



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

В.В. Бабиков

P-1351

СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
И СРЕДНИЕ УГЛОВЫЕ МОМЕНТЫ
СОСТАВНЫХ СИСТЕМ
В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

Дубна 1963

В.В. Бабиков

P-1351

СЕЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ
И СРЕДНИЕ УГЛОВЫЕ МОМЕНТЫ
СОСТАВНЫХ СИСТЕМ
В РЕАКЦИЯХ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

Дубна 1963

В в е д е н и е

Опубликованные к настоящему времени расчеты сечений образования составного ядра в реакциях с тяжелыми ионами, основанные на модели черного ядра с резким краем, либо имеют характер таблиц для небольшого числа конкретных систем^{/1/}, либо представлены в аналитических выражениях^{/2/}, а не в виде таблиц и графиков, более удобных для практического использования.

Целью настоящей работы является изложение результатов работы^{/2/} по сечениям, дополненных расчетами средних момента и квадрата момента составного ядра в виде, удобном для простых и быстрых оценок. Таблицы и графики построены таким образом, чтобы охватить очень широкую область возможных комбинаций взаимодействующих иона и ядра мишени; приведены также соответствующие формулы. Критерием применимости результатов в рамках данной модели является выполнение условия квазиклассичности движения иона $\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\pi v} \gg 1$, которое имеет место практически во всех реакциях с тяжелыми ионами, за исключением самых легких ядер мишени.

Следует отметить, что рассчитанные сечения и средние моменты соответствуют сумме реакций полного слияния и так называемых касательных (grazing) реакций, приводящих к неполному слиянию:

$$\sigma = \sigma_c + \sigma_g$$

Разделить эти две реакции, включающие интенсивное ядерное взаимодействие, в рамках модели черного ядра с резким краем невозможно. Поэтому сравнение рассчитанных сечений проводится с экспериментальными данными^{/3/} по делению ядер U^{238} под действием тяжелых ионов в области энергий выше барьера, когда можно пренебречь такими типами реакций, как кулоновское возбуждение и туннельные переходы нуклонов. Проведено также сравнение с полными сечениями реакции, измеренными по ослаблению пучка ионов в мишенях из средних и легких ядер^{/4/}. Обсуждается различие с соответствующими оценками Томаса^{/1/}.

Употребляемые обозначения

Радиус взаимодействия иона (A_1, Z_1) с ядром мишени (A_2, Z_2)

$$R = r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \text{ ф.}$$

r_0 - единственный параметр, входящий в рассмотрение, должен подбираться путем сравнения с опытом.

Кулоновский барьер в системе центра инерции

$$R_{\text{и.и.}} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} = \frac{1.44}{r_0} \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} \text{ МэВ.}$$

Кулоновский барьер в лабораторной системе

$$B = B_{\text{п.и.}} \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) = \frac{1,44}{\tau_0} \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} A_2^{1/3}} \left(1 + \frac{A_1}{A_2} \right) \text{ МэВ}$$

Приведенная масса системы (m - масса нуклона)

$$\mu = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} m.$$

Отношение радиуса взаимодействия к длине волны иона в системе центра инерции при энергии, равной кулоновскому барьеру,^{x)}

$$\rho = \frac{R}{\lambda_B} = \frac{\sqrt{2\mu} B}{\pi \hbar} \approx 0,293 \tau_0^{1/2} \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{A_1 + A_2} \left(\frac{A_1}{A_1 + A_2} \right)^{1/3}}$$

Энергия иона (лабораторная система) в единицах кулоновского барьера

$$a = \frac{E_{\text{лаб.}}}{B}$$

Критерием применимости результатов является в этих обозначениях условие

$$\frac{1}{2} \rho \gg 1.$$

Расчетные формулы

Как показано в работе^{/2/}, вся область энергий ионов разбивается на три интервала, внутри каждого из которых можно получить аналитические выражения для сечения.

