

4

K-65



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР

Г.И. Копылов, И.В. Полубаринов, Г.Л. Семашко

P - 1403

ОЦЕНКА СЕЧЕНИЯ ФОТОРОЖДЕНИЯ ПАР
ВЕКТОРНЫХ БОЗОНОВ

ж.э.т.ф., 1964, т.46, в.4, с. 1320-1330.

Дубна 1963

Г.И. Копылов, И.В. Полубаринов, Г.Л. Семашко

P - 1403

2111/138

ОЦЕНКА СЕЧЕНИЯ ФОТОРОЖДЕНИЯ ПАР
ВЕКТОРНЫХ БОЗОНОВ

Направлено в ЖЭТФ.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1963

1. Введение

Для проверки гипотезы о промежуточном векторном бозоне ^{1/} в слабых взаимодействиях в последнее время предлагаются различные эксперименты ^{2-10/}. Понтекорво и Рындин ^{2/} предлагали нейтринный способ генерации векторных бозонов в реакции $\nu + Z \rightarrow \nu + \mu(e) + Z$. Сечение этой реакции ^{2,4,7/} оценено в $10^{-35} - 10^{-37} \text{ см}^2$. Будини и Фурлан ^{6/} оценили обратный процесс генерации отрицательных бозонов электронами $e + Z \rightarrow \nu + \nu + Z$. Сечение этого процесса по порядку величины близко к сечению нейтринной генерации. Балдин и Нгуен Ван-хьеу ^{8/} оценили вклад полюсных диаграмм в фоторождение одиночных векторных бозонов. Бассетти ^{9/} оценил сечение фоторождения нейтральных векторных бозонов на протоне. Аннигиляция барьонов в пары векторных бозонов была оценена в ^{10/}.

Марков ^{3/} и Бладмен и Юнг ^{5/} предложили искать пары векторных бозонов в чисто электромагнитном процессе фоторождения. При малых энергиях этот процесс сильно подавляется фактором ядра вследствие очень большой передачи импульса при рождении пары. Однако сечение быстро растет с энергией.

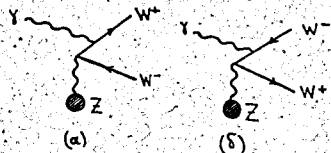
В настоящей работе вычисляется сечение фоторождения пар векторных бозонов с магнитным моментом $\gamma = 1$ /лагранжиан $L(x) = -ie\psi \beta_{\mu} \phi (A_{\mu} + A_{\mu}^e)$ /. За неимением лучшего расчет проводится в борновском приближении. В ультрарелятивистском пределе сечение рождения на ядрах вычислялось Кристи и Кусака еще в 1941 г., а недавно Лягиным и Цукерманом и др. ^{11/}. Рождение пар на протоне не рассчитывалось вообще.

Аналитический метод расчета сечения рождения пар является громоздким /даже в случае спина 1/2/. В связи с этим был развит общий метод численного расчета сечений на электронно-вычислительной машине прямо по диаграммам Фейнмана ^{12/}. Здесь он применяется к рассматриваемому процессу фоторождения пар векторных бозонов.

2. Исходные формулы

Сечение фоторождения пар векторных бозонов на ядрах /рис. 1/ в низшем порядке по α выражается формулой:

$$d\sigma = \frac{Z^2 \alpha^3 d\vec{p}_+ d\vec{p}_- E^2 (|\vec{q} - \vec{p}_+ - \vec{p}_-| a)}{8 \pi^2 q_0 p_0^+ p_0^- |\vec{q} - \vec{p}_+ - \vec{p}_-|^4} \delta(q_0 - p_0^+ - p_0^-) \sum_{s_+, s_-, \sigma} |\mathcal{M}(s_+, s_-, \sigma)|^2 \quad /1/$$



Р и с. 1.

где $\mathbb{M}(s_+, s_-, \sigma) = a_\mu(\vec{q}, \sigma) \times$

$$\times \bar{w}^{(+)}(\vec{p}_+, s_+) \{ \beta_\mu [i\beta(p_+ - q) + m]^{-1} \beta_\nu + \beta_\nu [i\beta(-p_- + q) + m]^{-1} \beta_\mu \} w^{(-)}(-\vec{p}_-, s_-). \quad /2/$$

В этих формулах q , p_+ и p_- — импульсы фотона, положительного и отрицательного векторных бозонов, $a_\mu(\vec{q}, \sigma)$ — вектор поляризации фотона со спиновым состоянием σ , $w^{(+)}(\vec{p}_+, s_+)$ и $w^{(-)}(-\vec{p}_-, s_-)$ — волновые функции рождающихся положительного и отрицательного бозонов со спиновыми состояниями s_+ и s_- соответственно, F — формфактор ядра, зависящий от произведения передачи импульса на средний квадратичный радиус a ядра. Выражения для F , соответствующие различным распределениям заряда, приведены Хофштадтером в работе /13/. При вычислениях мы будем использовать формфакторы:

1/ $F^2 = 1$ /чисто кулоновское ядро/,

2/ $F^2(|\vec{q} - \vec{p}_+ - \vec{p}_-| a) = [1 + \frac{1}{6} |\vec{q} - \vec{p}_+ - \vec{p}_-|^2 a^2]^{-2}$ /модель "Юкава 2" в /13/./

