ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

К.Д. Толстов

Р-1469

АСИММЕТРИЯ ВЫЛЕТА БАРИОНОВ, ПОСТОЯНСТВО ПОПЕРЕЧНОГО ИМПУЛЬСА И ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Дубна 1963

К.Д. Толстов

Р-1469

АСИММЕТРИЯ ВЫЛЕТА БАРИОНОВ, ПОСТОЯНСТВО ПОПЕРЕЧНОГО ИМПУЛЬСА И ПРИНЦИП НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Дубна 1983

1. Длина волны Де-Бройля и принцип неопределенности

В свете тенденций современной теории неупругие столкновения π -мезонов с нуклонами считаются более простыми, чем нуклон-нуклонные соударения.

Длина волны Де-Бройля для быстрых π -мезонов λ_π равна:

$$\lambda_\pi = \frac{\hbar}{m_\pi \cdot c} [\Sigma(\Sigma + 2)]^{-1/2} ,$$

где m_π - масса, а Σ - кинетическая энергия π -мезона в единицах его массы покоя. В таблице 1 даны величины λ_π функции энергии мезона.

Таблица 1

Энергия мезона в Бэв	λ_π в Ферми
4	0,30
7	0,17
16	0,08

Как видно из таблицы, λ_π значительно меньше принятого радиуса нуклонов ($\sim 1\ fm$), но больше или сравнима с комптоновской длиной нуклона 0,2 f_m и, следовательно, если область взаимодействия такого же порядка, то может быть существенной величина λ_π , то есть энергия налетающей частицы.

Оценим область взаимодействия, используя принцип неопределенности. Он является краеугольным камнем квантовой механики, и ее применимость к процессам столкновения быстрых частиц, очевидно, требует его выполнения. Однако принцип неопределенности есть неравенство:

$$< \Delta P_x^2 > \cdot < \Delta x^2 > \geq \frac{\hbar^2}{4} .$$

Следовательно, для оценки области взаимодействия необходимо в первую очередь уточнить знак "больше или равно". Этот вопрос рассматривался в основополагающей работе Гейзенберга [1], где было показано, что если импульсное и координатное распределения являются Гауссовыми, то произведение $\Delta P_x \Delta x$ имеет минимальное значение и справедлив знак равенства. В этом случае в цилиндрических координатах: $x^2 + y^2 = r_{\|}^2;\ z = r_{\|}$ мы будем иметь:

$$\langle \Delta p_{\perp}^2 \rangle \langle \Delta r_{\perp}^2 \rangle = h^2; \quad \langle \Delta p_{\|}^2 \rangle \cdot \langle \Delta r_{\|}^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4}. \tag{1}$$

Итак, если в неупругих столкновениях быстрых частиц справедлив принцип неопределенности и если распределение импульсов является Гауссовым, то можно определить область взаимодействия r. Нас интересует область взаимодействия с точки зрения структуры нуклона, то есть величина r, отсчитываемая, например, от его центра. Поэтому мы будем использовать систему центра масс и измерять, согласно [2], расстояния в относительных координатах, т.е. между центрами тяжести сталкивающихся частиц. В этом случае $\langle r \rangle = 0$, следовательно, $\langle \Delta r^2 \rangle = \langle r^2 \rangle$. Вектор среднего поперечного импульса, очевидно, равен нулю, поэтому

$$\langle \Delta p_{\perp}^2 \rangle = \langle p_{\perp}^2 \rangle.$$

Следовательно, формулы (1) можно записать в виде:

$$\langle p_{\perp}^2 \rangle \cdot \langle r_{\perp}^2 \rangle = \hbar^2; \qquad \langle \Delta p_{\|}^2 \rangle \cdot \langle r_{\|}^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{4}. \quad ^{x/} \tag{2}$$

2. Поперечный и продольный импульсы барионов в неупругих столкновениях

Величину r целесообразно определить, ограничиваясь пока только барионами, так как π и K -мезоны с большей вероятностью могут возникать в последующих реакциях распада состояний типа ρ, ω, Y^*, которые образуются в столкновениях быстрых частиц. Для поставленной цели определения r необходимо выяснить, с какой степенью точности импульсное распределение можно считать Гауссовым. Известен крайне интересный и важный факт постоянства среднего поперечного импульса нуклонов $\langle p_{\perp} \rangle$ при изменении массы налетающей быстрой частицы и ее энергии, а в первом приближении также и массы вторичных частиц. Этот факт иллюстрирует таблица 2, построенная для неупругих столкновений мезонов и протонов с протонами в основном по данным, суммированным в работе [3].

