ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

В.Н. Ефимов

Р-1369

# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЗОНАНСНЫХ НЕЙТРОНОВ С ВЫСТРОЕННЫМИ ЯДРАМИ

Дубна 1963

В.Н. Ефимов

Р-1369



# ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ РЕЗОНАНСНЫХ НЕЙТРОНОВ С ВЫСТРОЕННЫМИ ЯДРАМИ



Дубна 1963

## § 1. Введение

Изучение возбужденных состояний ядер является одной из основных задач ядерной физики. В настоящее время для многих ядер с хорошей точностью измерены полные ширины уровней, образующихся при захвате резонансных нейтронов. Однако лишь в немногих случаях определены спины этих уровней. Это связано с тем, что для определения спина резонансного уровня необходимо довольно точно измерить нейтронную ширину, что является методически трудной задачей. Другая возможность заключается в применении поляризованных ядер и поляризованного пучка нейтронов. Для поляризации нейтронов обычно используется магнитное взаимодействие нейтронов с ферромагнетиками. Однако этот метод практически пригоден для энергий нейтронов, не превышающих нескольких электроновольт.

В последнее время было обнаружено, что в экспериментах наблюдается избыток малых ширин по сравнению с распределением Портера-Томаса /1/. Одной из причин этих отклонений может служить присутствие уровней, возбуждаемых нейтронами с орбитальным моментом $\ell = 1$ ( $p$ - уровни). Появление $p$ -уровней при энергии нейтронов в несколько сотен электроновольт является интересным фактом, так как в этом случае соответствующие $p$ - уровни должны иметь аномально большие приведенные нейтронные ширины. Поэтому прямое наблюдение резонансных $p$ -уровней представляет большой интерес. С этой точки зрения, полезно рассмотреть взаимодействие $p$ -нейтронов с выстроенными ядрами. На это обстоятельство обратил внимание автора Ф.Л.Шапиро.

Ниже будет рассмотрено резонансное взаимодействие нейтронов с ядрами при наличии произвольной поляризации пучка и ядер мишени. При этом оказывается, что для неполяризованного пучка нейтронов выстраивание ядер позволяет выделить $p$ -уровни, а также определить их спины.

## 2. Общее выражение для спин-тензоров

Амплитуда ядерной реакции типа $a + A \to B + b$ определяется хорошо известным выражением /2/:

$$F(asm, a's'm') = \sqrt{\pi} \sum_{J\ell\ell'} (2\ell + 1)^{1/2} (\ell s 0 m | J m) \times$$
$$\times (\ell' s' m - m' m' | J m) R(as\ell; a's'\ell'; J) Y_{\ell' m-m'}(\theta, \phi), \qquad (1)$$

где индекс $a$ определяет вид и внутренние состояния частиц $a$ и $A$ входного канала, $s$ , $m$ , $\ell$ - соответственно спин, проекция спина и орбитальный момент входного канала, $J$ - полный момент системы, $(\ell s 0 m | J m)$ - коэффициенты Клебша-Жордана, $Y_{\ell m}(\theta\phi)$ - сферическая функция. Углы $\theta\ \phi$ определяют направление вылета частицы $b$ относительно падающего пучка (в системе центра масс). Штрихованные индексы относятся к выходному каналу. Матрица $R$ связана с $S$-матрицей соотношением: $R = 1 - S$ . Суммирование по $\ell, \ell'$ проводится с учетом сохранения четности. Выражение (1) отличается от аналогичного выражения работы[2] отсутствием фазового множителя $i^{\ell-\ell'}$, который исчезает, если определить $S$-матрицу в соответствии с требованием инвариантности относительно обращения времени[3].

При наличии поляризации начальных частиц спиновое состояние входного канала описывается матрицей плотности $\rho(s_1 m_1 s_2 m_2)$. Если оператор $\hat{O}$ соответствует измерению спинов частиц выходного канала $a'$, то интенсивность измеряемой величины на единицу телесного угла определяется выражением[4]:

$$\langle O \rangle = \lambda_a^2 \sum \rho\,(s_1 m_1 s_2 m_2)\, F^*(a s_1 m_1, a' s'_1 m'_1) \times \tag{2}$$

$$\times\, F(a\, s_2 m_2, a' s'_2 m'_2)(s'_1 m'_1|O|\, s'_2 m'_2),$$

где $\lambda_a$ – длина волны, соответствующая взаимному движению частиц во входном канале $a$. Суммирование в (2) проводится по $s_1, m_1, s_2, m_2, s'_1, m'_1, s'_2, m'_2$. В частности, если положить $\hat{O} = 1$, то получим выражение для дифференциального сечения реакции $a \to a'$.

Матрицу плотности в (2) удобно представить в виде линейной комбинации неприводимых спин-тензоров индивидуальных частиц, так как эти тензоры непосредственно связаны с такими физическими величинами, как поляризация, выстроенность и т.д. Неприводимый спин-тензорный оператор ранга $q$ $(0 \le q \le 2I)$ для частицы со спином $I$ определяется как совокупность $2q+1$ операторов $\hat{T}^q_\kappa$ $(|\kappa| \le q)$, которые преобразуются при вращении координат следующим образом[5]:

$$P_R \hat{T}^q_\kappa P_R^{-1} = \sum_{\kappa'} D^{(q)}_{\kappa'\kappa} \hat{T}^q_{\kappa'}, \tag{3}$$

где $D^{(q)}_{\kappa'\kappa}$ – функция Вигнера[6].

