

К-65



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Г.И. Копылов, М.И. Подгорецкий

Р- 1460

ЕЩЕ ОБ ИДЕОГРАММЕ

Дубна 1983

Г.И. Копылов, М.И. Подгоренский

P-1460

21744/3 48

ЕЩЕ ОБ ИДЕОГРАММЕ

Объединенный институт
исторических исследований
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1983

В работе ^{1/} приведены соображения, позволяющие дать качественную оценку точности, с которой фиксировано положение максимума идеограммы. Цель настоящей работы - количественное рассмотрение этого вопроса, проведенное путем моделирования. Для конкретности предполагается, что распределение $\phi(x)$ исследуемой величины x описывается δ -функцией $\delta(x)$. В этом случае результаты измерений определяются одной только аппаратурной кривой

$$u(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta^2}} e^{-\zeta^2/2\Delta^2}, \quad /1/$$

а предельная нормированная идеограмма с шагом 2Δ имеет вид

$$I(x) = \int_{x-\Delta}^{x+\Delta} u(\zeta) d\zeta \quad /2/$$

Ее максимум находится, очевидно, при $x=0$. Нас интересует идеограмма, получающаяся в результате N измерений величины x . В последующих вычислениях число измерений N полагалось равным 50, 100, 200, 500, 1000 и 5000.

При моделировании электронная счетная машина разыгрывала N случайных значений величины ζ по закону /1/ в интервале $[-a, a]$, где $a = 1,5\Delta$. Для каждого значения последовательности /их 101/

$\left\{ \frac{a_n}{\Delta} \right\} = 0; \pm 0,01; \pm 0,02; \dots; \pm 0,49; \pm 0,50$

вычислялось $f^*(a_n)$ - количество значений ζ , попавших в интервал

$(a_n - \Delta, a_n + \Delta)$. Таким образом находилось 101 сечение модельной идеограммы вертикалями $x = a_n$. Из чисел $f^*(a_n)$ отыскивалось наибольшее f^*_{max} и запоминалось соответствующее ему значение $|a_n|$. Если оказывалось несколько одинаковых f^*_{max} , то их абсциссы считались равновероятными, и из них выбиралась одна по закону случая. Описанная процедура повторялась 100 раз, и из 100 полученных идеограмм определялось среднее значение абсциссы максимума идеограммы и ее дисперсия.

Оказалось, что положение максимума с хорошей статистической обеспеченностью ложится на кривую

$$\bar{x} = a\Delta/N^y \quad /3/$$

с $a = 0,9 \pm 0,1$ и $y = 0,95 \pm 0,02$. Значение y совпадает с величиной $\alpha = \frac{1}{3}$, полученной в работе ^{1/}. Коэффициент a в работе ^{1/} не вычислялся.

В таблице 1 приведены полученные моделированием значения \bar{x} и корня из дисперсии $\sqrt{(\Delta\bar{x})^2}$.

При моделировании мы для удобства вычислений рассматривали конечный интервал $(-a, a)$ изменения ζ . В реальных экспериментах это ограничение отсутствует. Можно показать /см. формулу /30/ работы ^{1/}/, что при $a > \Delta$ это

обстоятельство приводит к некоторому изменению величины a , а именно

$$a = a_{\infty} \left\{ \left[2\Phi(a) \right]^{-\frac{1}{2}} \right\}, \quad /4/$$

где a_{∞} относится к случаю $a \rightarrow \infty$, а $\Phi(a)$ — функция Гаусса. Из /4/ следует, что для наших вычислений отклонение a от a_{∞} равно $\approx 5\%$.

Как изменится величина a , когда исходная кривая не выражается δ -функцией, а имеет некоторую конечную ширину? Для качественной ориентировки предположим, что $\phi(x)$ имеет вид

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D^2}} e^{-x^2/2D^2} \quad /5/$$

Можно показать, снова опираясь на формулу /30'/ из /1/, что a монотонно растет с ростом D по закону

$$a(D) = a(D=0) \cdot (1+y^2)^{3/6} e^{-y^2/6(1+y^2)}, \quad /6/$$

где $y = D/\Delta$; $a(D=0) = a_{\infty}$. Это значит, что при равном шаге идеограмм флуктуации положения максимума у любого симметричного распределения всегда больше, чем у δ -функции / см. рис. 1/.

Аналогично может быть вычислена величина флуктуаций положения максимума идеограмм для негауссовых распределений, в частности, для важного случая брейт-вигнеровского распределения. Однако на практике, например, при поиске резонансов по распределению эффективных масс, следует учитывать и статистический фон / т.н. "подложку" резонанса/ и неравноточность измерений. Ввиду обилия параметров гораздо удобнее прямо моделировать идеограмму распределения по эффективной массе с учетом всех названных факторов, несколько усложняя процедуру, описанную выше.

