theta_1(l)} \int_{\theta_1(l)}^{\theta_2(l)} f_p(\theta-\theta_p)\,d\theta \,.$$

Со всей мишени число протонов с импульсом p есть

$$N(p) = \frac{1}{a\,[\theta_2(l)-\theta_1(l)]} \int_0^a dl \int_{\theta_1(l)}^{\theta_2(l)} f_p(\theta-\theta_p)\,d\theta \,,$$

a - размер мишени по пучку. Практически интервал $\Delta\theta = \theta_2-\theta_1$ очень мал, так как участок просматриваемой эмульсии $\Delta x = 1 \div 2$ мм, поэтому имеем

$$N(p) = \frac{1}{a}\int_0^a f_p(\theta_l-\theta_p)\,dl \;;\quad \theta_l = \frac{\theta_2(l)+\theta_1(l)}{2} \,. \qquad (1)$$

Полезно провести некоторые преобразования.

---

x/ Сечение $\left(\frac{d\sigma}{dp}\right)_{л.с.}$ связано хорошо известной формулой с сечением $\left(\frac{d\sigma}{d\omega}\right)_{с.ц.м.}$, обычно фигурирующим в теории.

Из геометрии имеем $$dl = d\theta_l \frac{L}{\cos\theta_l} \simeq d\theta_l \frac{L}{\cos\theta_0},$$

так как $\frac{a}{Z} \ll 1$ (см. рис. 2).

$$x = \frac{a}{2} + Z\,\mathrm{tg}\,\theta_0 ,$$

$$\theta_2 = \mathrm{arctg}\,\frac{x}{Z} \approx \mathrm{arctg}\left(\mathrm{tg}\,\theta_0 + \frac{a}{2Z}\right),$$

$$\theta_1 = \mathrm{arctg}\,\frac{x-a}{Z} = \mathrm{arctg}\left(\mathrm{tg}\,\theta_0 - \frac{a}{2Z}\right),$$

$$\left.\begin{aligned} \theta_2 &\approx \theta_0 + \frac{a}{2Z}\cos^2(\mathrm{tg}\,\theta_0) \\ \theta_1 &\approx \theta_0 - \frac{a}{2Z}\cos^2(\mathrm{tg}\,\theta_0) \end{aligned}\right\} . \qquad (2)$$

После преобразования формула (1) имеет вид :

$$N(p) = \frac{1}{a}\,\frac{Z}{\cos\theta_0}\int_{\theta_1}^{\theta_2} f_p(\theta_l - \theta_p)\, d\theta_l . \qquad (3)$$

Теперь найдем вид функции $f_p(\theta_l - \theta_p)$. Мы принимаем, что угловое распределение протонов отдачи, вылетающих из точки мишени, расположенной на глубине t, есть функция Гаусса с дисперсией $\sigma^2 = K(p)t + \alpha^2$

$$K(p) = \left[\frac{12(1-\varepsilon)\,\text{Мэв}}{p\,\beta c}\right]^2 \cdot \frac{1}{t_0} = \frac{K}{p^4} . \qquad (4)$$

Здесь константа 12 Мэв (вместо известной константы многократного рассеяния 21 Мэв) показывает, что нас интересует средняя арифметическая проекция угла многократного рассеяния на плоскость реакции $p+p \to p+p$. t_0 - радиационная длина материала мишени. ε - поправка, которая отлична от нуля для очень малых $\frac{t}{t_0}$. Например, согласно работе /5/, для C_6^{12} , при $\frac{t}{t_0} = 10^{-3}$, $\varepsilon = 0,14$; α^2 - угловая дисперсия пучка первичных протонов.

Функцию $f_p(\theta_l - \theta_p)$ получаем как суперпозицию распределений Гаусса :

$$f_p(\theta_l - \theta_p) = \frac{1}{l}\int_0^{l} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{K(p)t + \alpha^2}}\, e^{-\frac{(\theta_l - \theta_p)^2}{2(K(p)t + \alpha^2)}}\, dt .$$

Как показали конкретные вычисления, в нашей задаче необходимо было брать интегральный вид для $f_p(\theta_l - \theta_p)$. Использование простой функции Гаусса приводило к отличию от точного результата на заметную величину. Для удобства сравнения результатов расчёта с экспериментом полезно заменить угловую переменную θ на соответствующий импульс $k(E)p = \theta$. Это линейное соотношение вытекает из кинематики упругого $p-p$ рассеяния. Коэффициент пропорциональности $k(E)$ зависит от энергии первичного протона.