Нерелятивистский предел. Борновское приближение неприменимо в нерелятивистском пределе. Однако можно надеяться, что такая формула может иметь ориентировочное оценочное значение. Точная теория до сих пор не развита вследствие больших математических, а в случае точечного ядра и принципиальных трудностей /14,15/. Оставляя в $\mathbb{M}(s_+, s_-, \sigma)$ только члены нулевой степени по \vec{p}_+ и \vec{p}_- , получаем /см. приложение/:

$$\sum_{s_+, s_-, \sigma} |\mathbb{M}(s_+, s_-, \sigma)|^2 = 16. \quad /3/$$

Допуская соответствующие пренебрежения в остальных множителях, приходим к формуле

$$d\sigma = \frac{Z^2 a^3 d\vec{p}_+ d\vec{p}_-}{(4\pi)^2 m^2} F^2(2ma) \delta(q_0 - p_{+0} - p_{-0}), \quad /4/$$

x/ Нормированные согласно $\bar{w}^{(+)}(\vec{p}, s) w^{(+)}(\vec{p}, s) = 2p_+$ (Знаки здесь согласованы.

$$p = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}, \quad \bar{w} = w^* \eta, \quad \eta = 2\beta_4 - 1.$$

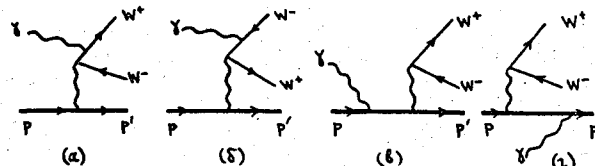
$$\sigma = \frac{\pi Z^2 a^3 F^2(2ma)}{4m^2} \frac{(q_0 - 2m)^2}{m^2}. \quad /5/$$

Изотропность сечения и только квадратичное убывание с уменьшением энергии отличают этот процесс от процесса фоторождения пар со спином 1/2. Для сравнения приведем известные формулы для сечения последнего процесса в том же приближении:

$$d\sigma = \frac{Z^2 a^3 d\vec{p}_+ d\vec{p}_-}{(8\pi)^2 m^2} \frac{[\vec{p}_+ \times \vec{q}]^2 + [\vec{p}_- \times \vec{q}]^2}{q^2} F^2(2ma) \delta(q_0 - p_{+0} - p_{-0}), \quad /6/$$

$$\sigma = \frac{\pi Z^2 a^3 F^2(2ma)}{12m^2} \frac{(q_0 - 2m)^2}{m^2}. \quad /7/$$

Фоторождение пар векторных бозонов на протонах изображается четырьмя диаграммами рис. 2, так что исходное выражение для сечения имеет вид:



Р и с. 2.

$$d\sigma = \frac{a^3 d\vec{p}'_+ d\vec{p}'_- d\vec{p}_-}{(8\pi)^2 q_0 p'_0 p'_0 p'_0 p_0 v_0} \delta^4(p' + p'_+ + p'_- - p - q) \sum_{\sigma, s_+, s'_+, s_-, s'_-} |\mathbb{M}|^2, \quad /8/$$

где

$$\mathbb{M} = a_\mu(\vec{q}, \sigma) \times$$

$$\times \bar{u}(\vec{p}', s') \{ \gamma_\mu [i\gamma(p' - q) + m_p]^{-1} \gamma_\nu + \gamma_\nu [i\gamma(p + q) + m_p]^{-1} \gamma_\mu \} u(\vec{p}, s) \frac{\bar{w}^{(+)}(\vec{p}_+, s_+) \beta_\nu w^{(-)}(-\vec{p}_-, s_-)}{(p_+ + p_-)^2}$$

$$+ \frac{\bar{u}(\vec{p}', s') \gamma_\mu u(\vec{p}, s)}{(p' - p)^2} \bar{w}^{(-)}(\vec{p}_+, s_+) \{ \beta_\mu [i\beta(p_+ - q) + m]^{-1} \beta_\nu + \beta_\nu [i\beta(-p_- + q) + m]^{-1} \beta_\mu \} w^{(+)}(-\vec{p}_-, s_-).$$

В этих формулах $u(\vec{p}, s)$ и $\bar{u}(\vec{p}', s')$ — волновые функции начального и конечного протона в состоянии с импульсами и спинами \vec{p}, s и \vec{p}', s' соответственно /нормировка $\bar{u} u = 2p_0$, m_p — масса протона, v_0 — относительная скорость системы фотон-протон. Остальные обозначения те же, что и в формулах /1/ и /2/.

Расчет производился без учета магнитного момента протона и формфакторов непосредственно по формулам /8/ и /9/. В области малых энергий квадрат хофштадтеровского формфактора протона $F_p^2 = 0,1$. Поэтому можно ожидать, что в области низких энергий наше сечение будет выше истинного на порядок.