Спин-тензорные операторы удовлетворяют условию эрмитовости

$$\hat{T}^{q+}_\kappa = (-1)^{q+\kappa}\, \hat{T}^q_{-\kappa} \tag{4}$$

и условию ортонормированности

$$Sp(\hat{T}^q_\kappa \hat{T}^{q'+}_{\kappa'}) = (2I+1)\,\delta_{qq'}\,\delta_{\kappa\kappa'}. \tag{5}$$

Для двух тензорных операторов $\hat{X}^{q_1}_{\kappa_1}$ и $\hat{\mathcal{Y}}^{q_2}_{\kappa_2}$ можно определить тензорное произведение:

$$\hat{T}^q_\kappa = \sum_{\kappa_1\kappa_2} (q_1 q_2 \kappa_1 \kappa_2|q\kappa)\, \hat{X}^{q_1}_{\kappa_1} \hat{\mathcal{Y}}^{q_2}_{\kappa_2}, \tag{6}$$

причем это произведение будет также неприводимым тензорным оператором, преобразующимся при вращении согласно (3), и если $\hat{X}^{q_1}_{\kappa_1}$, $\hat{U}^{q_2}_{\kappa_2}$ эрмитовы в смысле (4) и коммутируют, то и тензорное произведение (6) будет эрмитово[5]. Из соотношения (5) следует, что для спин-тензорных операторов приведенные матричные элементы, определенные согласно[5], выражаются следующим образом:

$$(I||\, T^q \,||\, I) = i^q [(2I+1)(2q+1)]^{1/2}. \tag{7}$$

Приведем в явном виде спин-тензорные операторы низших рангов для спина $I$:

$$\hat{T}^0_0 = 1\,; \qquad \hat{T}^1_0 = \frac{2\sqrt{3}\,i}{[2I(2I+2)]^{1/2}}\,\hat{I}_z\,;$$

$$\hat{T}^1_{\pm 1} = \mp\frac{2\sqrt{3}\,i}{[2I(2I+2)]^{1/2}}\,\frac{1}{\sqrt{2}}\,(\hat{I}_x \pm i\hat{I}_y)\,;$$

$$\hat{T}^2_0 = -\frac{2\sqrt{5}}{N}\,[3\hat{I}^2_z - I(I+1)]\,;$$

$$\hat{T}^2_{\pm 1} = \pm\frac{\sqrt{30}}{N}\,[(\hat{I}_x \pm i\hat{I}_y)\hat{I}_z + \hat{I}_z(\hat{I}_x \pm i\hat{I}_y)]\,;$$

$$\hat{T}^2_{\pm 2} = -\frac{\sqrt{30}}{N}\,(\hat{I}_x \pm i\hat{I}_y)^2\,; \qquad N = [(2I-1)2I(2I+2)(2I+3)]^{1/2}.$$

Разложение матрицы плотности по спин-тензорам проведено в /4/ и имеет следующий вид:

$$\rho(s_1 m_1 s_2 m_2) = \sum_q (-1)^{-m_2}(s_1 s_2 m_1 - m_2 | q\, m_1 - m_2)\, G^q_{m_1 - m_2}\,, \tag{9}$$

где

$$G^q_\kappa = \sum_{ab\lambda} (-1)^{s_2} i^{-a-b} \left[\frac{(2s_1+1)(2s_2+1)(2a+1)(2b+1)}{(2j+1)(2I+1)}\right]^{1/2} \times$$

$$\times (ab\lambda\kappa - \lambda | q\kappa) \begin{pmatrix} j & a & j \\ s_1 & q & s_2 \\ I & b & I \end{pmatrix} T^{a}_{\lambda}(j)\, T^{b}_{\kappa-\lambda}(I),$$

$\begin{pmatrix} j & a & j \\ s_1 & q & s_2 \\ I & b & I \end{pmatrix}$ – $9j$ – символ, определение и свойства которого можно найти в /5,7/,
$T^a_\lambda(j), T^b_{\kappa-\lambda}(I)$ – значения спин-тензоров частицы $j$ и ядра $I$ во входном канале. Для выходных каналов реакции удобно определить обобщенный спин-тензорный оператор, представляющий собой тензорное произведение индивидуальных спин-тензоров конечных частиц:

$$\hat{T}^{q'}_{\kappa'} = \sum_{\kappa'_1 \kappa'_2} (a'b'\kappa'_1\kappa'_2 | q'k')\, \hat{T}^{a'}_{\kappa'_1}(j')\, \hat{T}^{b'}_{\kappa'_2}(I'). \tag{10}$$

Матричные элементы обобщенного спин-тензора (10) по спиновым функциям выходного канала определяются, согласно /5/, следующим выражением:

$$(s'_1 m'_1 | T^{q'}_{\kappa'} | s'_2 m'_2) = i^{a'+b'} [(2j'+1)(2I'+1)(2a'+1)(2b'+1)]^{1/2} \times$$

$$\times [(2s'_2+1)(2q'+1)]^{1/2} (s'_2 q' m'_2 \kappa' | s'_1 m'_1) \begin{pmatrix} j' & a' & j' \\ s'_1 & q' & s'_2 \\ I' & b' & I' \end{pmatrix}. \tag{11}$$

Если в (2) в качестве оператора $\hat{O}$ взять обобщенный спин-тензор (10), то, используя соотношения (1), (9), и (11), можно получить среднее значение произвольного спин-тензора выходного канала. В этом случае значения спин-тензоров будут отнесены к системе координат, в которой ось $Z$ направлена вдоль падающего пучка. Однако удобнее определить спин-тензоры выходного канала относительно новой системы, ось $Z'$ которой направлена вдоль импульса конечной частицы, а ось $Y'$ перпендикулярна плоскости реакции. В этом случае положение новой системы относительно старой определяется углами Эйлера $\{0\theta\phi\}$, а значения компонент спин-тензора в новой системе связаны со значениями компонент в старой системе соотношением[6]:

$$T'^{q}_{\kappa} = \sum_{\kappa'} D^{*(q)}_{\kappa\kappa'}(0\theta\phi)\, T^{q}_{\kappa'} \; . \qquad (11a)$$

