

3
K-65

ЛХ 11



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Г.И. Копылов

P - 1367

К УСТАНОВЛЕНИЮ КВАНТОВЫХ ЧИСЕЛ
МНОГОМЕЗОННЫХ СИСТЕМ

Дубна 1963

Г.И. Копылов

P - 1367

2074/6 ч. 8
К УСТАНОВЛЕНИЮ КВАНТОВЫХ ЧИСЕЛ
МНОГОМЕЗОННЫХ СИСТЕМ

Направлено в ЖЭТФ.

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1963

В работе ^{/1/} был предложен способ определения спина S и четности P системы n частиц ($n \geq 4$). Идея его состояла в использовании того обстоятельства, что в системе тождественных частиц с определенными S и P разрешены не все мыслимые конфигурации в импульсном пространстве. О наличии или отсутствии этих конфигураций легко судить, когда наблюдается распад резонанса на три частицы; но наблюдаемые состояния четырех частиц трудно представить наглядно, и для этого случая в ^{/1/} было введено понятие о пробных функциях u , свойственных каждому типу запрета. Распределение по пробной функции u обращается в нуль при $u = 0$, если имеется искомый запрет.

Рассуждения о пробных функциях в ^{/1,2/} носили качественный характер. В данной работе приводятся количественные оценки пригодности простейших пробных функций и самого метода пробных функций для определения спина и четности многоквантового резонанса. Все вычисления проведены для распада на $\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ резонанса с $T = 0$ и с массой ≈ 1 Бэв, указания на существование которого имеются в работе ^{/3/}. Сходный распад может наблюдаться и у f^0 -мезона ^{/4/}, и у теоретически предсказываемого Чью и Фраучи χ^0 -мезона ($T=0, S^{P0} = 2^{++}$) или $K\bar{K}$ -резонанса ^{/5/}.

§ 1. Сила запрета

В зависимости от того, велик или мал объем, занимаемый в фазовом пространстве определенной конфигурацией импульсов, имеются большие или меньшие шансы обнаружить запрет на эту конфигурацию. Это хорошо видно уже на примере трех пионов. Так, запрет на коллинеарность импульсов трех пионов, свойственный ω -мезону, обнаружить легко: область коллинеарности совпадает с границей фазового пространства, т.е. сравнительно велика. Наоборот, определение квантовых чисел α -мезона ^{/6/}, распадающегося на $\pi^+ \pi^- \pi^0$ или $\pi^+ \pi^+ \pi^-$, потребует повышенной статистики: его предполагаемые квантовые числа $T=S=P=1$ запрещают сравнительно малую область с $p_{\pi^0} = 0$ /или $p_{\pi^-} = 0$; см. ^{/1/}, табл. 8^{x/}.

Можно поэтому ввести понятие о силе запрета, как о величине фазового объема тех конфигураций, которые запрещаются данным набором квантовых чисел системы частиц.

Уточним это определение. Пусть интересующие нас конфигурации K определяются совокупностью уравнений $f^{(1)} = 0$; $f^{(2)} = 0$; ...; $f^{(k)} = 0$ /например, $E_1 - E_2 = 0$; $E_3 - E_4 = 0$ /. Эти равенства определяют некоторую поверхность K в фазовом пространстве. В соответствии с определением пробной функции, выбранным в ^{/1/}, а именно: $u = \sum_{i=1}^k |f^{(i)}|$, мы определяем близость конфигураций следующим образом. Конфигурация K' отстоит от конфигурации K'' на δ , если $|u(K') - u(K'')| = \delta$. В частности, расстояние конфигурации K' от поверхности K есть $u(K')$, так как на поверхности $u(K) = 0$. Таким образом, мерилем близости является пробная функция.

x/

Впрочем, в ^{/8/} уже отмечена ненаселенность этой области.

Пусть, далее, максимальное значение, которое функция u может принимать в фазовом пространстве, есть u_{max} . Тогда объемом области, занимаемым конфигурацией K , или, короче, объемом конфигурации K , назовем объем области, в которой $u(K') \leq a u_{max}$, где a , например, равно $1/4$. Силу запрета для данной конфигурации K /или u / теперь можно определить как отношение объема конфигурации к фазовому объему:

$$w(u) = \rho(u(K') \leq 1/4 u_{max}) / \rho. \quad /1/$$

Линии уровня пробной функции u в непосредственной близости к поверхности K повторяют ее форму, и поэтому распределение по u при малых u , действительно, как-то оценивает вероятность наблюдать конфигурацию u . Недостатком определения /1/ является его "нелокальность": в определение входит u_{max} , в то время как оно не должно было бы зависеть от свойств функции u вдали от $u=0$. Однако лучшего определения нам найти не удалось.