Нерелятивистский предел. Если оставить в \mathbb{M} лишь нулевые степени \vec{p}_+ и \vec{p}_- , то легко вычислить сумму по спиновым состояниям^{x/}:

$$\sum_{\substack{\sigma, \sigma', \sigma'' \\ s_+, s_-}} |\mathbb{M}|^2 = \frac{2(m_p + 2m)}{m^2 m_p} \left\{ 1 - 20 \left(1 - \frac{m}{m_p + 2m} \right) + \right. \\ \left. + \left[1 + 4 \left(1 + \frac{m_p}{m} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{m}{m_p + 2m} \right)^2 \right\} \equiv \Sigma \quad /10/$$

После этого интегрирование по импульсам дает для сечения фоторождения векторных пар на протонах следующее предельное выражение:

$$\sigma = \frac{\pi \alpha^3 \sqrt{m_p} r_s^2 \Sigma}{32 (m_p + m) (m_p + 2m)^{3/2}}$$

$$r_s = M - m_p - 2m \approx \begin{cases} m_p (m_p + 2m)^2 [q_0 - 2m (1 + \frac{m}{m_p})] & \text{в ЛС} \\ \frac{(m_p + 2m)^2 [q_0 - 2m (1 - \frac{m}{m_p + 2m})]}{m^2 + 2m m_p + 2m^2} & \text{в СЦМ} \end{cases} \quad \left. \vphantom{r_s} \right\} \text{вблизи порога} \quad /11/$$

$$M^2 = -(p + q)^2$$

3. Метод расчета и результаты

Идея предложенного нами /12/ численного метода^{xx/} расчета фейнмановских диаграмм вкратце такова: в отсутствие интегрирований по внутренним линиям диаграмм численное задание начальных и конечных состояний сводит вычисление амплитуды лишь к перемножению числовых матриц, которое может быть выполнено на счетной машине. Сечение /дифференциальное $d\sigma$ и полное $\sigma = \int d\sigma$ / тогда получается как среднее взвешенное от квадратов модулей амплитуд. Усреднение ведется по всей совокупности физических состояний:

$$\sigma = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_1^N \sigma^{(n)}; \quad \sigma^{(n)} = \mathbb{W}(\vec{p}^{(n)}) |\mathbb{M}(\vec{p}^{(n)})|^2$$

Если состояния описываются малым числом переменных /размерность вектора \vec{p} 2-3/, их можно задавать по обычным правилам вычисления квадратур. В мало-мальски сложных задачах, однако, фазовое пространство состояний - много-

^{x/} Эти вычисления проводятся по способу, наменченному в приложениях.

^{xx/} По-видимому, сходный метод применялся также Ли, Янгом и Маркштейном^{/7/}.

мерное, и компоненты векторов \vec{p} - импульсы и проекции спинов частиц - приходится выбирать по закону случая /метод Монте-Карло/. В зависимости от выбора фазового пространства меняется весовой фактор \mathbb{W} /добавляется якобиан перехода к новому пространству/, и искусство расчета состоит в таком выборе представления \vec{p} , чтобы \mathbb{W} следовало изменениям $|\mathbb{M}|^2$.

При расчетах предлагаемым методом нет нужды в вычислении шпуров и других выкладках с выражением для амплитуды, сильно облегчается расчет процессов, изображаемых суммой многих диаграмм или требующих учета формфакторов, или завершающихся распадами рожденных частиц.

Перейдем к нашей конкретной задаче фоторождения пар на протоне $\gamma + p \rightarrow p' + w + \bar{w}$ /рис. 2/. Состояние системы определяется заданием: 1/ спиновых состояний всех пяти частиц, 2/ импульса $p = |\vec{p}_+|$ и направления $\lambda_+ = \cos \theta_+$, ϕ_+ бозона в системе покоя двух бозонов $w \bar{w}$; этим самым определяется эффективная масса системы $w \bar{w}$, а значит, и импульс вторичного протона p' ; 3/ направления $\lambda' = \cos \theta'$, ϕ' вторичного протона в системе центра масс. Углы θ' отсчитываются от оси взаимодействия - направления фотона, углы θ_+ - от направления системы $w \bar{w}$; выбор плоскостей, от которых отсчитываются ϕ' и ϕ_+ , безразличен.

Это представление состояний системы удобно тем, что пределы изменения каждой из названных величин не зависят от значений, принимаемых другими величинами. Поэтому все 10 величин можно было бы считать равномерно распределенными случайными числами. Однако при высоких энергиях фотона q_0 это представление не годится. Оно не учитывает наличия у амплитуды полюса в точке $(p - p')^2 = 0$, близкой к физической области изменения переменных. Вклад в сечение состояний с малой передачей импульсов возрастает еще более, если учесть наличие у мишени формфактора /например, $[1 + \frac{1}{6} (p - p')^2 a^2]^{-2}$ x/.

Для ускорения сходимости средних по состояниям к сечению надо состояния, близкие к полюсу, брать чаще других состояний, т.е. перейти к такому фазовому пространству состояний p_1, \dots, p_s , чтобы в нем было сивелировано выражение

$$I = \frac{d\vec{p}'_+ d\vec{p}'_- d\vec{p}_-}{p'_+ p'_- p_-} \frac{1}{(p - p')^4} \frac{1}{[1 + \frac{1}{6} (p - p')^2 a^2]^2} \delta^4(p' + q + p_- - p - q) \quad /12/$$

Предполагается, что /12/ есть выражение, ответственное за основную часть вариаций амплитуды внутри пространства состояний.

^{x/} Практически этот формфактор использовался только при расчете рождения пар на ядрах. Для рождения пар на протонах формфакторы вошли бы более сложным путем, но в нашем расчете они не учитываются.