Окончательное выражение для среднего значения обобщенного спин-тензора (10) выходного канала в повернутой системе координат имеет следующий вид:

$$T^{q'}_{\kappa'} = \frac{\lambda_a^2}{4} \sum i^{-a-b+a'+b'} (-1)^{s_1+s_2+s_1'+s_2'+q+q'} \times$$

$$\times (-1)^{\kappa+\kappa'+\ell_1+\ell_1'} \left[\frac{(2j'+1)(2l'+1)}{(2j+1)(2l+1)}\right]^{1/2} [(2a+1)(2b+1)]^{1/2} \times$$

$$\times [(2a'+1)(2b'+1)]^{1/2} \begin{pmatrix} j & a & j \\ s_1 & q & s_2 \\ l & b & l \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j' & a' & j' \\ s_1' & q' & s_2' \\ l' & b' & l' \end{pmatrix} \times \qquad (12)$$

$$\times (ab\lambda\kappa-\lambda \mid q\kappa)\, T^{a}_{\lambda}(j)\, T^{b}_{\kappa-\lambda}(l)\, D^{*(L)}_{\kappa'\kappa}(0\theta\phi) \times$$

$$\times R^{*}(a s_1 \ell_1 ; a' s_1' \ell_1' ; J_1)\, R(a s_2 \ell_2 ; a' s_2' \ell_2' ; J_2) \times$$

$$G_{\kappa}(J_1 \ell_1 s_1 ; Lq ; J_2 \ell_2 s_2)\, G_{\kappa'}(J_1 \ell_1' s_1' ; Lq' ; J_2 \ell_2' s_2'),$$

где суммирование проводится по $q, \kappa, a, b, \lambda, J_1, J_2, \ell_1, \ell_2, \ell_1', \ell_2', s_1, s_2, s_1', s_2', L$, а $G_\kappa$ определено следующим образом:

$$G_{\kappa}(J_1 \ell_1 s_1 ; Lq ; J_2 \ell_2 s_2) = [(2J_1+1)(2J_2+1)(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)]^{1/2} \times$$

$$\times [(2s_1+1)(2s_2+1)(2L+1)(2q+1)]^{1/2} \sum_r (\ell_1 \ell_2 00 \mid r0)(qL\kappa-\kappa \mid r0) \begin{pmatrix} J_1 & \ell_1 & s_1 \\ L & r & q \\ J_2 & \ell_2 & s_2 \end{pmatrix} \qquad (12a)$$

Выражение (12) является наиболее общим для спин-тензоров выходного канала и отличается от соответствующего выражения работы[4] некоторыми фазовыми и численными множителями. Это отличие связано с тем, что в выражение (1) для амплитуды реакции введен дополнительный фазовый множитель согласно[3] и спин-тензоры нормированы условиями (4), (5) и (7).

Дифференциальное сечение реакции $a \to a'$ получится из (12), если положить $a' = b' = q' = 0$ и воспользоваться известными свойствами $9j$ -символов:

$$\frac{d\sigma_{aa'}}{d\Omega} = \frac{\lambda_a^2}{4} \sum i^{-a-b} (-1)^{q+\kappa+L+\ell_1+J_2+s_1+s_2+s'} \left[\frac{(2a+1)(2b+1)}{(2j+1)(2l+1)}\right]^{1/2} \times$$

$$\times \begin{pmatrix} j & a & j \\ s_1 & q & s_2 \\ I & b & I \end{pmatrix} (ab\lambda\kappa - \lambda | q\kappa)\ T_\lambda^*(j)\ T^b_{\kappa-\lambda}(I) D^{*(L)}_{0\kappa}(0\theta\phi) \times \tag{13}$$

$$\times R^*(a s_1 \ell_1; a' s' \ell'_1; J_1) R(a s_2 \ell_2; a' s' \ell'_2; J_2) W(J_1 \ell'_1 J_2 \ell'_2; s' L) \times$$

$$\times G_\kappa(J_1 \ell_1 s_1; Lq; J_2 \ell_2 s_2)[(2\ell'_1+1)(2\ell'_2+1)(2J_1+1)(2J_2+1)]^{1/2}(\ell'_1\ell'_2 00|L0),$$

где суммирование проводится по $q, \kappa, a, b, \lambda, J_1, J_2, \ell_1, \ell_2, \ell'_1, \ell'_2, s_1, s_2, s', L$, а $W$ представляют собой хорошо известные коэффициенты Рака /7/. В случае, если вылетающей частицей является $\gamma$ -квант, то $R$ -матрицу в выражении (13) необходимо преобразовать к представлению полного момента и четности $\gamma$ -кванта /7/:

$$R(a s \ell; a' s' \ell'; J) = \sum_{pg} R(a s \ell; a' p g; J)(pg | s'\ell'),$$

где

$$(pg | s'\ell') = -\sqrt{2}(-1)^p (g 1 - 1 1 | \ell' 0)\delta(\ell' p)[(2s'+1)(2g+1)]^{1/2} \times W(\ell' 1 J I'; g s'),$$

$g$ – полный момент $\gamma$ -кванта, $p$ – индекс, принимающий два значения: для переходов магнитного типа $p=0$, для переходов электрического типа $p=1$; $W$ – коэффициенты Рака.