Интеграл в последней формуле берется по частям

$$f_p(\xi-p)=\left\{\sqrt{K(p)l_0+\alpha^2}\cdot\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{k^2(\xi-p)^2}{2(K(p)l_0+\alpha^2)}\right]-\right.$$
$$-\frac{2\alpha}{\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{k^2(\xi-p)^2}{2\alpha^2}\right]-k|\xi-p|\left[\Phi\left(\frac{k(\xi-p)}{\alpha}\right)-\right. \quad (5)$$
$$\left.\left.-\Phi\left(\frac{k|\xi-p|}{\sqrt{K(p)l_0+\alpha^2}}\right)\right]\right\}\frac{k}{K(p)l_0}\left(\frac{d\sigma}{dp}\right)_{pp\to pp}; \quad \Phi(x)=\frac{2}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}}dz.$$

Это есть импульсный спектр протонов отдачи с бесконечно малого элемента мишени $dl\,(\xi k=\theta_l)$. l_0 – толщина мишени.

По сравнению с предыдущей формулой здесь еще дописан множитель $\left(\frac{d\sigma}{dp}\right)=$ $=k\frac{d\sigma}{d\theta}$, который в общем случае есть функция импульса.

В нашем случае $\frac{d\sigma}{dp}$ оказалось почти постоянной величиной в интервале импульсов $50<pc<120$. На основании (2), (3) и (4) окончательно имеем формулу для вычисления спектра протонов отдачи :

$$\left.\begin{aligned} N(p)&=\frac{1}{a}\frac{Zk}{\cos kp_0}\int_{p_1}^{p_2}f_p(\xi-p)\,d\xi\\ p_1&=p_0-\frac{a}{2Zk}\cos^2 kp_0\\ p_2&=p_0+\frac{a}{2Zk}\cos^2 kp_0\end{aligned}\right\}. \quad (6)$$

Перечислим еще раз принятые здесь обозначения:

a – размер мишени-пленки вдоль пучка ;

Z – расстояние от мишени до эмульсии по нормали к пучку;

k – множитель, с помощью которого кинематическое соотношение угол-импульс для протона отдачи можно записать в виде:

$$kp=\theta\,;$$

p_0 – импульс, определенный равенством

$$p_0=\frac{\theta_0}{k} \qquad \text{(см. рис.2)}\,;$$

$f_p(\xi-p)$ (см. соотношение (5)).

Отметим, что спектр $N(p)$ протонов отдачи, наблюдаемых под фиксированным углом к первичному пучку для малых p_0 ($pc\sim 60$ Мэв), несимметричен и максимум сдвинут относительно p_0 в сторону больших импульсов.

3. Вычисление поправки к наблюдаемому числу протонов отдачи

Формула (6) позволяет вычислить импульсный спектр протонов отдачи, родившихся в любой области мишени (см. рис.1). Относительный вклад отдельных областей мишени (a_1 - основная мишень, все остальные части мы называем в дальнейшем коротко "нити") вычисляется с привлечением пространственного распределения ускоренного пучка и результатов взвешивания основной мишени и нитей на микровесах. Мы определяли также полное число взаимодействий первичного пучка в мишени и в нитях, измеряя наведенную β - активность C^{11}. Типичные импульсные спектры протонов отдачи приведены на рис. 3 и 4. N_0 - спектр от основной мишени a_1 , N_Σ - суммарный вклад всех остальных участков. Некоторая нерегулярность кривой на рис.3 обязана неточности вычисления интеграла в формуле (6). Как указывалось выше, необходимо вычислить поправку на нити и на обрезанную часть спектра к наблюдаемому числу протонов отдачи. Кривые $N(p)$ позволяют это сделать.