Вычисление силы запрета для основных конфигураций, встречающихся в распадах резонансов /число этих конфигураций, как показано в /1/, ограничено/, дало бы указание на возможность использования их для определения квантовых чисел резонансов. Для трехпионных систем этот расчет тривиален. Мы провели расчет сил запрета различных конфигураций системы $\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ с эффективной массой 1,02 Бэв = $7,29 m_\pi$ на счетной машине. Вырабатываемая машиной таблица случайных звезд /7/, удовлетворяющая ковариантной модели множественного рождения, анализировалась затем по величине пробной функции u ; машина вычисляла ρ , u_{max} и распределение по u для 20 конфигураций. В таблице 1 перечислены эти конфигурации, их простейшие пробные функции u , величины u_{max} и силы запретов $w(u)$.

Из таблицы следует, что наиболее сильным является запрет на компланарность /свойственный четырехпионным системам с $S=0$, $P=-1$ /. Достаточно сильны запреты на конфигурации α , β , ϵ /рис. 1/.

То обстоятельство, что частный случай конфигурации β - конфигурация ϵ обладает большей, чем β , силой запрета, объясняется различием в величине u_{max} /29 для ϵ и 13,8 для β /. В интервал $[0, 1/4 u_{max}]$ попадает в первом случае большая, чем во втором, часть фазового объема. Здесь проявляется упомянутая выше "нелокальность".

Запреты на конфигурации 7, 11-13, 15, 16 и на коллинеарность не являются сильными. Поэтому наличие или отсутствие этих запретов труднее проверить экспериментально.

Компланарные конфигурации достаточно сильны и в более сложных распадах. Так, предсказываемый Огиевецким и Полубариновым /8/ "дейтонный мезон" с $T=0$, $S^P = I^-$ и массой $\approx 1,7$ Бэв может распадаться на $\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^- \pi^0$; в этом распаде запрещена компланарность векторов $\vec{p}_1 + \vec{p}_2, \vec{p}_3 + \vec{p}_4$ и \vec{p}_5 . Эта компланарность должна наблюдаться, как показал расчет, в 15% всех событий вблизи /но вне/ резонансного пика и упасть до 1% внутри резонансного пика /в последней цифре фоновые события не учитываются/.

На рис. 2 показан ожидаемый вид некоторых распределений по u в области вне резонансного пика в спектре эффективных масс 4π .

В /1/ утверждалось, что в распределении по u четырехпионных звезд, образовавшихся от распада резонансного состояния, следует ожидать спада при $u=0$ для тех значений спина и четности, которые запрещают соответствующую этому u конфигурацию. Ожидалось, что вне резонансного пика и для прочих значений S и P этого провала не будет или он будет слабее.

Это утверждение удалось частью подтвердить, частью уточнить после того, как $\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ резонанс с $T=0$ и массой 1,02 Бэв был рассчитан численно.

В качестве простейших матричных элементов распада были взяты /1/ в зависимости от предположений о квантовых числах резонанса выражения с наименьшими возможными степенями импульсов мезонов:

$$(0^+): M = 1; \quad /2/$$

$$(0^-): M = 2\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_{1\alpha} p_{2\beta} p_{3\gamma} p_{4\delta} \cdot (12+34-23-14), \quad (ij \equiv p_i p_j); \quad /3/$$

$$(1^-): M^{(1)} = 2[\vec{p}_1 \cdot (12+14) + \vec{p}_2 \cdot (12+23) + \vec{p}_3 \cdot (23+34) + \vec{p}_4 \cdot (14+34)]; \quad /4/$$

$$M^{2\pm} = 1/2 M^{(1)2} 2[\vec{p}_1 \cdot 13 + \vec{p}_2 \cdot 24 + \vec{p}_3 \cdot 13 + \vec{p}_4 \cdot 24]; \quad /5/$$

$$(1^+): M^{(1)} = (123) \cdot (12-23) + (234) \cdot (23-34) + (341) \cdot (34-14) + (412) \cdot (14-12); \quad /6/$$

$$M^{2-} = (123) \cdot (34-14) + (234) \cdot (14-12) + (341) \cdot (12-23) + (412) \cdot (23-34); \quad /7/$$

$$(ijk) \equiv \vec{p}_i \times \vec{p}_j \cdot \vec{p}_k + \vec{p}_j \times \vec{p}_k \cdot \vec{p}_i + \vec{p}_k \times \vec{p}_i \cdot \vec{p}_j. \quad /8/$$