Символ $\delta(\ell' p)$ имеет следующий смысл:

$$\delta(\ell' p) = \begin{cases} 1 & \text{при } \ell' = g \\ 0 & \text{при } \ell' \neq g \end{cases} \quad \text{для } p = 0, \tag{13a}$$

$$\delta(\ell' p) = \begin{cases} 0 & \text{при } \ell' = g \\ 1 & \text{при } \ell' \neq g \end{cases} \quad \text{для } p = 1.$$

Окончательное выражение для углового распределения $\gamma$ -квантов имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\Omega} = \frac{\lambda_a^2}{2} \sum i^{-a-b} (-1)^{q+\kappa+\ell_1+s_1+s_2+g_1+g_2+p_1+p_2+I'+J_2+1} \times$$

$$\times \left[\frac{(2a+1)(2b+1)(2g_1+1)(2g_2+1)(2J_1+1)(2J_2+1)}{(2j+1)(2I+1)}\right]^{1/2} (ab\lambda\kappa | q\kappa) T_\lambda^*(j) T^b_{\kappa-\lambda}(I) \times$$

$$\begin{pmatrix} j & a & j \\ s_1 & q & s_2 \\ I & b & I \end{pmatrix} R^*(a s_1 \ell_1; a' p_1 g_1; J_1) R(a s_2 \ell_2; a' p_2 g_2; J_2) D^{*(L)}_{0\kappa}(00\phi) \times \tag{14}$$

$$\times G_\kappa(J_1 \ell_1 s_1; Lq; J_2 \ell_2 s_2) W(g_1 J_1 g_2 J_2; I' L) K_L(g_1 g_2 p_1 p_2),$$

где суммируется по $q, \kappa, a, b, \lambda, J_1, J_2, \ell_1, \ell_2, s_1, s_2, g_1, g_2, p_1, p_2, L$;

$$K_L(g_1 g_2 p_1 p_2) = \sum_{\ell_1' \ell_2'} (g_1 1 - 11 | \ell_1' 0)(g_2 1 - 11 | \ell_2' 0)\,\delta(\ell_1' p_1)\,\delta(\ell_2' p_2) \times$$

$$\times [(2\ell_1' + 1)(2\ell_2' + 1)]^{1/2} (\ell_1' \ell_2' 00 | L0)\, W(g_1 \ell_1' g_2 \ell_2'; 1L).$$

### 3. Полное сечение резонансной реакции при наличии поляризации

Выражения (13) и (14) для угловых распределений выглядят громоздкими и сложными, однако практически всегда имеются факторы, которые приводят к существенному их упрощению. Такое упрощение будет иметь место, если реакция проходит через изолированный уровень составного ядра со спином $J$. В этом случае в (13) следует опустить суммирование по $J_1$ и $J_2$ и положить $J_1 = J_2 = J$. Выражение для полного сечения получится, если взять из (13) умноженный на $4\pi$ член с $L = \kappa = 0$:

$$\sigma_{aa'} = \pi \lambda_a^2 (2J+1) \sum i^{-a-b} (-1)^{\ell_1 - \ell_2 + s_2 - I} \left[\frac{(2a+1)(2b+1)}{(2j+1)(2I+1)}\right]^{1/2} \begin{pmatrix} j & a & j \\ s_1 & q & s_2 \\ I & b & I \end{pmatrix} \tag{15}$$

$$\times [(2\ell_1 + 1)(2\ell_2 + 1)(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)]^{1/2} (ab\lambda - \lambda | q0)\, T_\lambda^{a}(j)\, T_{-\lambda}^{b}(I) \times$$

$$\times R^*(a s_1 \ell_1; a' s' \ell'; J)\, R(a s_2 \ell_2; a' s' \ell'; J)\, (\ell_1 \ell_2 00 | q0)\, W(\ell_1 s_1 \ell_2 s_2; Jq),$$

причем сумма берется по $q, a, b, \lambda, \ell_1, \ell_2, \ell', s_1, s_2, s'$. Если пренебречь для канала упругого рассеяния вкладом потенциального рассеяния, то вблизи изолированного резонанса $R$ - матрицу можно записать следующим образом [2]:

$$R(a s \ell; a' s' \ell'; J) = -ie^{i(\omega_{a\ell} + \omega_{a'\ell'})} \frac{g_{as\ell}\, g_{a's'\ell'}}{E_0 - E - \frac{1}{2} i \Gamma}, \tag{16}$$

где $\omega_{a\ell}$, $\omega_{a'\ell'}$ - фазы потенциального рассеяния, $E_0$ - резонансная энергия, $\Gamma$ - полная ширина уровня. Величины $g_{as\ell}$ связаны с парциальными ширинами $\Gamma_{as\ell}$ соотношением:

$$g_{as\ell} = \pm (\Gamma_{as\ell})^{1/2}. \tag{16a}$$

Предположим далее, что парциальные ширины не зависят от спина канала. Тогда

$$g_{as\ell} = g_{a\ell} = \pm \left[\frac{1}{n(J,\ell)} \Gamma_{a\ell}\right]^{1/2}, \tag{17}$$