Легко получить следующую формулу поправки:

$$N = N_{наблюд.} \cdot \xi \; ; \qquad \xi = \frac{1+\lambda_3}{1-\lambda_1+\lambda_3(1-\lambda_2)} . \tag{7}$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$\lambda_1 = \dfrac{\int_0^{p_\lambda^*} N_0\,dp + \int_{p_n^*}^{\infty} N_0\,dp}{\int_0^{\infty} N_0\,dp}$ - обрезание спектра основной мишени,

$p^*_{\lambda,n}$ - правая и левая границы обрезания,

$\lambda_2 = \dfrac{\int_0^{p_\lambda^*} N_\Sigma\,dp + \int_{p_n^*}^{\infty} N_\Sigma\,dp}{\int_0^{\infty} N_\Sigma\,dp}$ - обрезание спектра нитей,

относительный вклад нитей $\lambda_3 = \dfrac{\int_0^{\infty} N_\Sigma\,dp}{\int_0^{\infty} N_0\,dp}$,

$N_{наблюд.}$ - число протонов отдачи в наблюдаемой части спектра.

$N = \int_0^{\infty} N_0\,dp + \int_0^{\infty} N_\Sigma\,dp$ - искомая величина, связанная с сечением $\dfrac{d\sigma}{dp}$ формулой:

$$N = A \int_0^{\infty} \frac{d\sigma}{dp} N(p)\,dp = A\,\overline{\frac{d\sigma}{dp}} . \tag{8}$$

Здесь A коэффициент пропорциональности, определяемый мониторированием первичного пучка.

Ошибка поправки ξ вычисляется по обычной формуле

$$\Delta\xi = \sqrt{\sum_{ij} \frac{\partial\xi}{\partial\lambda_i}\frac{\partial\xi}{\partial\lambda_j}\sigma_{ij}} , \tag{9}$$

$$\sigma_{ij} = \overline{\Delta\lambda_i\,\Delta\lambda_j} = \rho_{ij}\,\Delta\lambda_i\,\Delta\lambda_j .$$

σ_{ij} – матрица ошибок, $\Delta\lambda_i$ – ошибка параметра λ_i, ρ_{ij} обычно называют коэффициентом корреляции параметров λ_i и λ_j. Эти величины также могут быть оценены на основании кривых $N(p)$. Ошибка параметров λ_1 и λ_2 определяется ошибкой положения максимума экспериментальной гистограммы распределения $N(p)$, и, следовательно, точностью, с которой известны границы обрезания $p^*_л$, $p^*_п$.

В таблице 1 для иллюстрации описанного метода приведены некоторые цифры, фактически полученные в одном из наших экспериментов (энергия первичного пучка 6 Бэв).

Таблица 1

<table>
<tr><th>R</th><th>p_0</th><th>θ°</th><th>λ_1</th><th>λ_2</th><th>λ_3</th><th>ξ</th><th>$(\sigma)N$</th></tr>
<tr><th>мк</th><th>Мэв/c</th><th>с.ц.м.</th><th></th><th></th><th></th><th></th><th></th></tr>
<tr><td>37,5</td><td>59,3</td><td>2,30</td><td>0,366±0,052</td><td>0,696±0,19</td><td rowspan="5">0,135±0,020</td><td>1,681±0,138</td><td>1039±107</td></tr>
<tr><td>55,8</td><td>68,5</td><td>2,50</td><td>0,144±0,010</td><td>0,533±0,037</td><td>1,235±0,025</td><td>1028±59</td></tr>
<tr><td>75,8</td><td>75,7</td><td>2,87</td><td>0,081±0,008</td><td>0,379±0,009</td><td>1,132±0,013</td><td>1062±56</td></tr>
<tr><td>109,3</td><td>84,7</td><td>3,12</td><td>0,067±0,007</td><td>0,354±0,037</td><td>1,113±0,016</td><td>1109±52</td></tr>
<tr><td>136,0</td><td>90,5</td><td>3,87</td><td>0,062±0,004</td><td>0,333±0,037</td><td>1,104±0,013</td><td>1284±69</td></tr>
</table>

Как показывает эта таблица, для углов $\theta_{с.ц.м} \leq 3^\circ$ поправка ξ достигает значительной величины, и вычисление ее должно быть сделано с максимальной осторожностью.