Подбарьерная область:

$$\frac{1}{a} - 1 > \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho} \frac{1}{\sqrt{a}} \right)^{2/3}. \quad (1a)$$

Околобарьерная область:

$$\left| \frac{1}{a} - 1 \right| < \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho} \frac{1}{\sqrt{a}} \right)^{2/3}. \quad (1b)$$

Надбарьерная область:

$$1 - \frac{1}{a} > \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho} \frac{1}{\sqrt{a}} \right)^{2/3}. \quad (1в)$$

Сшивая соответствующие выражения на границах интервалов, получаем следующие интерполяционные формулы для сечения реакции (σ_{ℓ} - парциальное сечение)

$$\sigma = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sigma_{\ell} = \pi R^2 f(a, \rho), \quad (2)$$

$$f(a, \rho) = \frac{2}{\rho a^{3/2}} \exp \left[-\rho \sqrt{a} \left(\frac{1}{a} \arctg \frac{2\sqrt{\frac{1}{a}-1}}{2-\frac{1}{a}} - 2\sqrt{\frac{1}{a}-1} \right) \right], \quad (2a)$$

$$f(a, \rho) = \frac{2}{\rho \sqrt{a}} \left\{ 0,227 + 0,292 \left[1 + \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho \sqrt{a}} \right)^{2/3} \left(1 - \frac{1}{a} \right) \right] \right\}, \quad (2б)$$

x) Введенное здесь ρ отличается от ρ в работе^{/2/} на множитель \sqrt{a} . По существу ρ является параметром квазиклассичности: $\rho = 2\eta$.

$$f(a, \rho) = 1 - \frac{1}{a} - \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho \sqrt{a}} \right)^{2/3} + \frac{1,62 \left(2 - \frac{1}{a} \right)}{\rho \sqrt{a}}. \quad (2в)$$

Аналогичным образом имеем для среднего момента количества движения в системе сливающихся (полностью или частично) ядер:

$$\bar{\ell} = \frac{1}{\sigma} \sum_{\ell=0}^{\infty} \ell \sigma_{\ell}, \quad (3)$$

$$\bar{\ell}(a, \rho) = \frac{\sqrt{\pi \rho}}{\lambda/2} \frac{1}{(1-a)^{1/4}}, \quad (3a)$$

$$\bar{\ell}(a, \rho) = \Lambda_1(\rho) + \frac{1,68}{f(a, \rho)} \rho^{2/3} a^{1/3} \left[1 - \frac{1}{a} + \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho \sqrt{a}} \right)^{2/3} \right]^{3/2}, \quad (3б)$$

где $\Lambda_1(\rho) = \frac{\sqrt{\pi \rho}}{2\sqrt{2}} \frac{1}{1-a_1}$,

$a_1(\rho)$ - определяется из уравнения

$$\frac{1}{a_1} - 1 = \left(\frac{2 - \frac{1}{a_1}}{9\rho \sqrt{a_1}} \right)^{2/3};$$

$$\bar{\ell}(a, \rho) = \Lambda_1(\rho) + \Lambda_2(\rho) + \frac{\rho \sqrt{a}}{f(a, \rho)} \frac{2}{3} \left[1 - \frac{1}{a} - \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho \sqrt{a}} \right)^{2/3} \right]^{3/2}, \quad (3в)$$

$$\Lambda_2(\rho) = \frac{4,76}{f(a_2, \rho)} \rho^{2/3} a_2^{1/3} \left(1 - \frac{1}{a_2} \right)^{3/2}$$

$a_2(\rho)$ - определяется из уравнения $1 - \frac{1}{a_2} = \left(\frac{2 - \frac{1}{a_2}}{9\rho \sqrt{a_2}} \right)^{2/3}$. Значения $a_1(\rho)$ и $a_2(\rho)$ приведены в таблице 4.

Средний квадрат углового момента системы

$$\overline{\ell^2} = \frac{1}{\sigma} \sum_{\ell=0}^{\infty} \ell^2 \sigma_{\ell} \quad (4)$$

вычисляется по формулам:

$$\overline{\ell^2}(a, \rho) = \frac{\rho}{2\sqrt{1-a}}, \quad (4a)$$

$$\overline{\ell^2}(a, \rho) = K_1(\rho) + \frac{1,26}{f(a, \rho)} \rho^{2/3} a^{1/3} \left[1 - \frac{1}{a} + \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho \sqrt{a}} \right)^{2/3} \right]^2, \quad (4б)$$

$$K_1(\rho) = \frac{\rho}{2\sqrt{1-a_1(\rho)}}, \quad (4в)$$

$$\overline{\ell^2}(a, \rho) = K_1(\rho) + K_2(\rho) + \frac{1}{f(a, \rho)} \rho^2 a \left[1 - \frac{1}{a} - \left(\frac{2 - \frac{1}{a}}{9\rho \sqrt{a}} \right)^{2/3} \right]^2, \quad \text{N}$$

$$K_2(\rho) = \frac{5,04}{l(a_2, \rho)} \rho^{5/3} a_2^{5/6} \left(1 - \frac{1}{a_2}\right)^2.$$