где $\Gamma_{a\ell} = \sum_s \Gamma_{as\ell}$, $n(J,\ell)$ - число значений спина канала $s$, которые при сложении с орбитальным моментом $\ell$ могут образовать спин уровня $J$. Для нейтронов резонансных энергий можно считать, что во входном канале существенны лишь минимальные значения орбитального момента, совместимые с правилами отбора по четности. Учитывая это обстоятельство и используя выражения (16) и (17), легко получить из (15) следующее выражение:

$$\sigma = \sigma^{(0)} \frac{2\ell + 1}{n(J,\ell)} [(2j+1)(2I+1)]^{1/2} \sum_{qab\lambda s_1 s_2} i^{-a-b} (-1)^{s_2 - J} \begin{pmatrix} j & a & j \\ s_1 & q & s_2 \\ I & b & I \end{pmatrix} \times$$

$$\times [(2a+1)(2b+1)(2s_1+1)(2s_2+1)]^{1/2} (ab\lambda - \lambda | q0) T^{a}_{\lambda}(j) T^{b}_{-\lambda}(I) \times \tag{18}$$

$$\times (\ell\ell 00 | q0) W(\ell s_1 \ell s_2; Jq),$$

где $\sigma^{(0)} = \dfrac{\pi\lambda^2_a (2J+1)}{(2j+1)(2I+1)} \dfrac{\Gamma_{a\ell}\Gamma_{a'}}{(E-E_0)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}$ – сечение реакции при отсутствии поляризации,

$\Gamma_{a'} = \sum_{s'\ell'} \Gamma_{a's'\ell'}$ – полная ширина выходного канала $a'$. В (18) следует брать $\ell = 0$, если четность уровня составного ядра совпадает с четностью основного состояния ядра мишени ( $s$ – уровень), и $\ell = 1$, если эти четности противоположны ( $p$ –уровень). При отсутствии поляризации в (18) следует учесть только спин-тензоры нулевого ранга $a = b = 0$. Легко проверить, что в этом случае $\sigma = \sigma^{(0)}$. Значения ранга спин-тензоров, которые могут внести вклад в сечение, определяются правилами отбора для коэффициентов Клебша-Жордана $(\ell\ell 00|q0)$ и $(ab\lambda - \lambda|q0)$. Для $s$ – уровня $q = 0$, и ранги спин-тензоров $T^{a}_{\lambda}(j)$ для частицы $j$ и $T^{b}_{-\lambda}(\lambda)$ для ядра мишени ограничены условием $a = b$. Для неполяризованных частиц $a = 0$, и поляризация ядер не сказывается на сечении. Если падающей частицей является нейтрон, то максимальное значение $a$ ограничено единицей, т.е. для поляризованного пучка будет существенен спин-тензор $T^{1}_{-\lambda}(I)$, связанный с поляризацией ядра. Для $p$ – уровня $q$ может принимать два значения: 0 и 2, и для $a$ и $b$ будет иметь место соотношение $|q - a| \le b \le q + a$. В этом случае при $a = 0$ в сечение будет вносить вклад спин-тензор $T^{2}_{0}(I)$, связанный с выстроенностью ядер мишени.

Если поле, ориентирующее ядра, обладает аксиальной симметрией и ось $Z$ направлена вдоль оси симметрии, то отличными от нуля будут только нулевые компоненты спин-тензоров. Для описания спиновой ориентации ядер вводятся параметры $f_q$ /8/, которые связаны с нулевыми компонентами спин-тензоров соотношением:

$$f_q = T^{q}_{0} / (T^{q}_{0})_{max}, \tag{19}$$

причем $f_1$ представляет собой поляризацию ядер, $f_2$ – выстроенность и т.д. Из (8) и (19) легко видеть, что

$$f_1 = \frac{1}{I}\overline{I_z}, \quad f_2 = \frac{1}{I(2I-1)} [3\overline{I^2_z} - I(I+1)]. \tag{19a}$$

Используя выражение (7) для приведенных матричных элементов спин-тензора, легко получить, что

$$(T^{q}_{0})_{max} = (I|T^{q}_{0}|I) = i^{q}(2I+1)^{1/2}(III - I|q0).$$

Тогда в произвольной системе координат компоненты спин-тензора будут следующим образом выражаться через величины $f_q$, измеренные относительно направления поля:

$$T_\kappa^q = \left(\frac{4\pi}{2q+1}\right)^{1/2} i^q (2I+1)^{1/2} (II I-I|q0)\, Y_{q\kappa}(\theta\Phi)\, f_q \,, \tag{20}$$

где сферические углы $\theta\Phi$ определяют направление оси симметрии поля. Используя выражение (20) и теорему о сложении сферических функций, легко получить из (18) для $s$ - уровней хорошо известные соотношения:

$$\sigma = \sigma^{(0)}\left(1 + \frac{I}{I+1}\vec{P}_n\vec{P}_I\right) \qquad \text{для } J = I + 1/2\,,$$

$$\sigma = \sigma^{(0)}\left(1 - \vec{P}_n\vec{P}_I\right) \qquad \text{для } J = I - 1/2\,,$$

где $\vec{P}_n, \vec{P}_I$ - соответственно векторы поляризации нейтронов и ядер.

Для $p$ -уровней рассмотрим более простой, но тем не менее интересный случай неполяризованного пучка нейтронов. Выражение для сечения следует из (18), если положить $a = 0$, $\ell = 1$ и воспользоваться известными свойствами $9j$ -символов и коэффициентов Клебша-Жордана, а также соотношением (20). При этом для $J = I \pm \frac{3}{2}$ $n(J,1) = 1$, а для $J = I \pm 1/2$ $n(J,1) = 2$. Сумма по $s_1$ и $s_2$ легко вычисляется, и окончательно получается следующее выражение для полного сечения резонансного взаимодействия неполяризованных $p$ -нейтронов с выстроенными ядрами:

$$\sigma = \sigma^{(0)}\{1 + f_2 F_J P_2(\cos\theta)\}\,, \tag{21}$$

где $\sigma^{(0)}$ - сечение для неориентированных ядер, $f_2$ - выстроенность ядер мишени, определяемая выражением (19а), $\theta$ - угол между направлением выстраивания ядер и падающим пучком, $P_2$ - полином Лежандра. Коэффициенты $F_J$ определяются следующим образом:

$$F_{I-\frac{3}{2}} = -1;$$

$$F_{I-1/2} = \frac{1}{2(2I+1)(2I+2)}\{(2I-4)(2I+1) - 6\sqrt{2}\,[(2I-1)(2I+2)]^{1/2}\}; \tag{21a}$$

$$F_{I+1/2} = \frac{2I-1}{2(2I+1)(2I+2)(2I+3)}\{(2I+1)(2I+6) + 6\sqrt{2}\,[2I(2I+3)]^{1/2}\};$$

$$F_{I+\frac{3}{2}} = -\frac{2I(2I-1)}{(2I+2)(2I+3)}\,.$$

Как видно из (21), максимальный эффект будет наблюдаться при выстраивании ядер параллельно падающему пучку. В этом случае

$$\sigma_{11} = \sigma^{(0)}(1 + f_2 F_J)\,.$$

В таблице 1 приведены значения отношения $\sigma_{11}/\sigma^{(0)}$ в зависимости от спина $I$ ядра мишени и спина $J$ уровня составного ядра, причем верхние цифры в каждой строке соответствуют выстроенности $f_2 = 1$, а нижние - $f_2 = 0{,}5$. Из этой таблицы видно, что при $J = I - \frac{3}{2}$ резонансное сечение ядер, полностью выстроенных вдоль пучка, обращается в нуль. Этот факт непосредственно следует из закона сохранения проекции полного углового момента. Действительно, должно иметь место равенство: $J_z = I_z + \ell_z + j_z$. Если ось $Z$ направлена вдоль пучка, то $I_z = \pm I$, $\ell_z = 0$, $j_z = \pm 1/2$. Следовательно, состояние с $J = I - \frac{3}{2}$, для которого $|J_z| \leqslant I - \frac{3}{2}$, в этом случае образоваться не может.

## 4. Угловое распределение резонансной реакции $(n,\gamma)$ на выстроенных ядрах

Выражение для углового распределения реакции $(n,\gamma)$ при наличии произвольной поляризации следует из общей формулы (14). Ограничимся случаем реакции, проходящей через изолированный уровень составного ядра, спин которого $J$, и будем рассматривать "чистые" $\gamma$-переходы с определенной мультипольностью $g$ и четностью $p$, приводящие к фиксированному состоянию конечного ядра со спином $I'$. Для $R$-матрицы по-прежнему будут иметь место выражения (16), (16a) и (17) при условии, что для выходного канала $\omega_{a'\ell'} = 0$, а $\Gamma_{a's'\ell'}$ заменяется на $\Gamma_{a'pg}$. Рассмотрим дипольные $\gamma$-переходы, возникающие при захвате неполяризованных нейтронов. Угловое распределение для этого случая получается из (14) при $a = 0$, $g_1 = g_2 = 1, p_1 = p_2 = 0$ или 1:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\Omega} = \sigma_\gamma^{(0)} \frac{3(2I+1)^{1/2}}{\sqrt{\pi}\; n(J,\ell)} (-1)^{\ell + I' - I + j + j + 1} \times$$

$$\times \sum_{qKLs_1s_2} i^{-q} (-1)^{s_1} T_K^q(I)(2L+1)^{-1/2}\, W(1J1J;I'L) \times \tag{22}$$

$$\times W(s_1 I s_2 I;jq)\, G_K(J\ell s_1;Lq;J\ell s_2) Y_{L-K}(\theta\phi) K_L(1p),$$

$$K_L(1p) = \sum_{\ell_1\ell_2} (11-11|\ell_1 0)(11-11|\ell_2 0)\,\delta(\ell_1 p)\,\delta(\ell_2 p) \times$$

$$\times [(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)]^{1/2} (\ell_1\ell_2 00|L0)\, W(1\ell_1 1\ell_2;1L),$$

где $\sigma_\gamma^{(0)}$ – полное сечение парциального $\gamma$-перехода для неориентированных ядер, $W$ – коэффициенты Рака, функция $G_K$ определяется выражением (12a).

Из выражений (22) и (13a) видно, что угловое распределение дипольных $\gamma$-квантов может содержать только гармоники с $L = 0$ и $L = 2$. Это ограничение вытекает из правил отбора для коэффициентов Рака $W(1J1J;\, I'L)$ и Клебша-Жордана $(\ell_1\ell_2 00|L0)$, входящих в выражение для $K_L(1p)$, если учесть, что для $p = 0$ $\ell_1 = \ell_2 = 1$, а для $p = 1$ $\ell_1 = 1 \pm 1$, $\ell_2 = 1 \pm 1$. Дополнительные ограничения для $L$ следуют из правил отбора для коэффициентов Клебша-Жордана $(\ell\ell 00|r0)$ и $(qL_K - \kappa|r0)$, входящих в определение (12a) функции $G_K$. Так, для $s$-уровня $\ell = 0$, и значения $L$ будут ограничены условием $L = q$. Следовательно, для выстроенных ядер будет наблюдаться анизотропия углового распределения, которая обуславливается тем, что при захвате $s$-нейтрона ядра сохраняют остаточную выстроенность. Выражение для углового распределения дипольных $\gamma$-переходов, возникающих при резонансном захвате неполяризованных $s$ -нейтронов выстроенными ядрами, получается из (22) при $\ell = 0$ и имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\Omega} = \sigma_\gamma^{(0)} \frac{3}{2\sqrt{\pi}} (-1)^{I'-I+2J-1/2} (2J+1)(2I+1)^{1/2} \times$$

$$\times \sum_{q=0,2} \sum_{K} i^{-q} T_K^q (I) (11-11|q0)\, W(JIJI;\, 1/2\, q) \times \tag{23}$$

$$\times W(1J1J;\, I'q)(2q+1)^{-1/2} Y^*_{qK}(\theta\phi).$$

Используя для $T_K^q$ выражение (20) и формулу для сложения сферических функций, можно представить (23) следующим образом:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sigma_\gamma^{(0)} \{ 1 + f_2 A P_2(\cos\theta) \}, \tag{24}$$