Наиболее слабым местом приведенных здесь расчётов является правильный выбор углового распределения многократно рассеянных частиц: функция f_p в формуле (1). В настоящей работе мы предположили, что угловое распределение пучка частиц, прошедших мишень определенной толщины t, есть функция Гаусса, дисперсия которой определяется экспериментально (окончательное выражение для f_p дается формулой (5), дисперсия распределения f_p определяется параметром K).

Однако ясно, что для малых t и больших углов рассеяния частицы испытывают не многократное рассеяние, а последовательность нескольких однократных рассеяний. В этом случае сделанное нами предположение требует проверки.

С этой целью был сделан приближенный расчёт поправки ξ, в качестве f_p

было использовано дифференциальное сечение кулоновского рассеяния /формула Резерфорда/. Эти оценки показали, что ξ, вычисленная по формулам /6/, /7/, может превышать истинную поправку на несколько процентов для $p_0 < 70$ Мэв/с.

4. Вычисление $\frac{d\sigma}{dp}$ по методу наименьших квадратов

Описанный выше метод введения поправки на нити и на обрезание имеет следующие недостатки:

а) ошибка в положении границ обрезания значительно увеличивает ошибку результата;

б) нет критерия правильности выбора функции f_p и константы рассеяния /или радиационной длины материала мишени);

в) в результате вычислений получается не само сечение $\frac{d\sigma}{dp}$, а средняя величина $\overline{\frac{d\sigma}{dp}}$ по значительному интервалу импульсов /см.(8)/, что лимитирует угловое разрешение метода;

г) коэффициенты корреляции ρ_{ij} в формулах (9) плохо известны, поэтому ошибка поправки $\Delta\xi$ вычисляется приближенно.

Эти недостатки мы устранили, применив другой способ обработки экспериментальных спектров протонов отдачи.

Разложим искомое сечение в ряд Тейлора, ограничившись двумя членами

$$\frac{d\sigma}{dp} = \sigma_0 + \lambda\,(p - p_0)\,.$$

Подставим это выражение в формулу (5). Спектр протонов отдачи, вычисляемый по формуле (7), теперь зависит от нескольких параметров

$$N(p) = N_0(p, p_0, K, \sigma_0, \lambda) + N_\Sigma(p, p_0, K, \sigma_0, \lambda)\,. \qquad (10)$$

Все четыре параметра p_0, K, σ_0, λ могут быть найдены по методу наименьших квадратов из экспериментального спектра $N_{\text{эксп.}}(p)$ протонов отдачи. Согласие оптимального спектра $N(p)$ с экспериментальной кривой $N_{\text{эксп.}}(p)$ оценивается количественно по критерию χ^2. Хорошее согласие говорит о правильности выбора функции f_p в формуле (1).

Результаты вычисления наилучшей кривой $N(p)$ по методу наименьших квадратов иллюстрируются рис.5 и 6.

В настоящем эксперименте параметр K (см. формулу (4)) определялся из совокупности экспериментальных данных, полученных при энергиях первичного протона 6 и 10 Бэв, и был известен с хорошей точностью. Параметр λ определялся по предварительным данным о сечении $\frac{d\sigma}{dp}$ и тоже был известен с достаточной точностью. Таким образом, в окончательном расчёте по методу наименьших квадратов в теоретическом спектре (10) только два параметра p_0 и σ_0 подлежали определению. Этот метод расчета оказался весьма эффективным для спектров с $p_0 \leq 110$ Мэв/с. Ошибка результата лишь незначительно превосходила статистическую ошибку общего числа частиц в спектре. Угловая разрешающая способность эксперимента определяется ошибкой параметра p_0. Схема расчёта, описанная в пункте 3, дает значительно большую ошибку для спектра, где велика поправка ξ. Сравнительные результаты даны в таблице II.