Результаты расчета и обсуждение

Значения функции $l(a, \rho)$ и вычисленные с ее помощью значения $\overline{l(a, \rho)}$ и $\overline{l^2(a, \rho)}$ в интервалах^{х)} изменения параметров:

$$0,90 \leq a \leq 2,$$

$$15 \leq \rho \leq 510$$

приведены в таблицах 1-3 и на рисунках 1-3. Вне указанного интервала по a следует пользоваться при $a < 0,90$ формулами (2а), (3а) и (4а); при $a > 2$ - соответственно формулами (2в), (3в) и (4в). Интервал по ρ был выбран так, чтобы перекрыть практически весь диапазон возможных в настоящее время систем: ускоренный ион + ядро мишени.

Для определения наиболее подходящего значения параметра r_0 было произведено сравнение рассчитанных сечений с измеренными полными сечениями деления ядер U^{238} под действием ускоренных ионов He^4 , B^{11} , C^{12} , N^{14} , O^{16} , Ne^{20} /3/ и с измеренными полными сечениями реакции 114 Мэв ионов C^{12} и 150 Мэв ионов O^{16} на ряде средних и легких ядер: Be , C , Al , Fe , Ni , Cu , Ag , Sr , Ta , Au /4/. В случае деления ядер урана можно было предполагать, что в области энергии много выше кулоновского барьера сечение деления определяется двумя основными типами реакций: полным слиянием (образованием составного ядра с сечением σ_c) и неполным слиянием (*grazing*) с сечением σ_g , т.е. $\sigma_t = \sigma_c + \sigma_g$. В случае более легких ядер при больших энергиях ионов /4/ полное сечение реакции также определяется (см., например, /5/) этими двумя типами реакции, т.е. $\sigma_R = \sigma_c + \sigma_g$.

Как показал проведенный анализ, выбор для всех ионов (за исключением He^4) значения $r_0 = 1,41$ дает хорошее совпадение рассчитанных сечений с измеренными σ_t в надбарьерной области. На рис. 4 показаны эти результаты. Экспериментальные точки взяты из работы /3/, а сплошные кривые представляют ход рассчитанных сечений. Видно, что с понижением энергии расчетная кривая начинает идти ниже экспериментальных значений σ_t , тем сильнее отклоняясь, чем меньше энергия.

Такое поведение представляется естественным ввиду сильной делимости ядер урана. Увеличение при энергиях, близких к кулоновскому барьеру, относительной роли реакций, не описываемых данной моделью, а именно: туннельных переходов одного или нескольких нуклонов, кулоновского возбуждения и, быть может, шрапнель-эффекта (т.е. реакции расщепления иона в поле тяжелого ядра с последующим захватом фрагмента) приводит к увеличению наблюдаемого сечения деления. Кроме того, следует иметь в виду, что вблизи

х) Значения $\overline{l^2}$ приведены в наиболее интересном интервале $a > 0,98$, где сечение полного слияния достаточно велико и $\overline{l^2}$ характеризует среднюю энергию вращения составной системы.

барьера могут чувствоваться некоторые отклонения эффективного значения r_0 от среднего для всех ионов ($r_0 = 1,41$) как вследствие различной структуры, так и вследствие возможных деформаций иона в поле ядра-мишени. Однако, оставаясь в рамках обсуждаемой здесь модели, можно полагать, что последние эффекты не очень существенны.

Такая точка зрения находит некоторое подтверждение на примере иона He^4 . Будучи сильно связанной системой и обладая сравнительно небольшим зарядом, α -частица не может вызвать реакций типа туннельного перехода или заметного кулоновского возбуждения. Наблюдаемое сечение реакции под действием α -частиц должно поэтому соответствовать расчетному при всех энергиях. Как видно из рис. 4, σ_t всюду идет несколько ниже расчетного (а не выше, как для тяжелых ионов). Это расхождение может быть устранено, если учесть, что в данном случае заметен вклад (a, px) , (a, pnx) и $(a, a'p)$ каналов распада составной системы. Учет сечений (см. /3/, рис. 3) этих реакций приводит к хорошему согласию с теоретической оценкой.

Расчеты при значении $r_0 = 1,41$ для сечений реакции на более легких элементах также дают удовлетворительное согласие с измеренными /4/ сечениями, как это видно из таблицы 5. За исключением самых легких элементов, когда модель ядра с резким краем становится слишком грубой и нельзя ожидать хорошего согласия, наблюдается расхождение порядка нескольких процентов. Приведенные в работе /4/ энергетические зависимости сечений реакций $Al + C$, $Al + O$ и $Ag + O$ также неплохо описываются расчетными кривыми.