В тех случаях, когда имеется два линейно независимых простейших вида амплитуды распада /одной и той же размерности по импульсу/, расчет велся отдельно для каждого вида. Методом случайных звезд была рассчитана величина $\rho(S^P)$, пропорциональная вероятности распада, характеризуемого этими матричными элементами:

$$\rho(S^P) = \int \frac{d^3\vec{p}_1 d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_3 d^3\vec{p}_4}{2\omega_1 \cdot 2\omega_2 \cdot 2\omega_3 \cdot 2\omega_4} \delta^4(\sum_i \vec{p}_i - P) |M|^2. \quad /8/$$

Кроме того, для каждого матричного элемента было рассчитано распределение по пробным функциям из таблицы 1, а также по пробным функциям $u_{17}, u_{18}, u_{19}, u_{20}$, в которые /см. /1/, таблица 8/ включены все или почти все запреты, вытекающие из предположений, что S^P равно соответственно $0^-, 1^+, \Gamma^-$:

$$u_{17} = |(\vec{p}_1 \vec{p}_2 \vec{p}_3)| \cdot (|12-32| + |14-34|) \cdot (|12-14| + |23-34|); \quad (u_{max} = 70,5),$$

$$u_{18} = (|\vec{p}_1 \times \vec{p}_2| + |\vec{p}_1 \times \vec{p}_3|) \cdot (|12 - 14| + |12 - 23| + |12 - 34|) \times$$

$$\times (|E_1 - E_2| + |p_3 - p_4|) (|E_1 - E_3| + |p_2 - p_4|); (u_{max} = 469),$$

$$u_{19} = (|12 - 34| + |13 - 24| + |14 - 23|) |p_1 + p_2| |p_1 + p_3| |p_1 + p_4|; (u_{max} = 122).$$

В таблице 2 приведена часть полученных данных: величины $\rho(S^P)$ и значения $w(u, S^P)$ вероятности того, что $u < \frac{1}{4} u_{max}$ для различных матричных элементов /только для тех пробных функций, которые оказались пригоднее других при поисках S и P /. В первой строке таблицы указано, при каких S и P соответствующая конфигурация u запрещена, а в следующей — сила запрета. Именно с этими цифрами следует сравнивать числа в остальных строках таблицы. Как и ожидалось, $w(u_1, 0^-) < w(u_1)$, $w(u_{17}, 0^-) < w(u_{17})$, $w(u_{18}, I^+) < w(u_{18})$, $w(u_{19}, I^-) < w(u_{19})$. Для I^+ пробная функция u_{18} оказалась неудачной. Тем не менее это значение S и P также может быть распознано. Из таблицы 2 видно, что если конфигурация u не запрещена некоторой комбинацией S^P ; то $w(u, S^P)$ может по сравнению с $w(u)$ увеличиться /например, $w(u_1, I^-)$ /. Это значит, что в некоторых случаях запрещение одних конфигураций сказывается на повышении вероятности других, иногда весьма сильном. Каждую комбинацию S^P можно распознавать не только по убыванию величины $w(u_1, S^P)$ для запрещенных конфигураций u_1 , но и по возрастанию $w(u_1, S^P)$ для других, не связанных с этими S и P , конфигураций. Совокупность чисел

$$h_{S,P}(u) = \frac{w(u_1, S^P)}{w(u_1)} \quad /10/$$

в рассмотренном нами случае позволяет полностью отличить друг от друга комбинации $0^-, I^+, I^-$:

$$0^-: h(u_1) = 0,42; \quad h(u_{17}) = 0,37; \quad h(u_{18}) = 2,2;$$

$$I^-: h(u_1) = 1,4; \quad h(u_{17}) = 1,2; \quad h(u_{18}) = 0,45;$$

$$I^+: h(u_1) = 1; \quad h(u_{17}) \cong 1; \quad h(u_{18}) = 0,56; \quad /11/$$

$$0^+: h(u_1) = 1.$$

О точности этих предсказаний судить трудно, так как истинный вид матричного элемента распада неизвестен. Однако сравнение между собой распределений по u_1 для различных типов матричного элемента / $M^{(1)}$ и $M^{(2)}$ при $S^P = I^+$ / показало, что эти распределения весьма близки друг к другу /соответствующие величины $w(u_1, S^P)$ см. в таблице 2/. Можно считать, что истинная величина $h(u_1)$ отличается от значений /11/ не более, чем $w(u_1)$, рассчитанные при $M^{(1)}$ и $M^{(2)}$, отличаются друг от друга.