---

x/ Или: $\langle \Delta P_x^2 \rangle \cdot \langle \Delta x^2 \rangle = \langle P_{\perp}^2 \cdot \cos\varphi^2 \rangle \cdot \langle r_{\perp}^2 \cdot \cos^2\phi \rangle = \langle P_{\perp}^2 \rangle \langle \cos\phi^2 \rangle \cdot \langle r_{\perp}^2 \rangle \cdot \langle \cos^2\phi \rangle =$
$= \langle p_{\perp}^2 \rangle \cdot \tfrac{1}{2} \cdot \langle r_{\perp}^2 \rangle \cdot \tfrac{1}{2} = \frac{\hbar^2}{4};\ \langle P_{\perp}^2 \rangle \cdot \langle r_{\perp}^2 \rangle = \hbar^2.$

Т а б л и ц а 2

Первичная частица	Энергия первич. частицы в Бэв	Тип события	Вторичная частица	$\langle p_{\perp} \rangle$ в Бэв/с
P	3,7	4-лучевые	P	$0{,}387^{+0{,}009}_{-0{,}004}$
P	9	Все неупругие	P	$0{,}37 \pm 0{,}03$
P	25	-"-	P	$0{,}40 \pm 0{,}05$
π^-	7	-"-	"	$0{,}37 \pm 0{,}04$
"	10	-"-	"	$0{,}376^{+0{,}027}_{-0{,}013}$
"	10	Странные частицы	"	$0{,}44 \pm 0{,}05$
"	11,4	4-лучевые	"	$0{,}411^{+0{,}022}_{-0{,}013}$
"	16	Все неупругие	"	$0{,}410 \pm 0{,}012$
π^-	10	Странные частицы	K^0	$0{,}390 \pm 0{,}02$
		-"-	Λ	$0{,}460 \pm 0{,}02$
		-"-	$\Sigma^{\pm}$	$0{,}510 \pm 0{,}04$
"	11,4	-"-	Ξ^-	$0{,}560 \pm 0{,}08$
"	16	-"-	K^0	$0{,}370 \pm 0{,}05$
"	16	-"-	Λ	$0{,}410 \pm 0{,}07$
"	16	-"-	$\Sigma^{\pm}$	$0{,}650 \pm 0{,}1$

Как видно из таблицы 2, для протонов в пределах ошибок измерений $\langle P_{\perp} \rangle$ постоянно. В космических лучах с энергией много большей, чем получаемая на ускорителях, пока нет данных о $\langle P_{\perp} \rangle$ для протонов, однако косвенные соображения позволяют предполагать несильное изменение $\langle P_{\perp} \rangle$. Действительно, по ускорительным данным полный импульс мезонов P_{π} в с.ц.м. и $\langle p_{\perp} \rangle$ -практически не зависят от массы и энергии первичной быстрой частицы $\langle P_{\pi} \rangle \sim 0{,}5$ Бэв/с, а из данных [4] для энергии первичных частиц $\langle E \rangle \sim 60$ Бэв $\langle p_{\pi} \rangle = 0{,}46$ Бэв, $\langle E \rangle \sim 200$ Бэв: $\langle P_{\pi} \rangle = 0{,}51$ Бэв. Этот результат и постоянство $\langle p_{\perp} \rangle$ для протонов в таблице 2 позволяют считать, что $\langle p_{\perp} \rangle$ несильно изменится и при бóльших энергиях.