Т а б л и ц а II

Метод обработки	R_{NK}	p_0 $\frac{\text{Мэв}}{\text{с}}$	$\theta^0_{\text{с.ц.м.}}$	(σ_0) N
Метод наименьших квадратов	35,7	59,2±0,7	2,3±0,025	1118±72
	55,8	69,2±0,5	2,5±0,018	1032±55
	75,8	76,5±0,4	2,87±0,014	1070±56
Введение поправки по формуле /6-7/	35,7	59,3± 2,0	2,3 ±0,3	1039±107
	55,8	68,5± 1,5	2,5 ±0,25	1028±59
	75,8	75,7± 1,5	2,8 ±0,21	1062±56

Отметим, что применение метода наименьших квадратов лишь частично решает вопрос о правильности выбора функции. Действительно, хвосты экспериментальных спектров имеют большие статические ошибки, и функция χ^2 ничего не говорит о степени согласия теоретической и экспериментальной кривой. Мы допускаем, что в нашем эксперименте из-за этого обстоятельства возможна систематическая ошибка в несколько процентов для спектров с 59 Мэв/с $\leq p_0 \leq$ 70 Мэв/с.

З а к л ю ч е н и е

Резюмируем коротко результаты работы.

Опыт по упругому p-p рассеянию на внутренней полиэтиленовой мишени в бэвной области энергий приводит к задаче вычислить дифференциальное сечение $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{pp}$ по наблюдаемому спектру протонов отдачи под определенным углом.

Этот спектр может быть удовлетворительно описан теоретической формулой, учитывающей следующие факторы:

а) многократное рассеяние протонов отдачи в веществе внутренней мишени;

б) геометрия мишени и поддерживающих ее нитей;

в) угловой разброс первичного пучка;

г) для $p_0 > 200$ Мэв/с становится заметным страгглинг в эмульсии.

В настоящем опыте мы работали с мишенью толщиной ~ 3 мк и размером по пучку ~ 1 см. Каждый импульсный спектр протонов отдачи строился на статистике ~ 1000 частиц (после вычитания углеродного фона). При этих условиях мы можем заключить:

а) обработка спектров с $p_0 > 100$ Мэв/с не представляет трудностей;

б) вычисление $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{pp}$ для спектров 59 Мэв/с $\leq p_0 \leq$ 70 Мэв/с может содержать систематическую ошибку в несколько процентов;

в) проведение экспериментов с относительной точностью в $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 2 ÷ 3% вплоть до $p_0 \sim 60$ Мэв/с требует использования мишени толщиной $\sim$ 1 мк. Поддерживающие нити не должны содержать водород.

Настоящая работа практически невыполнима без современной вычислительной техники. Автор благодарен сотрудникам ВЦ ОИЯИ Т. Рыльцовой, И. Поповой и Л. Смирновой за помощь в программировании.

Большой вклад в работу внесли В. Свиридов, Л. Кириллова и М. Шафранова.

Литература

1. B.Bekker et al 1962 High Energy Conf. CERN, p.582.
2. В.А. Никитин и др. Препринт ОИЯИ 1084, Дубна, 1962 ; ПТЭ (в печати).
3. Л.Ф. Кириллова и др. Препринт ОИЯИ Д-1329, Дубна, 1963 ; ЖЭТФ (в печати).
4. В.А. Никитин и др. ЖЭТФ (в печати).
5. Barkas UKRL - 8030(1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
27 ноября 1963г.

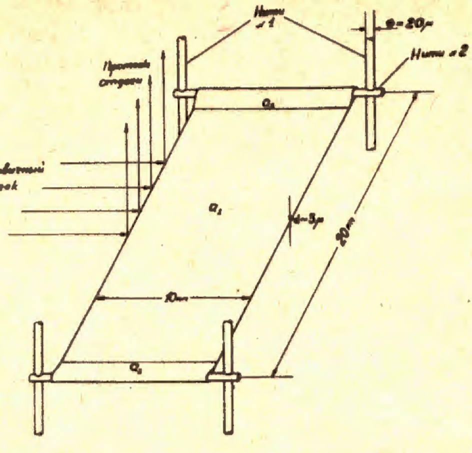


Рис. 1. Схема мишени-пленки.