где $f_2$ - выстроенность ядер, $P_2$ - полином Лежандра, $\theta$ - угол, отсчитываемый от оси выстраивания. Коэффициент $A$ следующим образом выражается через спины резонансного уровня $J$, основного состояния начального ядра $I$ и конечного состояния ядра - продукта $I'$:

$$A = \frac{\sqrt{30}}{2} (-1)^{I'-I+2J-1/2} (2J+1) \left[ \frac{(2I-1)(2I+1)2I}{(2I+2)(2I+3)} \right]^{1/2} \times$$

$$\times W(JIJI;\, 1/2\; 2)\, W(1J1J;\, I'\, 2).$$

Зависимость $A$ от спина начального ядра $I$ для различных возможных значений $J$ и $I'$ легко получить, используя явные выражения для коэффициентов Рака /7/:

$$J = I - 1/2; \qquad A = \begin{cases} 1/2 & \text{для } I' = I - \frac{3}{2}, \\ -\dfrac{2I-2}{2I+1} & \text{для } I' = I - 1/2, \\ 1/2\, \dfrac{(2I-2)(2I-1)}{(2I+1)(2I+2)} & \text{для } I' = I + 1/2; \end{cases}$$

$$J = I + 1/2; \qquad A = \begin{cases} 1/2\, \dfrac{(2I-1)(2I+4)}{(2I+1)(2I+2)} & \text{для } I' = I - 1/2, \\ -\dfrac{(2I-1)2I(2I+4)}{(2I+1)(2I+2)(2I+3)} & \text{для } I' = I + 1/2, \\ 1/2\, \dfrac{(2I-1)\,2I}{(2I+2)(2I+3)} & \text{для } I' = I + \frac{3}{2}. \end{cases}$$

Численные значения коэффициента $A$ приведены в таблице 2. Для $p$ -уровней угловое распределение дипольного $\gamma$ -излучения выражается следующим образом:

$$\frac{d\sigma_\gamma}{d\Omega} = \frac{1}{4\pi} \sigma_\gamma^{(0)} \{ 1 + f_2 F_J P_2(\cos\Theta) +$$

$$+ B \sum_{qK} f_q Y_{qK}(\Theta,\Phi)\, Y_{2-K}(\theta,\phi)\, C_{qk} \}, \tag{25}$$

где $\theta$, $\phi$ - направление вылета $\gamma$ - кванта; $\Theta,\Phi$ - направление оси выстраивания ядер, параметры $f_q$ определяются выражением (19), $F_J$ выражаются формулами (21а), $B$ и $C_{q\kappa}$ имеют следующий вид:

$$B = \frac{12\pi\sqrt{3}}{\sqrt{2}\ n\ (J\ ,\ I)} (-1)^{I'-I+J+\frac{1}{2}} (2I+1)(2J+1)W(IJIJ;I'2),$$

$$C_{q\kappa} = (III-I|q0| \sum_{s_1 s_2 r} (-1)^{s_1}[(2s_1+1)(2s_2+1)]^{\frac{1}{2}} \times$$
$$\times W(Is_1Is_2;\tfrac{1}{2}2)(1100|r0)(q2\kappa-\kappa|r0)\begin{pmatrix} J & 1 & s_1 \\ 2 & r & q \\ J & 1 & s_2 \end{pmatrix}. \qquad (25a)$$

Если в (25а) переставить индексы суммирования $s_1$ и $s_2$, то легко убедиться, что $C_{q\kappa} = (-1)^q C_{q\kappa}$, т.е. в (25) будут входить только четные значения $q$, для которых имеет место равенство $C_{q\kappa} = C_{q-\kappa}$. На вид углового распределения существенно влияет направление выстроенности ядер. Если ядра выстроены вдоль падающего пучка, то в (25) войдет только член с $\kappa = 0$, т.е. в этом случае зависимость от угла $\phi$ исчезнет. В общем случае угловое распределение будет обладать азимутальной асимметрией, которая обусловлена наличием выделенной плоскости, определяемой направлением падающего пучка и направлением выстроенности ядер. Сумму в (25а) можно вычислить в общем виде для различных возможных значений $J$ и $I'$, однако конечные выражения получаются несколько громоздкими и поэтому мы их здесь не приводим. Для конкретных случаев коэффициенты в (25) можно вычислить с помощью таблиц коэффициентов Рака (например,[9]).

## Заключение

Применение выстроенных ядер в нейтронной спектрометрии может служить одним из методов прямого обнаружения резонансных $p$ -уровней. Преимуществом этого метода является то, что выстроенность ядер изменяет полные сечения неполяризованных нейтронов только для $p$ -уровней. Согласно таблице 1, отличие полных сечений для ядер с выстроенностью 50% от сечений для неориентированных ядер составляет, за единичными исключениями, от 10 до 50%. Изменение сечения, связанное с выстроенностью ядер, зависит от значения спина резонансного уровня. Как видно из таблицы 1, в большинстве случаев возможно также и определение спина резонансного $p$ -уровня.