Отметим более близкое к оценкам из других экспериментов значение параметра $r_0 = 1,41$ вместо $r_0 = 1,50$, обычно употребляемого в аналогичных расчетах /1/. Согласно расчетам Томаса /1/, основанных также на модели черного ядра с резким краем, но при $r_0 = 1,5$, с измеренными /3/ в надбарьерной области можно понять, если учесть, что, как уже отмечалось ранее /2/, исходная квантово-механическая формула

$$\sigma = \pi \lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} \frac{4KR s_l}{\Delta_l^2 + (KR + s_l)^2}$$

не дает в классическом пределе ($\hbar \rightarrow 0$) классического сечения $\sigma_0 = \pi R^2 \left(1 - \frac{1}{a}\right)$. Можно показать, используя асимптотические выражения для кулоновских функций, входящих в эту формулу, что сечение стремится к пределу

$$\sigma = \pi R^2 \cdot 8 \left(\frac{3}{2} - 2 \ln 2\right) \left(1 - \frac{1}{a}\right) = 0,912 \sigma_0. \quad (5)$$

Поэтому для получения согласия с экспериментальными данными в надбарьерной области, когда сечение приближается к геометрическому, в этом случае приходится брать завышенное значение r_0 . Соответственно занижается оценка кулоновского барьера, и при малых энергиях расчетные сечения идут существенно выше наблюдаемых на опыте (см. например /3/, рис. 2).

Как уже подчеркивалось выше, рассчитанные с помощью таблиц или графиков для $l(a, \rho)$ сечения являются суммой сечения образования (в результате полного слияния) составного ядра и сечения реакций неполного слияния (*grazing*). Соответственно этому, рассчитанные средние значения $\overline{l(a, \rho)}$ и $\overline{l^2(a, \rho)}$ относятся к составной системе, могущей

привести как к полному, так и неполному слиянию. Так как *grazing* реакции идут в состояниях с максимальными угловыми моментами, то средние моменты составного ядра будут меньше. Их можно оценить, если известно соотношение между сечениями $\sigma_g/\sigma_c = x$, $\sigma = \sigma_c (1 + x)$.

Согласно классической модели черного ядра, существует максимальный угловой момент l_m , при котором возможно образование составной системы. Естественно предположить, что при l , меньших некоторого l_0 , происходит полное слияние, а при $l_0 < l < l_m$ происходит *grazing* реакция. Тогда будем иметь:

$$\sigma = \pi \lambda^2 l_m^2$$

$$\sigma_c = \pi \lambda^2 l_0^2$$

$$\sigma_g = \pi \lambda^2 (l_m^2 - l_0^2)$$

Откуда $l_0^2 = \frac{l_m^2}{1+x}$, $x = \frac{\sigma_g}{\sigma_c}$.

Средний момент составного ядра равен при этом:

$$\bar{l}_c = \frac{2}{3} l_0 = \frac{2}{3} \frac{l_m}{\sqrt{1+x}}$$

В классической картине $\frac{2}{3} l_m = \bar{l}$ - среднему моменту. При квантово-механическом подходе существует $l_m^{\text{эфф}}$ - эффективный максимальный момент ввиду быстрого спада коэффициента прилипания при больших l . Пропорциональность квантовомеханического значения l и $l_m^{\text{эфф}}$ при этом с хорошей точностью должна сохраняться. Поэтому можно положить:

$$\bar{l}_c(a, \rho) = \frac{\bar{l}(a, \rho)}{\sqrt{1+x}} \quad (6)$$

Значения функции $\bar{l}(a, \rho)$, вычисленные для различных значений переменных a и ρ , приведены в таблицах 2а, 2б и на рисунках 2а, 2б.

Аналогичным образом получаем:

$$\bar{l}_c^2(a, \rho) = \frac{\bar{l}^2(a, \rho)}{1+x} \quad (7)$$

Значения $\bar{l}^2(a, \rho)$ приведены в таблицах 3а, 3б и на рисунках 3а, 3б.