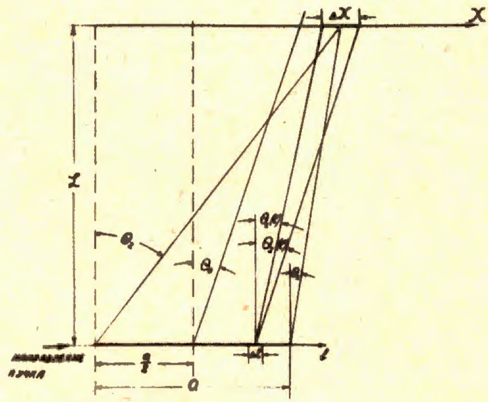
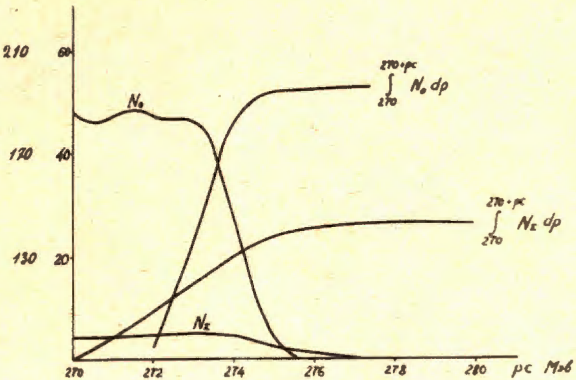


Рис. 2. Чертеж к выводу формулы (6) .



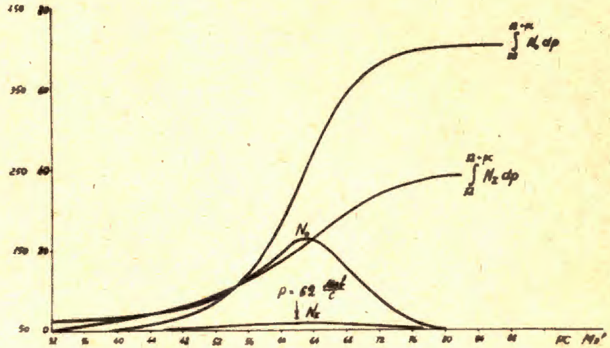


Рис. 3 и 4. Теоретический импульсный спектр протонов отдачи от мишени $\mathcal{N}_0$ и от нитей $\mathcal{N}_\Sigma$. Шкала слева для функции $\int_a^b \mathcal{N}_{0(z)}\,dp$.

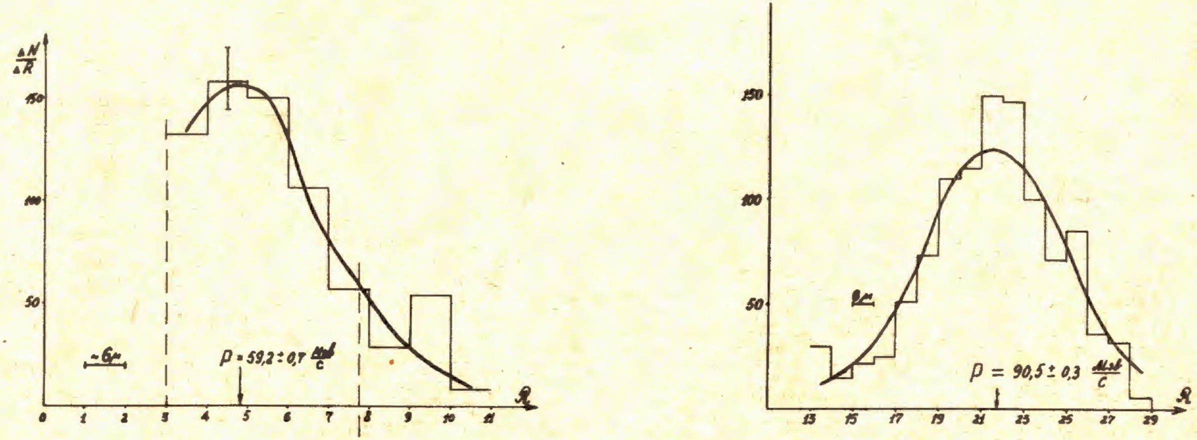


Рис. 5 и 6. Экспериментальный спектр по пробегам в эмульсии протонов отдачи (гистограмма). Плавная кривая – теоретический спектр с оптимальными параметрами.