Остается еще вопрос о психологической оценке надёжности максимума. Возможно, что чересчур узкий максимум покажется экспериментатору случайным выбором, и он окажет предпочтение более "массивному", хотя и не такому высокому максимуму, принимая его за истинный. Мы не смогли алгоритмизировать для машины соответствующие интуитивные критерии. Взамен этого в статье приведены несколько машинных идеограмм / точнее — их сечений вертикалями через $0,04\Delta$ /, и читателю предоставляется решить самому, можно ли принять имеющиеся на них максимумы за истинные /рис. 2/. Мы благодарны Л.А. Кулюкиной за программирование расчетов.

Л и т е р а т у р а

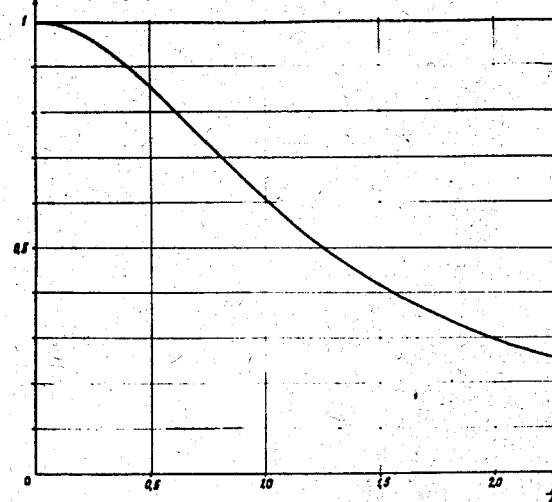
1. М.И. Подгорецкий. Препринт ОИЯИ, Р-1348, Дубна 1983 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 ноября 1983 г.

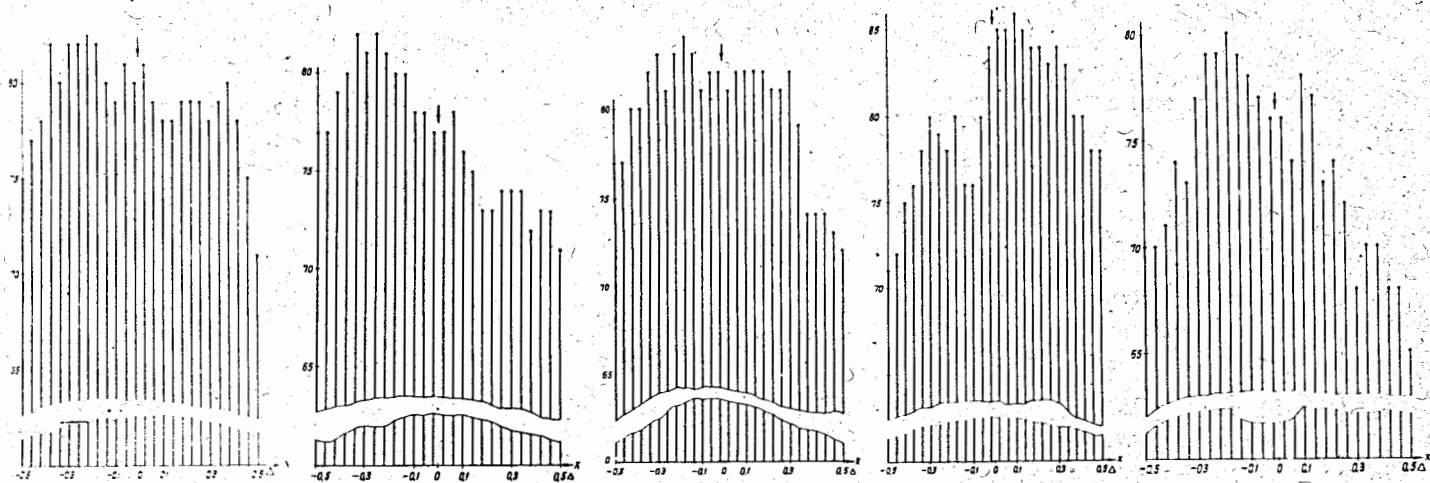
Таблица 1

N	\bar{x}/Δ	$\sqrt{(\Delta x)^2/\Delta}$
50	0,226	0,127
100	0,171	0,110
200	0,137	0,088
500	0,110	0,083
1000	0,080	0,059
5000	0,042	0,035

$$(1+y)^{-3/6} \exp \left[+ \frac{y^2}{6(1+y^2)} \right]$$



Р и с. 1.



Р и с. 2. Сечения типичных идеограмм распределения /1/ через $0,04 \Delta$ в интервале $[-0,5 \Delta : 0,5 \Delta]$ /. Стрелкой отмечен максимум распределения /1/.