1. Для каждой конфигурации u можно рассчитать вероятность $w(u)$ появления близких ей конфигураций в фазовом пространстве. Если квантовыми числами S^P резонанса эта конфигурация запрещена, то вероятность дает "силу запрета" $w(u)$, определяемую формулой /1/. Силы запретов основных конфигураций четырех мезонов с общей эффективной массой 1,02 Бэв приведены в таблице 1.

2. Для установления квантовых чисел резонанса с массой 1,02 Бэв и $T=0$, распадающегося на $\pi^+ \pi^- \pi^+ \pi^-$ посредством сильного взаимодействия, надо построить для событий вблизи и внутри резонансного пика распределения по пробным функциям $u_1, u_2, u_3, u_4, u_{17}$ и подсчитать процент событий, для которых $u_1 < \frac{1}{4} u_{1max}$ в области внутри и вне пика. Отношение этих величин даст числа $h(u_1)$, которые следует сравнить $x/$ со значениями /11/, чтобы определить квантовые числа резонанса.

Пользуюсь случаем поблагодарить В.Е. Комолову за проведение необходимых расчетов, В.И. Огиевского — за ценные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Г.И. Копылов, В.И. Огиевский. Препринт ОИЯИ Р-1161, 1963. Nuclear Phys. / в печати/.
2. Г.И. Копылов. Nuclear Physics /в печати/.
3. Nguen-Huu Xuong, G.R.Lynch. Phys. Rev., 128, N4, 1849 (1962).
4. W.Selove, V.Hagopian, H.Brody, A.Baker, E.Leboy. Phys. Rev. Letters, 9, 272 (1962).
5. R.L.Connolly, E.L.Hart, K.W.Lai, G.London, G.C.Moneti, R.R.Rau, N.P.Samos, I.O.Skillicorn, S.S.Yamamoto, M.Goldberg, M.Gundzik, J.Leitner, S.Lichtman. Phys. Rev. Letters, 10, 371 (1962).
6. E.Pickup, D.K.Robinson, E.O.Salant. Phys. Rev. Letters, 8, 329 (1962).
7. Г.И. Копылов, ЖЭТФ, 39, 1091 /1960/.
8. В.И. Огиевский, И.В. Полубариянов. Препринт ОИЯИ Р-1241, Дубна, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июля 1963 г.

$x/$ Учтя, конечно, "засоренность" пика фоновыми событиями.

ТАБЛИЦА I

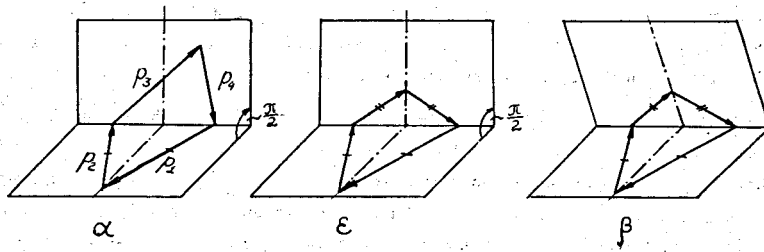


Рис. 1.

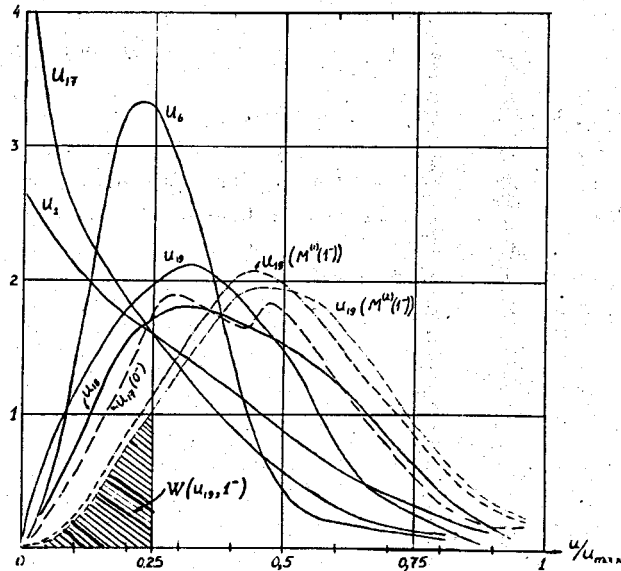


Рис. 2. Плотности распределения по пробным функциям. Кривые $u_1, u_6, u_{17}, u_{18}, u_{19}$ - ожидаемые распределения вне резонансного пика; $u_{19}(0^-)$ - внутри пика, если $S^P = 0^-$; $u_{19}(M^{(1)}(I^-))$ или $u_{19}(M^{(2)}(I^-))$ - внутри пика, если $S^P = 1^-$. Кривые нормированы на 1. Площади под кривыми $u_1, u_6, u_{17}, u_{18}, u_{19}$ в интервале $(0, 1/4)$ - силы запретов.