Способ поиска нивелирующих представлений очевиден /решаются уравнения $\frac{dx}{f(x)} = d\rho$, см. /16/, и мы приведем только результат выкладок. Обозначим

$$\rho_0 = \frac{M^2 + m^2}{2M}; \quad |\vec{p}| = \frac{M^2 - m^2}{2M}; \quad (\rho_+)_{max} = [\frac{1}{4}(M - m)^2 - m^2]^{1/2}; \quad M^2 = (\rho + q)^2 / 13/$$

$$M_{\vec{w}}^2 = 4(\rho_+^2 + m^2); \quad \rho'_0 = \frac{M^2 + m^2 - M_{\vec{w}}^2}{2M}; \quad |\vec{p}'| = (\rho_0'^2 - m^2)^{1/2}; \quad /14/$$

$$A = -m^2 + \rho_0 \rho'_0; \quad B = -|\vec{p}| |\vec{p}'|; \quad C = 1 + \frac{1}{3} A a^2; \quad D = \frac{1}{3} B a^2; \quad /15/$$

$$\beta = \frac{B(1+\lambda)}{(A+B)(C-D\lambda)}; \quad /16/$$

$$F(\lambda) = \frac{\beta B(1+\beta D(1+\lambda))}{(C+D)(A-B\lambda)} + 2D[\ln(1-\beta) + \beta + \frac{1}{2}\beta^2]; \quad /17/$$

$$\Psi(\rho_+) = \rho_+^2 |\vec{p}'| F(1) / 2M_{\vec{w}} B^2; \quad /18/$$

$$\bar{\Psi}(\rho_+) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Psi(\rho_+) \phi_{\lambda} \quad /19/$$

Тогда от представления $\rho_1, \dots, \rho_s (0 \leq \rho_i \leq 1)$ к представлению $\vec{p}', \vec{p}_+, \vec{p}_-$ можно перейти по следующим правилам:

$$\rho_+ \text{ есть корень уравнения } \bar{\Psi}(\rho_+) = \rho_+ \bar{\Psi}(\rho_{+max}); \quad /20/$$

$$\lambda' \text{ есть корень уравнения } F(\lambda') = \rho_+ F(1); \quad /21/$$

$$\phi' = 2\pi \rho_3; \quad \lambda_+ = -1 + 2\rho_4; \quad \phi_+ = 2\pi \rho_5. \quad /22/$$

Далее, все $2^3 \cdot 3^2 = 72$ спиновых состояний σ, s, s', s_4, s_5 пяти участвующих в превращении частиц можно считать равновероятными и выбирать одно из них по паданию случайного числа ρ_k в один из 72 интервалов $(\frac{k-1}{72}, \frac{k}{72}) (1 \leq k \leq 72)$.

В представлении ρ_1, \dots, ρ_6 искомое сечение выражается формулой

$$\sigma = \int_0^1 \dots \int_0^1 d\rho_6^6 W(\vec{\rho}) |\mathbb{M}(\vec{\rho})|^2, \quad /24/$$

$$W(\vec{\rho}) = \frac{72}{4 \cdot 137^3 \rho_0 \rho_0 \rho_0 M} \bar{\Psi}(\rho_{+max}) (\rho - \rho')^4, \quad /25/$$

а $\mathbb{M}(\rho)$ вычисляется по формуле /8/ или /26-32/. Расчет производится следующим образом. Для заданного значения q_0 табулировался сначала интеграл /19/. Затем для каждого очередного /n-го/ набора ρ_1, \dots, ρ_6 решались уравнения /20/ и /21/, вычислялись по /22/ ϕ', λ_+, ϕ_+ и затем по очевидным кинематическим формулам определялись декартовы компоненты импульсов $\vec{p}', \vec{p}_+, \vec{p}_-$. Теперь можно было вычислить весовой фактор $W(\vec{\rho})$ /25/, компоненты функций распространения и компоненты волновых функций $\bar{w}^{(+)}$ и $w^{(-)}$, \bar{u} и u для данного набора спиновых индексов. 10-рядные матрицы Даффина-Кеммера брались в виде /см. также приложение/:

$$\beta_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & s_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_1 \\ s_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_1 & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad \beta_4 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ I & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad /26/$$

где "крест" является одномерным, в частности

$$u_1 = \begin{vmatrix} -i \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad u_2 = \begin{vmatrix} 0 \\ -i \\ 0 \end{vmatrix}; \quad u_3 = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ -i \end{vmatrix}. \quad /27/$$

Знак + при u_i во "второй" строке β_1 означает эрмитовское сопряжение. Остальные матричные элементы суть матрицы 3 x 3, а именно:

$$s_1 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{vmatrix}; \quad s_2 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & i \\ 0 & 0 & 0 \\ -i & 0 & 0 \end{vmatrix}; \quad s_3 = \begin{vmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad /28/$$

/известные спиновые матрицы для спина 1/. В этом представлении функция распространения бозона записывается так:

$$[i\beta\rho + m]^{-1} = \frac{(-i\beta\rho + m)(-i\beta\rho)}{(p^2 + m^2)m} + \frac{1}{m} = \frac{1}{(p^2 + m^2)m} \times$$

$$\times \begin{vmatrix} -(s\vec{p})^2 + \vec{p}^2 + m^2 & -p_4 \vec{u} \vec{p} & -im\vec{s}\vec{p} & -imp_4 \\ -p_4 \vec{u} \vec{p} & p_4^2 + m^2 & 0 & -im\vec{u} \vec{p} \\ -im\vec{s}\vec{p} & 0 & -(s\vec{p})^2 + p_4^2 + m^2 & -p_4 \vec{s}\vec{p} \\ -imp_4 & -im\vec{u} \vec{p} & -p_4 \vec{s}\vec{p} & (s\vec{p})^2 + m^2 \end{vmatrix} \quad /29/$$