Средние значения моментов для систем, в которых осуществляется частичное слияние (*grazing*), равны соответственно:

$$\bar{l}_g(a, \rho) = \bar{l}(a, \rho) \frac{(1+x)^{3/2} - 1}{x(1+x)}, \quad \bar{l}_g^2(a, \rho) = \bar{l}^2(a, \rho) \frac{2+x}{1+x} \quad (8)$$

Проиллюстрируем использование графического и табличного материала на примере реакции $C_6^{12} + U_{92}^{238}$ при $E_{\text{лаб}} = 124$ Мэв. Будем предполагать $r_0 = 1,41$.

$$A_1 = 12, \quad A_2 = 238$$

$$R = 1,41 (2,29 + 6,20) = 120 \text{ ф.} \quad \pi R^2 = 4520 \text{ mb.}$$

$$B = 1,02 \frac{6 \cdot 92}{8,49} (1 + 0,05) = 69,6 \text{ Мэв,}$$

$$a = \frac{124}{69,6} = 1,78$$

$$\rho = 0,312 \sqrt{\frac{6 \cdot 92 \cdot 12 \cdot 238 \cdot 8,49}{250}} = 72,3$$

Из рисунка 1в находим сразу $f(a, \rho) = 0,45$. Более точное значение находится интерполированием из таблицы 1а.

$$f(1,78; 72,3) = f(1,80; 70) + \frac{\partial f}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial f}{\partial \rho} \Delta \rho$$

$$\frac{\partial f}{\partial a} \Big|_{\substack{a=1,80 \\ \rho=70}} = \frac{0,032}{0,10} = 0,32, \quad \Delta a = -0,02$$

$$\frac{\partial f}{\partial \rho} \Big|_{\substack{a=1,80 \\ \rho=70}} = -\frac{0,003}{5} = -0,0006, \quad \Delta \rho = 2,3$$

Таким образом,

$$f(1,78; 72,3) = 0,475 - 0,0064 - 0,0014 = 0,467$$

$$\sigma = \pi R^2 f = 4520 \cdot 0,467 = 2110 \text{ mb.}$$

Аналогичным образом находим из таблиц 2а и 3а:

$$\bar{l}(1,78; 72,3) = 55,6 - \frac{2,7}{0,1} 0,02 + \frac{3,9}{5} 2,3 = 55,6 - 0,54 + 1,80 = 56,9$$

$$\bar{l}^2(1,78; 72,3) = 2050 - \frac{230}{0,1} 0,02 + \frac{300}{5} 2,3 = 2050 - 46 + 138 = 2140$$

Если взять значение $x = \sigma_g/\sigma_c$ из работы ^{16/} $x = 0,33$, получим следующие оценки для средних моментов составного ядра:

$$\bar{l}_c = \frac{56,9}{\sqrt{1,33}} = 49,2$$

$$\bar{l}_c^2 = \frac{2140}{1,33} = 1610$$

Средние моменты в реакциях частичного слияния при этом равны:

$$\bar{l}_g = 56,9 \frac{(1,33)^{3/2} - 1}{0,33 \sqrt{1,33}} = 81,0$$

$$\bar{l}_g^2 = 2140 \frac{2,33}{1,33} = 3750$$

З а к л ю ч е н и е

Представленные в данной работе расчеты сечений и средних моментов составных систем основаны на модели черного ядра с резким краем. Как показывает приведенный выше анализ, экспериментальные данные не приводят к явному противоречию с этой моделью. Расхождение вычисленных Томасом ^{11/} сечений и измеренных сечений деления ядер U^{238} под действием тяжелых ионов объясняется, как нам кажется, завышенной величиной параметра $r_0 = 1,50$. Хотя и наблюдается некоторая тенденция к увеличению эффективного значения r_0 для более тяжелых ионов, можно рекомендовать значение $r_0 = 1,41$,

дающее удовлетворительное описание сечений образования составной системы для всех ионов. Под составной системой мы подразумеваем систему ион + ядро мишени в состояниях, приводящих либо к полному слиянию, т.е. составному ядру, либо к неполному слиянию, т.е. grazing — реакции. В рамках данной модели нельзя разделить эти два механизма взаимодействия. Поэтому при оценках средних моментов составного ядра надо знать экспериментальное соотношение между сечениями полного и неполного слияния.

Теоретическое рассмотрение на основе оптической модели ядра с размытым краем, вероятно, позволит произвести такое разделение. Ясно, что такие вычисления можно будет произвести только для конкретных систем ион + ядро мишени. В этом направлении получены пока только первые результаты, при учете только вещественной части ядерного потенциала /1/, /3/, /7/.

Поэтому, несмотря на тот факт, что явления, происходящие при взаимодействии ядер, очень сложны и не исчерпываются простой моделью черного ядра с резким краем, полученные на ее основе результаты являются пока единственными, которые можно применять в широком диапазоне комбинаций ядер без сложных численных расчетов и которые могут быть полезны для экспериментаторов, работающих в области физики тяжелых ионов.