Постоянство $\langle p_{\perp} \rangle$ можно объяснить, считая справедливыми две основные рабочие гипотезы:

1. Принцип неопределенности со знаком равенства.

2. Постоянство поперечного импульса нуклонов есть следствие постоянства области взаимодействия, которая в основном определяется структурой нуклона и слабо зависит от налетающей частицы и ее энергии.

Выполнение пункта 1 требует, чтобы по осям прямоугольной системы координат распределение импульсов было Гауссовым. В этом случае в цилиндрической системе координат с осью по направлению импульса первичной частицы для поперечного импульса имеет место двухмерное максвелловское распределение:

$$W(p_\perp) = \frac{2}{\langle p_\perp^2 \rangle} p_\perp \exp\left(-\frac{p_\perp^2}{\langle p_\perp^2 \rangle}\right), \tag{3}$$

где $\langle p_\perp^2 \rangle^{1/2}$ – среднеквадратичный поперечный импульс.

Для максвелловского распределения отношение среднеквадратичного к среднему равно:

$$Q = \frac{\langle p_\perp^2 \rangle^{1/2}}{\langle p_\perp \rangle} = \sqrt{\frac{4}{\pi}} = 1,13.$$

Опытная величина Q по объединенной статистике согласно /6/, /6а/ и /6б/ равна:

$$Q = 1,11 \pm 0,03.$$

(При выводе формулы (3) согласно, например, /9/ (стр. 97), необходимо учесть, что распределение поперечного импульса симметрично по осям x, y, и, следовательно:

$$\langle p_x^2 \rangle = \langle p_y^2 \rangle = \tfrac{1}{2} \langle p_\perp^2 \rangle,$$

поэтому в знаменателе экспоненты стоит $\langle p_\perp^2 \rangle$).

На рис. 1 приведена гистограмма $N(p_\perp)$ по опытным данным /6/, /6а/ и /6б/, двухмерное максвелловское распределение согласно формуле (3), а также, для сравнения, Гауссово распределение. Расчетные кривые нормированы на одинаковую площадь с опытной гистограммой. Согласно рисунку, а также из близости расчетных и опытных значений величины Q следует, что максвелловское 2-мерное распределение хорошо согласуется с опытными данными. Следовательно, распределение поперечного импульса по декартовым осям является Гауссовым и в соотношении неопределенности справедлив знак равенства.

Основываясь на пункте 2, определим величину области взаимодействия $\langle r_\perp^2 \rangle^{1/2}$, используя данные /6/ для протонов: $\langle p_\perp \rangle = 0,37 \pm 0,04$, $\langle p_\perp^2 \rangle^{1/2} = 0,41 \pm 0,05$. Из таблицы 2 получим, что в $\pi^- - p$ столкновениях при 10 ; 11,4 и 16 Бэв средневзвешенное значение поперечного импульса протонов равно: $\langle p_\perp \rangle = 0,40 \pm 0,01$. Если принять, что при этих энергиях $Q = 1,11$, как и в /6/ для 7 Бэв, то получим $\langle p_\perp^2 \rangle^{1/2} = 0,45 \pm 0,04$. Средняя величина этих двух значений равна $(0,43 \pm 0,03)$ Бэв/с. Откуда, применяя (2), получим

$$\langle r_\perp^2 \rangle^{1/2} = (0,46 \pm 0,05)\ fm.$$

Эта величина больше, чем λ_π по таблице 1 при энергии π -мезонов ~ 7 Бэв, что согласуется с предположением о постоянстве $r_\perp$ и с фактом постоянства поперечного импульса нуклонов.

Проведем аналогичный анализ, оперируя с продольным импульсом протонов. Согласно Ферми, область взаимодействия в направлении движения должна испытывать лоренцовское сокращение, и Д.И. Блохинцев отмечал, что из соотношения неопределенности среднеквадратичные отклонения продольного и поперечного импульса нуклона в с.ц.м., возможно, связаны соотношением:

$$I = \frac{\langle \Delta p_{\parallel}^2 \rangle^{1/2}}{\langle \Delta p_\perp^2 \rangle^{1/2}} = \gamma_c, \tag{4}$$

где γ_c – лоренцовский фактор в с.ц.м.