Каждый одномерный столбец /или строка/ этого обратного оператора, будучи умножен на $p^2 + m^2$, после приравнивания $p_0 = \pm \sqrt{p^2 + m^2}$ будет ненормированным положительно-или отрицательно-частотным решением $\vec{w}^{(\pm)}(\vec{p}, s)$ /или $\vec{w}^{(\pm)}(\vec{p}, s)$ /.

В качестве ортогональной системы решений \vec{w} мы брали 1-й и 10-й столбцы и столбец, им ортогональный. Аналогично мы поступали при выборе \vec{w} . Волновые функции и пропагаторы фермиона вычислялись по обычным формулам /см. /17/ /.

Зная явный вид всех встречающихся в /В/ матриц, столбцов и строк, счетная машина вычисляла прямым перемножением четыре набора чисел $\Gamma_\nu, K_\nu, L_\nu, H_\nu, T_\nu, S_\nu$ ($\nu = 1, 2, 3, 4$);

$$\Gamma_\nu = \gamma_\mu [i\nu(p' - q) + m_p]^{-1} \gamma_\nu + \gamma_\mu [i\nu(p + q) + m_p]^{-1} \gamma_\mu; \quad /30/$$

$$K_\nu = \bar{u}(\vec{p}', s') \Gamma_\nu u(\vec{p}, s); \quad L_\nu = \bar{u}(\vec{p}', s') \gamma_\nu u(\vec{p}, s); \quad x/ \quad /31/$$

$$H_\nu = \beta_\mu [i\nu(p_+ - q) + m]^{-1} \beta_\nu + \beta_\mu [i\nu(-p_- + q) + m]^{-1} \beta_\mu; \quad /32/$$

$$T_\nu = \bar{w}^{(+)}(\vec{p}_+, s_+) H_\nu w^{(-)}(-\vec{p}_-, s_-); \quad S_\nu = \bar{w}^{(+)}(\vec{p}_+, s_+) \beta_\nu w^{(-)}(-\vec{p}_-, s_-). \quad /33/$$

И наконец, с учетом того, что при нашем выборе осей $a_\mu(\vec{q}, \sigma) = \delta_{\mu\sigma}$ вычислялось

$$\mathbb{M}(\vec{p}) = \sum_{\nu=1}^4 \left[\frac{K_\nu S_\nu}{(p_+ + p_-)^2} + \frac{L_\nu T_\nu}{(p - p')^2} \right], \quad /34/$$

а затем вес состояния $\sigma^{(n)} = \mathbb{M}(\vec{p}^{(n)}) | \mathbb{M}(\vec{p}^{(n)}) |^2$. Такая процедура повторялась для каждого значения q_0 . $N = 500$ раз, иногда N повышалось до 1000, иногда падало до 250 в зависимости от степени разброса весов состояний $\sigma^{(n)}$. Получение 1000 "случайных звезд" требовало 30 мин. Среднее $\sigma^{(n)}$ приближало сечение.

Наряду со средним весом машина вычисляла средний угол вылета и импульс бозонов и протонов и погрешность расчета сечения.

Для расчета рождения бозона на ядрах мы пользовались этой же программой, полагая лишь $m_p = 50$ Бэв, вводя в формфактор эффективный радиус ядра a . /при расчете рождения на протоне мы полагали $a = 0/$ и умножая сечение на Z^2 . Ясно, что при $q_0 \ll 50$ Бэв это приближение вполне законно. Та же программа с $m_p = 50$ Бэв и $a = 0$ давала сечение рождения пар бозонов на кулоновском центре.

$x/ u(\vec{p}, s)$ есть волновая функция протона-мишени, т.е. в зависимости от величины s столбец /1,0,0,0/ или /0,1,0,0/, помноженный на $\sqrt{2m_p}$.

Выбор представления /20/ - /22/ оказался неудобным для больших значений q_0/m : с увеличением q_0 погрешность в определении σ возрастала, достигая 20% и выше при $q_0/m = 50-100$. По-видимому, кроме полюса при $(p - p')^2 = 0$, при высоких энергиях значительный вклад в процесс фоторождения пар бозонов дают и другие состояния, не учитываемые нашим выбором переменных.