Автор благодарен Б.Н.Маркову за большую практическую помощь и интерес, способствовавшие появлению этой работы, а также Е.А.Логиновой, А.Д.Макаренковой и Р.А.Хреновой за проведение численных расчетов.

Л и т е р а т у р а

1. T.D.Thomas. Phys. Rev., 116, 703 (1959).
2. В.В.Бабилов. ЖЭТФ, 38, 274 (1960).
3. V.E.Viola, Jr., T.Sikkeland. Phys. Rev., 128, 767 (1962).
4. B.Wilkins, G.Igo. Total Reaction Cross Sections for Heavy Ions. Preprint UCRL — 10766 (1963).
5. J.B.J.Read, I.M.Ladenbauer-Bellis, R.Wolfgang. Phys. Rev., 127, 172 (1962).
6. T.Sikkeland, V.E.Viola, Jr., Momentum Transfer in Heavy-Ion-Induced Reactions. Preprint UCRL-10748 (1963).
7. С.П.Иванова, Б.Н.Калинкин. Препринт ОИЯИ Р-1162, Дубна, 1962.

Рукопись поступила в издательский отдел
29 июня 1963 г.

Таблица 1а

$$f(\alpha, \rho) = \frac{G(E)}{\pi R^2}$$

$\alpha \backslash \rho$	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110
0,90	0,0700	0,0420	0,0270	0,0180	0,0120	0,0080	0,0060	0,0042	0,0031	0,0022	0,0018	0,0012	0,0009	0,0006	0,0005	0,0004	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001
0,92	0860	0550	0370	0250	0190	0140	0110	0080	0060	0050	0040	0030	0025	0020	0016	0013	0010	0008	0006	0005
0,94	1000	0683	0494	0371	0287	0228	0181	0148	0121	0100	0084	0070	0058	0050	0042	0036	0031	0026	0023	0020
0,96	1150	0820	0620	0489	0397	0329	0277	0235	0203	0175	0154	0134	0119	0106	0094	0085	0075	0068	0061	0055
0,98	1330	0960	0780	0620	0530	0450	0390	0340	0300	0268	0241	0220	0202	0186	0171	0161	0148	0137	0128	0121
1,00	1540	1150	0923	0769	0659	0577	0513	0462	0420	0385	0355	0330	0308	0288	0271	0256	0243	0231	0220	0210
1,04	1960	1540	1290	1120	1000	0921	0854	0801	0758	0723	0693	0668	0646	0627	0610	0595	0582	0570	0556	0550
1,08	2340	1910	1660	1490	1370	1290	1220	1160	1120	1080	1050	1030	1000	0987	0970	0955	0942	0930	0920	0909
1,12	2700	2260	2000	1830	1710	1620	1550	1500	1460	1420	1390	1360	1340	1320	1300	1280	1270	1260	1250	1240
1,16	3020	2580	2320	2150	2030	1940	1870	1810	1770	1730	1700	1670	1650	1630	1610	1590	1580	1570	1560	1550
1,20	3320	2880	2610	2440	2320	2230	2160	2100	2060	2020	1990	1960	1940	1920	1900	1890	1870	1860	1850	1840
1,30	3990	3540	3270	3100	2970	2880	2810	2750	2710	2670	2640	2610	2590	2570	2550	2530	2520	2510	2490	2480
1,40	4550	4100	3830	3650	3530	3430	3360	3300	3260	3220	3190	3160	3140	3120	3100	3080	3070	3060	3050	3040
1,50	5030	4570	4310	4130	4000	3910	3840	3780	3740	3700	3670	3640	3610	3590	3580	3560	3550	3530	3520	3510
1,60	5440	4990	4720	4540	4420	4330	4250	4200	4150	4110	4080	4050	4030	4010	3990	3970	3960	3950	3940	3930
1,70	5800	5350	5080	4910	4780	4690	4620	4560	4520	4480	4450	4420	4400	4380	4360	4340	4330	4320	4310	4300
1,80	6120	5670	5400	5240	5110	5010	4940	4890	4840	4800	4770	4750	4720	4700	4680	4670	4650	4640	4630	4620
1,90	6400	5950	5690	5520	5390	5300	5230	5180	5130	5090	5060	5040	5010	4990	4970	4960	4950	4930	4920	4910
2,00	6640	6210	5940	5770	5650	5560	5490	5440	5390	5350	5320	5300	5270	5250	5240	5220	5210	5190	5180	5170