Расчет, проведенный при подготовке работы /6/, дал величину I, близкую к единице. Однако при этом не было учтено, что согласно формулам (2) множитель при $\hbar^2$ для поперечного импульса 1, а для продольного $\frac{1}{4}$. В соответствии с этим вместо (4) мы должны получить

$$2\,\frac{\langle \Delta p_{\parallel}^2 \rangle^{1/2}}{\langle p_\perp^2 \rangle^{1/2}} = \gamma_c. \tag{5}$$

В таблице 3 сопоставлены результаты расчетов по формуле (5) на основе всех известных автору работ, содержащих спектры протонов. При этом для энергии 7 Бэв использовались импульсы отдельных протонов, при энергиях 16 и 24,5 Бэв гистограммы работ /7/ и /3/, где дано распределение числа протонов в функции $p_{\parallel}$. При энергии 4 Бэв из работы /9/ использовалось угловое $N(\theta)$ и импульсное $p(\theta)$ распределение протонов в реакции : $\pi^- + p \to \pi^- + p + n\pi^0$.

Таблица 3

Энергия мезонов в Бэв	$\langle p_{\parallel} \rangle$ Бэв/с	$\langle \Delta p_{\parallel}^2 \rangle^{1/2}$ Бэв/с	$\langle p_\perp \rangle$ Бэв/с	$\langle p_\perp^2 \rangle^{1/2}$ Бэв/с	γ_c Расчетное	γ_c Известное
4	–0,7	≤ 0,41	0,37	0,42	≤ 1,95	1,7
7	–0,74	0,48±0,04	0,37±0,04	0,41±0,05	2,34±0,35	2,1
16	–1,9	0,57±0,1	0,40±0,08	0,45±0,08	2,54±0,6	3
энергия протонов						
24,5	–2,7[x)]	0,68±0,1	0,40±0,06	0,45±0,08	3,0±0,7	3,8
32		0,97[xx)]				4,3
70		1,38[xx)]				6,1

x) Измерялись только протоны, летевшие в с.ц.м. в заднюю полусферу.

xx) Рассчитаны по формуле (5), принимая $\langle p_\perp^2 \rangle = 0,45$ Бэв/с.

Таблица 3 показывает рост $\langle \Delta p_{||}^2 \rangle^{1/2}$ с увеличением γ_c и согласие рассчитанных по формуле (5) и известных значений величины γ_c. Очень желательно уточнение экспериментальных данных и опыты при больших энергиях.

Остановимся на зависимости поперечного импульса от массы вторичных частиц. Экспериментальные данные, суммированные в таблице 2, показывают некоторый рост поперечного импульса при измерении масс частиц от π -мезонов до Ξ^-. В настоящем рассмотрении мы ограничились протонами, потому что для них неупругие столкновения можно предполагать преимущественно одноактными процессами, то есть вылет протона непосредственно после столкновения первичной частицы. Это предположение согласуется с тем, что для энергии $\gtrsim$ 5 Бэв опыты показывают, например, малый вклад изобары 3/2, -3/2. Тенденция роста поперечного импульса $\langle p_\perp \rangle$ = 0,40; 0,51; 0,04; 0,56 ± 0,08 соответственно для p, $\Sigma^\pm$ и Ξ^-, возможно, объясняется двумя путями: уменьшением области взаимодействия в процессах с генерацией странных частиц или же согласно /8/ тем, что барионы, обладающие странностью, возникают при распаде сильно возбужденных барионов, которые образуются в акте первичного столкновения. В этом случае их импульс будет функцией импульса возбужденного бариона и импульса, приобретаемого при распаде последнего, поэтому результирующий импульс должен быть больше. Ответить на этот вопрос позволит изучение величины $\langle \Delta p_{||}^2 \rangle^{1/2} / \langle p_\perp^2 \rangle^{1/2}$ в функции массы барионов и энергии первичных частиц.