Следует заметить, что при выводе формул (21) и (21а) учитывалась лишь резонансна часть амплитуды реакции. Поэтому выражения (21), (21а) и результаты, приведенные в та лице 1, применимы, строго говоря, только для сечения радиационного захвата $p$ -нейтронов. Для полных сечений следует учитывать интерференцию потенциального и резонансного расс ний, которая обычно не очень существенна для $p$ -уровней. Это легко сделать, если в вы жение (16) для $R$ -матрицы ввести член, соответствующий потенциальному рассеянию.

При идентифицировании $p$ -уровней по полным сечениям наиболее целесообразно измерять площади резонансных провалов на кривых пропускания или площади резонансных пиков в полных выходах $\gamma$ -лучей, так как эти площади не зависят от разрешения спектрометра нейтронов и для тонких образцов пропорциональны сечениям. Измерения угловых распределений парциальных $\gamma$ -переходов методически трудны, особенно для $p$ -уровней, которые бывают, как правило, довольно слабыми. Для $p$ -уровней такие измерения можно рассматривать как дополнение к измерениям по полным сечениям. Однако для $s$ -уровней измерения угловых распределений парциальных $\gamma$ -переходов могут представить самостоятельный интерес как один из методов определения спинов уровней составного ядра.

В заключение автор выражает глубокую благодарность Ф.Л.Шапиро, по инициативе которого была выполнена настоящая работа.

Таблица 1

Значение отношения $\sigma_{11}/\sigma^{(0)}$ в зависимости от спина $I$ ядра мишени и спина $J$ $p$ -уровня составного ядра. Верхние цифры соответствуют выстроенности $f_2 = 1$, нижние – $f_2 = 0,5$

| $J$ \ $I$ | 1 | 3/2 | 2 | 5/2 | 3 | 7/2 | 4 | 9/2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I - 3/2$ | | 0<br>0,5 | 0<br>0,5 | 0<br>0,5 | 0<br>0,5 | 0<br>0,5 | 0<br>0,5 | 0<br>0,5 |
| $I - 1/2$ | 0,04<br>0,52 | 0,23<br>0,61 | 0,40<br>0,70 | 0,54<br>0,77 | 0,64<br>0,82 | 0,73<br>0,87 | 0,80<br>0,90 | 0,86<br>0,93 |
| $I + 1/2$ | 1,42<br>1,21 | 1,60<br>1,30 | 1,68<br>1,34 | 1,71<br>1,36 | 1,73<br>1,36 | 1,73<br>1,36 | 1,73<br>1,36 | 1,72<br>1,36 |
| $I + \frac{3}{2}$ | 0,90<br>0,95 | 0,80<br>0,90 | 0,71<br>0,86 | 0,64<br>0,82 | 0,58<br>0,79 | 0,53<br>0,77 | 0,49<br>0,74 | 0,45<br>0,73 |

Таблица 2

Значения коэффициента $A$ в /24/ в зависимости от спина начального ядра $I$ для различных значений $J$ и $I'$.

| $J$ \ $I$ | 1 | 3/2 | 2 | 5/2 | 3 | 7/2 | 4 | 9/2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | $I' = I - 3/2$ | | | | |
| $I - 1/2$ | – | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| | | | | $I' = I - 1/2$ | | | | |
| $I - 1/2$ | 0 | −0,25 | −0,40 | −0,50 | −0,57 | −0,62 | −0,66 | −0,70 |
| $I + 1/2$ | 0,25 | 0,35 | 0,40 | 0,43 | 0,44 | 0,45 | 0,46 | 0,47 |
| | | | | $I' = I + 1/2$ | | | | |
| $I - 1/2$ | 0 | 0,05 | 0,10 | 0,14 | 0,18 | 0,21 | 0,23 | 0,25 |
| $I + 1/2$ | −0,20 | −0,35 | −0,45 | −0,53 | −0,59 | −0,64 | −0,68 | −0,71 |
| | | | | $I' = I + 3/2$ | | | | |
| $I + 1/2$ | 0,05 | 0,10 | 0,14 | 0,18 | 0,21 | 0,23 | 0,25 | 0,27 |

## Литература


1. A.Saplakoglu, L.Bolinger, R.Cote. Phys. Rev., 109, 1258 (1958). J.S.Desjardings, J.L.Rosen, W.W.Rainwoter, W.W.Havens. Phys. Rev., 120, 2214 (1960).
2. J.M.Batt, L.C.Biedenharn. Rev. Mod. Phys., 24, 258 (1952); Проблемы современной физики. ИЛ, 6, 7 (1955).
3. R.Huby. Proc. Phys. Soc., 67 A, 1103 (1954).
4. A.Simon. Phys. Rev., 92, 1050 (1953); Проблемы современной физики, ИЛ, 6, 21 (1955).
5. А.Эдмондс. Сб. "Деформация атомных ядер", ИЛ, 1958.
6. Е.Вигнер. Теория групп, ИЛ, 1961.
7. А.М.Балдин, В.И.Гольданский, И.Л.Розенталь. Кинематика ядерных реакций. Физматгиз, 1959.
8. Г.Р.Хуцишвили. УФН, 53, 381 (1954).
9. A.Simon, J.H.Vander Sluis, L.C.Biedenharn. Tables of the Racah Coefficients, ORNL – 1679 (1954). M.Rotenberg, R.Bivins, N.Metropolis, J.K.Wooten. The 3j – and 6j – Simbols, The Technology Pross, Cambridge, Massachusetts (1959).



Рукопись поступила в издательский отдел
20 июля 1963 г.