Таблица 1б

$$f(\alpha, \rho) = \frac{\sqrt{E}}{\pi R^2}$$

$\alpha \backslash \rho$	110	130	150	170	190	210	230	250	270	290	310	330	350	370	390	410	430	450	470	490	510	
0,90	0,0001																					
0,92	0,0005	0,0003	0,0001																			
0,94	0,0020	0,0012	0,0007	0,0004	0,0002	0,0001	0,0001															
0,96	0,0055	0,0039	0,0027	0,0019	0,0014	0,0010	0,0007	0,0005	0,0004	0,0003	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001						
0,98	0,0121	0,0086	0,0077	0,0063	0,0052	0,0044	0,0037	0,0032	0,0027	0,0023	0,0020	0,0018	0,0015	0,0013	0,0012	0,0010	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006
1,00	0,0210	0,0177	0,0154	0,0136	0,0121	0,0110	0,0100	0,0092	0,0085	0,0080	0,0074	0,0070	0,0066	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0051	0,0049	0,0047	0,0045	0,0045
1,04	0,0550	0,0520	0,0498	0,0482	0,0469	0,0459	0,0450	0,0443	0,0438	0,0433	0,0428	0,0425	0,0422	0,0419	0,0416	0,0414	0,0412	0,0410	0,0408	0,0407	0,0406	0,0406
1,08	0,0909	0,0879	0,0856	0,0840	0,0827	0,0816	0,0808	0,0801	0,0795	0,0790	0,0786	0,0782	0,0779	0,0776	0,0773	0,0771	0,0769	0,0767	0,0765	0,0764	0,0762	0,0762
1,12	0,1240	0,1211	0,1189	0,1172	0,1158	0,1148	0,1139	0,1132	0,1126	0,1121	0,1117	0,1113	0,1110	0,1107	0,1104	0,1102	0,1100	0,1098	0,1096	0,1095	0,1093	0,1093
1,16	0,1550	0,1521	0,1498	0,1481	0,1468	0,1457	0,1448	0,1441	0,1435	0,1430	0,1425	0,1422	0,1418	0,1415	0,1413	0,1410	0,1408	0,1406	0,1405	0,1403	0,1402	0,1402
1,20	0,1840	0,1810	0,1787	0,1769	0,1756	0,1745	0,1736	0,1729	0,1723	0,1718	0,1713	0,1709	0,1706	0,1703	0,1700	0,1698	0,1696	0,1694	0,1692	0,1691	0,1689	0,1689
1,30	0,2480	0,2453	0,2430	0,2412	0,2398	0,2387	0,2379	0,2371	0,2365	0,2360	0,2355	0,2351	0,2348	0,2345	0,2342	0,2340	0,2338	0,2336	0,2334	0,2332	0,2331	0,2331
1,40	0,3040	0,3004	0,2980	0,2962	0,2949	0,2938	0,2929	0,2921	0,2915	0,2910	0,2905	0,2901	0,2898	0,2895	0,2892	0,2889	0,2887	0,2885	0,2884	0,2882	0,2880	0,2880
1,50	0,3510	0,3480	0,3457	0,3438	0,3425	0,3414	0,3405	0,3398	0,3391	0,3386	0,3381	0,3377	0,3374	0,3371	0,3368	0,3366	0,3364	0,3362	0,3360	0,3358	0,3357	0,3357
1,60	0,3930	0,3897	0,3873	0,3855	0,3841	0,3830	0,3822	0,3814	0,3808	0,3803	0,3798	0,3794	0,3791	0,3787	0,3785	0,3782	0,3780	0,3778	0,3776	0,3775	0,3773	0,3773
1,70	0,4300	0,4263	0,4240	0,4222	0,4209	0,4198	0,4189	0,4181	0,4175	0,4170	0,4165	0,4161	0,4158	0,4155	0,4152	0,4150	0,4148	0,4146	0,4144	0,4142	0,4141	0,4141
1,80	0,4620	0,4589	0,4566	0,4548	0,4535	0,4524	0,4515	0,4508	0,4502	0,4496	0,4492	0,4488	0,4484	0,4481	0,4479	0,4476	0,4474	0,4472	0,4470	0,4469	0,4467	0,4467
1,90	0,4910	0,4880	0,4857	0,4840	0,4826	0,4816	0,4807	0,4800	0,4793	0,4788	0,4784	0,4779	0,4776	0,4773	0,4771	0,4768	0,4766	0,4764	0,4763	0,4761	0,4760	0,4760
2,00	0,5170	0,5142	0,5119	0,5102	0,5089	0,5078	0,5069	0,5062	0,5056	0,5051	0,5046	0,5043	0,5039	0,5036	0,5034	0,5031	0,5029	0,5027	0,5025	0,5024	0,5022	0,5022