3. Асимметрия вылета барионов

Полный импульс нуклона в с.ц.м. зависит от доли энергии, которую он отдает на генерацию вторичных частиц. Эта доля определяется числом и спектром последних. Опытные данные о числе вторичных частиц согласуются с расчетами по статистической теории. Аналогично этому согласуются также импульсные спектры вторичных мезонов. Опытный импульсный спектр протонов в с.ц.м. показывает превышение среднего импульса над расчетным значением в пределах 15%, так, например, в $\pi^- - N$ столкновениях при 7 Бэв согласно /6/ $\langle p \rangle$ = (0,89 ± 0,04) Бэв/с, а расчеты в работе /10/ дают $\langle p \rangle$ = 0,75 Бэв/с. Вычисление углового распределения вторичных частиц требует знания матричного элемента $|H_{ik}|^2$ для перехода системы из начального состояния в конечное, однако в статистической теории мы принуждены ограничиться предположением о постоянстве матричного элемента. В работе /11/ показано, что на основе статистической теории Ферми принципиально нельзя получить угловое распределение частиц. Опыты дают сильную анизотропию протонов в с.ц.м. в неупругих $P-p$ и $P-n$ -столкновениях. В работе /6/ для $\pi^- - N$ столкновений при 7 Бэв была доказана резкая асимметрия протонов в с.ц.м. (летящих в заднюю полусферу). Все последующие работы в области

энергии до 17 Бэв подтверждают этот эффект. Для объяснения асимметрии предложено много теоретических схем, которые основываются на предположении о взаимодействии налетающего мезона с одним из виртуальных мезонов нуклона. Однако асимметрия может быть объяснена и на основе излагаемых здесь принципов. Основываясь на согласии данных (6) и (10) для $\langle |p| \rangle$ и постоянстве $\langle p_\perp \rangle$, можно считать, что величина $\langle |p_{||}| \rangle$ не может быть малой. Далее, если бы с равной вероятностью нуклоны имели вектор импульса направленным вперед или назад, то $\langle p_{||} \rangle = 0$, и тогда $\langle \Delta p_{||}^2 \rangle = \langle p_{||}^2 \rangle$. Рассмотрим, к чему это приведет, например, в $\pi^- - N$ столкновениях при 7 Бэв. Используя данные /6/, получим $\langle p_{||} \rangle$ = -0,74 Бэв/с, $\langle p_{||}^2 \rangle^{1/2}$ = 0,88.

Рисунок 2 показывает, что опытная гистограмма $N(p_{||})$, в пределах ошибок, согласуется с Гауссовой кривой, апроксимируемой функцией: $N(p_{||}) = \frac{1}{2,2} \exp\left(-\frac{p_{||}^2}{1,6}\right)$. Следовательно, для продольного импульса можно считать справедливым Гауссово распределение и потому применять формулу (2). Используя величину $\langle \Delta p_{||}^2 \rangle^{1/2}$ в таблице 3, из формулы (2), получим:

$$\langle r_{||}^2 \rangle^{1/2} = 0{,}11 \text{ fm}.$$

Аналогично этому при 18 Бэв получим $\langle r_{||}^2 \rangle^{1/2} \leq 0{,}05$ fm. Эти значения много меньше, чем ранее полученная величина

$$\langle r_\perp^2 \rangle^{1/2} = 0{,}46 \text{ fm}$$

и даже чем

$$\langle r_{||}^2 \rangle^{1/2} = \langle r_\perp^2 \rangle^{1/2} / \gamma_c ,$$

то есть область взаимодействия с учетом лоренцовского сжатия. Это противоречие с релятивизмом и устраняет угловая ассиметрия. Действительно, если вероятность вылета назад (или вперед) больше, то $\langle p_{||} \rangle \neq 0$, поэтому (при $\langle |p_{||}| \rangle = Const$) $\langle \Delta p_{||}^2 \rangle = \langle p_{||}^2 \rangle - \langle p_{||} \rangle^2$ - уменьшается, а $\langle r_{||}^2 \rangle$ - возрастает. Таким образом, угловое распределение нуклонов в неупругих $\pi - N$ -столкновениях может быть объяснено на основе величины среднего импульса нуклона в результате генерации вторичных частиц, $\langle p_\perp^2 \rangle$ и $\langle \Delta p_{||}^2 \rangle$ в соответствии с принципом неопределенности и релятивистским сжатием области взаимодействия в продольном направлении.