Не зная величины массы промежуточного заряженного бозона, мы рассчитали сечение процесса $\gamma p \rightarrow p' w$ в интервале от порога $q_0 = 2m + \frac{2m^2}{m_p}$ до ≈ 100 Бэв, полагая $m = \frac{1}{2}m_p, \frac{1}{4}m_p, m_p, \frac{3}{2}m_p$ и $2m_p$. Зависимость сечения от энергии показана на рис. 3. Здесь же нанесены кривые, вычисленные по "эмпирической" формуле с одним параметром

$$\sigma = \sigma_{\text{нерел.}} \left(1 + \kappa \frac{q_0}{m} \right), \quad /35/$$

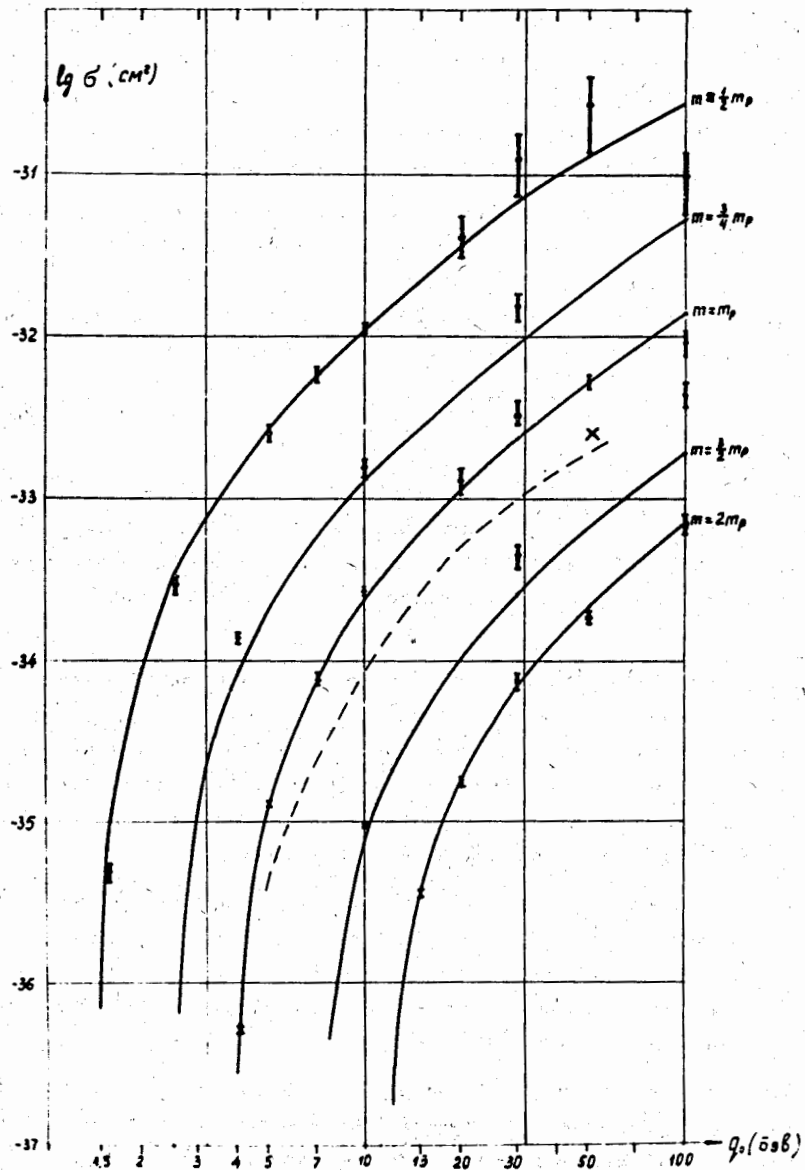
в которой $\sigma_{\text{нерел.}}$ и κ вычисляются по /11/. Совокупность вычисленных точек лучше всего ложится на семейство кривых /35/ при $\kappa = 0,110 \pm 0,025$, причем $\chi^2 = 119$. Формулу /35/ мы предлагаем для оценок зависимости сечения от энергии фотона и массы векторного бозона в интервале энергий фотона до 100 Бэв.

На рис. 3 показана также вероятность рождения векторных бозонов в заднюю полусферу при $m = m_p$. Для его расчета пришлось перейти к другому представлению, в котором состояния, близкие к полюсу $(p - p')^2 = 0$, ничем не выделялись по сравнению с прочими состояниями. Кривая эта имеет приблизительный характер /точность здесь была невысока/, позволяя лишь грубо оценить ожидаемый выход бозонов в условиях наиболее близких к экспериментальным.

На рис. 4 показан ход сечения рождения бозонов на ядрах свинца / $Z = 82$; $a = 5,42$ ферми / и на кулоновском центре / $Z = 1$; $a = 0$ /, а также нерелятивистские и ультрарелятивистские /формула Кристи-Кусака/ приближения к сечению. Отметим, что наш расчет дает ход сечения как раз в той области, где известные приближенные формулы "не работают".

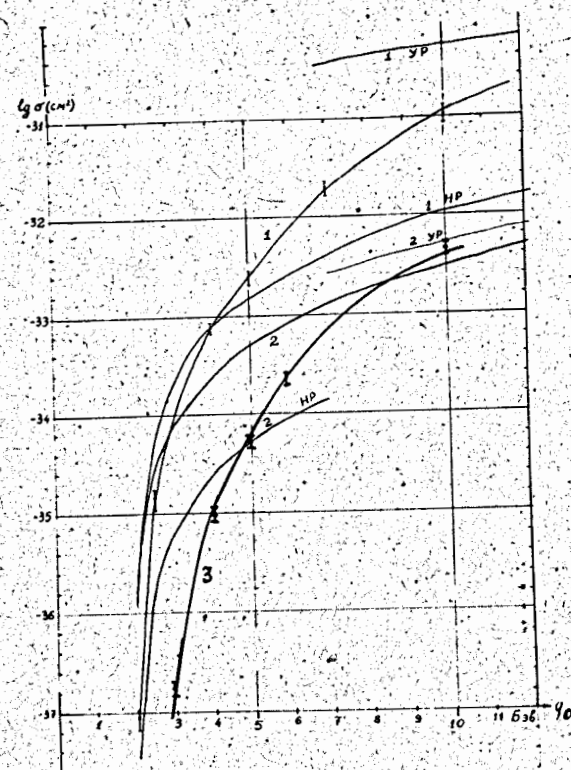
Угловое распределение бозонов сильно вытянуто вперед. Так, в реакции $\gamma \rightarrow w$ на свинце ($m = m_p$) средний угол вылета бозонов меняется от 45° при $q_0 = 4$ Бэв до 12° при $q_0 = 10$ Бэв; в реакции $\gamma p \rightarrow p' w$ падает /для $m = \frac{1}{2}m_p$ / от 18° при 4 Бэв до 9° при 30 Бэв; для $m = \frac{3}{2}m_p$ от 9° при 10 Бэв до 5° при 50 Бэв.