№	Обозначение по I/.	Конфигурация	Пробная функция u_w	u_{max}	Сила запрета $w(u)$
1		компланарная	$ \vec{p}_1, \vec{p}_2, \vec{p}_3 $	2,62	0,42
2	$\alpha (1,3)$	$I2=32; I4=34;$	$ I2-32 + I4-34 $;	13,4	0,18
3	$\beta (1,2)$	$I3=24; I4=23;$	$ I3-24 + I4-23 $;	13,8	0,23
4		$I2=34; I3=23=I4=24;$	$ I2-34 + I3-23 +$ $+ 23-14 + I4-24 $;	25,6	0,10
5	$\delta (1)$	$I3=I2=I4; 23=24=34;$	$ I2-13 + I2-14 +$ $+ 23-24 + 23-34 $;	24,5	0,11
6	$\epsilon (1,2)$	$I3=23=I4=24;$	$ I3-23 + I3-14 + I3-24 $;	29,0	0,30
7	ζ	$I2=34; I3=24; I4=23;$	$ I2-34 + I3-24 + I4-23 $;	17,5	0,038
8	η	$I2=I3=I4=23=24=34;$	$ I2-13 + I3-14 + I4-23 +$ $+ 23-24 + 24-34 $;	30,5	0,10
9		коллинеарная	$ \vec{p}_1 \times \vec{p}_2 + \vec{p}_1 \times \vec{p}_3 $	5,83	0,041
10		$\vec{p}_1 = \vec{p}_2$	$ \vec{p}_1 - \vec{p}_2 $	4,54	0,072
11		$\vec{p}_1 = \vec{p}_2; E_3 = E_4$	$ \vec{p}_1 - \vec{p}_2 + E_3 - E_4 $	4,74	0,0076
12		$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = 0$	$ \vec{p}_1 + \vec{p}_2 $	2,87	0,024
13		$\vec{p}_1 = \vec{p}_2 = \vec{p}_3$	$ \vec{p}_1 - \vec{p}_2 + \vec{p}_1 - \vec{p}_3 $	8,0	0,0050
14		$\vec{p}_1 \parallel \vec{p}_2; E_3 = E_4$	$ \vec{p}_1 \times \vec{p}_2 + E_3 - E_4 $	4,07	0,10
15		$p_1 = 0; E_3 = E_4 = E_4$	$p_1 + E_3 - E_4 + E_3 - E_4 $	5,54	0,040
16		$\vec{p}_1 \parallel \vec{p}_2, \vec{p}_3 \parallel \vec{p}_4$ $p_1 = p_2 = p_3 = p_4$	$ \vec{p}_1 \times \vec{p}_2 + \vec{p}_3 \times \vec{p}_4 +$ $+ E_1 - E_2 + E_2 - E_3 + E_3 - E_4 $	7,82	0,0013

Примечания: 1) $I2 = p_1 p_2 = E_1 E_2 - \vec{p}_1 \vec{p}_2$.

2) Импульсы выражены в массах пиона.

3) Нековариантные выражения следует вычислять в системе центра масс.

ТАБЛИЦА 2

S^P	ρ	u_1	u_6	u_{17}	u_{18}	u_{19}
		(0 ⁻)	(1 ⁺)	(0 ⁻)	(1 ⁺)	(1 ⁻)
0 ⁺	0,151 ± 0,001	0,42	0,30	0,54	0,16	0,22
0 ⁻	242 ± 4	0,13	-	0,20	0,18	0,49
1 ⁻	290 ± 4 (M ⁽¹⁾)	0,56	0,30	0,63	0,11	0,10
1 ⁻	252 ± 4 (M ⁽²⁾)	0,59	0,33	0,71	0,22	0,10
1 ⁺	2120 ± 30 (M ⁽¹⁾)	0,49	0,27	0,47	0,08	0,23
1 ⁺	1320 ± 20 (M ⁽²⁾)	0,45	0,40	0,52	0,10	0,26