Рассмотренный эффект косвенно может объяснить и асимметрию вперед в угловом распределении мезонов в $\pi - N$ - столкновениях. Эта асимметрия в с.ц.м. наиболее выражена при малой множественности вторичных мезонов и, очевидно, необходима для импульсного баланса, так как нуклоны летят назад.

В заключение автор рад поблагодарить Э.Г.Боос, В.А.Никитина и М.И.Широкова за полезные советы.

Литература

1. В.Гейзенберг. Физические принципы квантовой теории, Гостехиздат, М-Л. 1932.
2. М.И.Широков. ЖЭТФ, 42, 173 (1962).
3. D.R.Morrison. The High Energy of Strong interaction up to 30 Gev. CERN/ TC/ Physics 63-1(1963).
4. S.Matsumoto. Jomal of the Phys. Soc. of Japan. 18, 1 (1963).
5. В.И.Бунимович. Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах. Сов.радио, 1951.
6. В.А.Беляков и др. ЖЭТФ, 39, 937 (1960).

6а. C.Grote et al.Nuclear Physics, 34, 648 (1962).

6б. М.Сук. Частное сообщение.

7. D.R.Morrison.1962 Intern. Conf. on H.-E. Phys. CERN, p.606.
8. В.Ф.Вишневский и др. Препринт ОИЯИ Р-1297, Дубна, 1963.
9. L.Bondar et al. $\pi^- - p$ Interaction at 4,0 Gev/c. Nuovo Cimento (в печати).
10. В.С.Барашенков и др. ЖЭТФ, 42, 217 (1962).
11. R.Hagedorn. Nuovo Cim. 15, 434 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 ноября 1963 г.

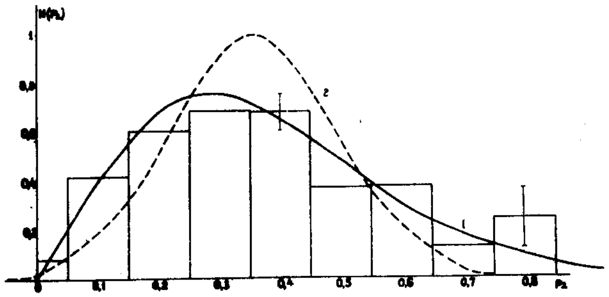

Рис. 1. Распределение протонов с в с.ц.м. в функции поперечного импульса для неупругих $\pi^- - N$ - взаимодействий при 7 Бэв/с.
Кривая 1 - 2-мерное максвелловское распределение: $N(P_\perp) = \frac{2}{\langle P_\perp^2 \rangle} P_\perp \exp(P_\perp^2/\langle P_\perp^2 \rangle)$
Кривая 2 - распределение Гаусса.

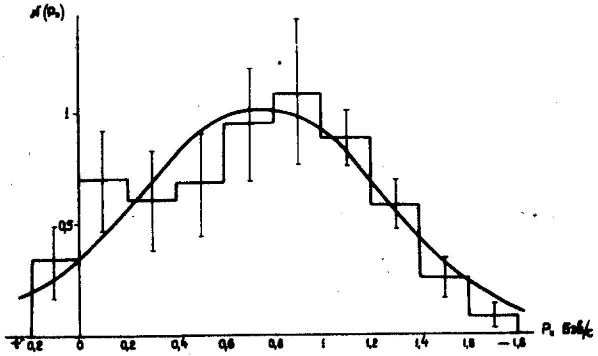

Рис. 2. Распределение протонов в с.ц.м. в функции продольного импульса для неупругих $\pi^- - N$ - взаимодействий при 7 Бэв/с.
Кривая - гауссово распределение.