$x/$ Высокое значение χ^2 связано с неверной оценкой погрешностей расчета /метод Монте-Карло при расчете интегралов от сильно варьирующих функций оценивает погрешности в интегралах гораздо хуже, чем сами интегралы/.



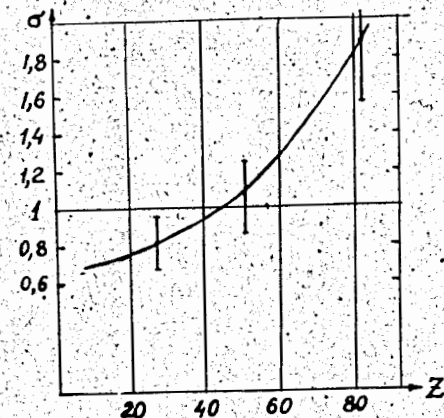
Р и с. 3.

Ход сечения процесса $\gamma p \rightarrow p \pi^0$ с ростом энергии фотона q_0 . Отмечены расчетные точки с их погрешностями. Кривые рассчитаны по формуле /35/ с параметром $\kappa = 0,110$. Кривая x - сечение рождения π^0 в заднюю полусферу при $m = m_p$.



Р и с. 4.

Сечение процесса $\gamma + \pi^0$ на ядре Pb /кривая 1/ и на кулоновском центре /кривая 2/ при $m = m_p$. 1 ур и 2 ур - расчет по формуле Кристи и Кусака, 1 нр и 2 нр - по формуле /57/. Кривая 3 - сечение $\gamma + \pi^0$ на Pb при $m = 1,3 m_p$.



Р и с. 5.

Зависимость сечения процесса $\gamma + \pi^0$ от атомного номера Z ядра при $m = m_p$ и $q_0 = 7$ Бэв. По оси ординат отложено сечение в единицах 10^{-32} см².

Средняя энергия рождающихся бозонов чуть меньше /на 5 - 10% / половины энергии первичного фотона, потому что энергия протона мала и растет очень медленно.

$$p = m \left(1,4 + 0,2 \frac{q_0 - \bar{q}_0}{\bar{q}_0} \right); \quad (q_0 < 3 \bar{q}_0)$$

На рис. 5 показана для $q_0 = 7$ Бэв и $m = m_p$ зависимость сечения от атомного номера.

В заключение мы хотим поблагодарить проф. М.А. Маркова за постановку задачи и интерес к работе, Ом. Сан Ха за большую помощь в расчете задачи. Мы благодарны также Б.Н. Валуеву, В.И. Огиевскому, М.И. Широкову за полезные обсуждения.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Сделаем несколько замечаний о выбранном представлении матриц β_μ .

1. Представление /26/ соответствует переходу от уравнений Прока

$$\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu = m U_{\mu\nu}, \quad /A.1/$$

$$\partial_\mu U_{\nu\lambda} = m A_{\nu\lambda} \quad /A.2/$$

к уравнению Дэффина-Кеммера

$$(\beta_\mu \partial_\mu + m) \psi = 0, \quad /A.3/$$

для волновой функции

$$\psi = (A_1, A_2, A_3, -iA_4, -iU_{23}, -iU_{31}, -iU_{12}, U_{14}, U_{24}, U_{34}). \quad /A.4/$$

Величины u_m и s_m , определенные формулами /27/ и /28/, обладают свойствами

$$(u_m^+ u_n) = \delta_{mn}; \quad s_m^+ u_n = i \epsilon_{mnl} u_l; \quad u_m^+ s_n = i \epsilon_{mnl} u_l;$$

$$u_m u_n^+ - u_n u_m^+ = s_m s_n - s_n s_m = i \epsilon_{mnl} s_l; \quad /A.5/$$

$$u_m u_n^+ + u_n u_m^+ = -(s_m s_n + s_n s_m) + 2\delta_{mn};$$

$$s_m s_n s_l + s_l s_n s_m = s_m \delta_{nl} + \delta_{mn} s_l;$$

$$u_m (u_n^+ u_l) + u_l (u_n^+ u_m) = u_m \delta_{nl} + \delta_{mn} u_l.$$

Эти свойства и обеспечивают выполнение алгебры Дэффина-Кемера матрицами β_μ .

2. Выбранное представление обеспечивает вещественность обратного оператора /29/ и решений w и \bar{w} уравнения Дэффина-Кемера в p -представлении:

$$(i\beta p + m) w = 0; \quad /A.6/$$

3. Сумма по спиновым состояниям

$$\sum_{s=\pm 1} w_{(\pm p, s)}^{(\pm)} \bar{w}_{(\pm p, s)}^{(\pm)} = (p^2 + m^2) (\mp i\beta p + m)^{-1} \cdot f =$$

$$\text{где } f = \frac{1}{2p_0} \quad \text{при нормировке } \bar{w}_{\beta_\mu}^{(\pm)} w_{\beta_\mu}^{(\pm)} = \pm 1,$$

$$f = \frac{1}{2m} \quad \text{при нормировке } \bar{w}^{(\pm)} w^{(\pm)} = 1 \quad /A.7/$$

/знаки согласованы. $p_0 = \sqrt{p^2 + m^2}$ /, в этом представлении в нерелятивистском пределе принимает вид:

$$\sum_{s=\pm 1} w_{(0, s)}^{(\pm)} \bar{w}_{(0, s)}^{(\pm)} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} I & 0 & \pm I \\ 0 & 0 & 0 \\ \pm I & 0 & I \end{vmatrix} = \Pi_{\pm}, \quad /A.8/$$

где I - квадратные единичные матрицы размерности 3 x 3, центральный элемент - матрица 4 x 4, остальные матрицы - прямоугольные, очевидных размерностей.

4. Формула /A.8/ позволяет упростить вычисление суммы в /1/ в нерелятивистском пределе. Сумма по s_- и s_+ в /1/ есть

$$S_p (A \Pi_- A^+ \Pi_+) = S_p (B B^+), \quad /A.9/$$

где A - выражение в фигурных скобках в /2/ /матрица/, а

$$B = \Pi_+ A \Pi_- \dots \quad /A.10/$$

Запишем A в виде:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}, \quad /A.11/$$

где a_{ij} - матрицы той же размерности, что и соответствующие элементы в выписанном выше представлении для Π_{\pm} . Тогда B запишется в виде прямого произведения

$$B = C \times \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}, \quad /A.12/$$

где

$$C = \frac{1}{4} (a_{11} - a_{13} + a_{31} - a_{33}) \dots \quad /A.13/$$

матрица размерности 3 x 3. Теперь

$$Sp(B B^+) = Sp(C C^+) \cdot Sp \left(\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{vmatrix} \right) = 4Sp(C C^+) \quad /A.14/$$

После этого расчет сводится к вычислениям с матрицами 3 x 3 с использованием свойств /A.5/. Отметим, что вследствие соотношения

$$\Pi_+ \beta_\nu \Pi_- = 0$$

диаграммы /B/ и /Г/ рис. 2 не вносят вклада в нерелятивистском пределе.

Л и т е р а т у р а

1. R.P.Feynmann, M.Gell-Mann. Phys. Rev., 106, 193 (1958);
T.D.Lee, C.N.Yang. Phys. Rev., 108, 1611 (1957); 119, 1410 (1960);
S.Oneda, I.C.Pati. Phys. Rev. Letters, 2, 125 (1959).
2. Б. Понтекорво, Р.М. Рындин. IX Международная конференция по физике высоких энергий, Киев, 1959, том II, стр. 233 и 228. Сб. "К физике нейтрино высоких энергий". Препринт ОИЯИ Д-577, 1960, стр. 35.
3. М.А. Марков. Сб. "К физике нейтрино высоких энергий". Препринт ОИЯИ Д-577, Дубна, 1960. Нейтрино. Препринт ОИЯИ Р-1269, Дубна, 1963.
4. T.D.Lee, C.N.Yang. Phys. Rev. Lett., 4, 307 (1960).
5. S.A.Bludman, J.A.Young. Proceedings of the 1960 Annual International Conference on High Energy Physics at Rochester, p. 566.
6. P.Budini, G.Furlan. Nuovo Cim., 18, 1280 (1960).
7. T.D.Lee, Peter Markstein, C.N.Yang. Phys. Rev. Lett., 7, 429 (1961).
8. А.М. Балдин, Нгуен Ван Хьеу. ЖЭТФ 42, 905 /1962/.
9. M. Bassetti. Nuovo Cim., 20, 803 (1962).
10. A.Zichichi, S.M.Berman, N.Cabibbo, R.Gatto. Nuovo Cim., 24, 170 (1962).
11. R.F.Christy, S.Kusaka. Phys. Rev., 59, 405 (1941);
И.В. Лягий, И.С. Цукерман. ЖЭТФ, 42, 1618 /1962/ ;
S.A.Bludman, J.A.Young. Phys. Rev., 126, 303 (1962).
12. Г.И. Копылов, И.В. Полубаринов. Препринт ОИЯИ Д-821, Дубна, 1961.
13. R.Hofstadter. Rev. Mod. Phys., 28, 214 (1956).
14. И.Е. Тамм. ДАН СССР, 29, 51 /1940/.
15. H.C.Corben, J.Schwinger. Phys. Rev., 58, 953 (1940).
16. Г.И. Копылов. Nuclear Physics, 37, 425 (1962); Диссертация, М., 1962.
17. Г.И. Копылов, Л.А. Кулюкина, И.В. Полубаринов. Препринт ОИЯИ Р-1402, Дубна, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 сентября 1963 г.