12

Таблица 2а

$$\bar{e}(\alpha, \rho)$$

$\alpha \backslash \rho$	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110	
0,90	4,31	4,98	5,57	6,10	6,59	7,05	7,47	7,88	8,26	8,63	8,98	9,32	9,65	9,97	10,3	10,6	10,9	11,1	11,4	11,7	11,7
0,92	4,56	5,27	5,89	6,45	6,97	7,45	7,90	8,33	8,74	9,13	9,50	9,86	10,2	10,5	10,9	11,2	11,5	11,8	12,1	12,4	12,4
0,94	4,90	5,66	6,33	6,93	7,49	8,01	8,49	8,95	9,39	9,81	10,2	10,6	11,0	11,3	11,7	12,0	12,3	12,7	13,0	13,3	13,3
0,96	5,43	6,27	7,01	7,67	8,29	8,86	9,40	9,91	10,4	10,8	11,3	11,7	12,1	12,5	12,9	13,3	13,7	14,0	14,4	14,7	14,7
0,98	5,74	6,67	7,49	8,25	8,97	9,75	10,5	11,2	11,8	12,4	12,9	13,4	13,9	14,4	14,9	15,4	15,8	16,2	16,7	17,1	17,5
1,00	6,06	7,33	8,49	9,58	10,6	11,6	12,5	13,4	14,3	15,2	16,0	16,8	17,6	18,4	19,1	19,8	20,6	21,3	22,0	22,7	22,7
1,04	6,69	8,14	9,52	10,9	12,1	13,5	14,8	16,1	17,4	18,7	19,9	21,2	22,5	23,8	25,0	26,3	27,5	28,8	30,1	31,3	31,3
1,08	6,99	8,71	10,4	12,1	13,7	15,4	17,1	18,8	20,5	22,1	23,8	25,4	27,1	28,7	30,3	31,9	33,5	35,1	36,7	38,3	38,3
1,12	7,39	9,37	11,3	13,3	15,2	17,2	19,2	21,1	23,0	24,9	26,8	28,8	30,6	32,5	34,4	36,4	38,2	40,0	41,8	43,7	43,7
1,16	7,80	9,99	12,2	14,4	16,5	18,7	20,9	23,0	25,2	27,3	29,4	31,6	33,6	35,7	37,8	40,0	42,0	44,0	46,0	48,0	48,0
1,20	8,19	10,6	13,0	15,3	17,6	20,1	22,4	24,8	27,1	29,4	31,7	34,0	36,2	38,5	40,7	42,9	45,2	47,4	49,6	51,8	51,8
1,30	9,08	11,9	14,7	17,4	20,1	22,9	25,6	28,3	31,0	33,7	36,3	39,0	41,6	44,2	46,7	49,4	51,9	54,5	57,1	59,7	59,7
1,40	9,86	13,0	16,1	19,2	22,1	25,3	28,3	31,3	34,3	37,3	40,2	43,1	46,0	48,9	51,8	54,8	57,6	60,4	63,2	66,0	66,0
1,50	10,5	14,0	17,3	20,7	24,0	27,3	30,6	33,9	37,1	40,3	43,5	46,7	49,9	53,1	56,2	59,3	62,4	65,6	68,7	71,7	71,7
1,60	11,2	14,8	18,5	22,1	25,6	29,2	32,7	36,2	39,7	43,1	46,6	50,0	53,4	56,8	60,2	63,6	66,9	70,1	73,5	76,8	76,8
1,70	11,8	15,7	19,5	23,3	27,0	30,9	34,6	38,3	42,0	45,7	49,3	52,9	56,5	60,1	63,7	67,3	70,8	74,3	77,8	81,3	81,3
1,80	12,3	16,4	20,5	24,5	28,4	32,4	36,4	40,3	44,2	48,0	51,9	55,6	59,5	63,3	67,1	70,8	74,6	78,3	82,0	85,7	85,7
1,90	12,8	17,1	21,4	25,6	29,7	33,9	38,0	42,1	46,2	50,2	54,2	58,2	62,2	66,2	70,2	74,1	78,0	81,9	85,8	89,7	89,7
2,00	13,3	17,8	22,2	26,6	30,9	35,3	39,6	43,8	48,1	52,3	56,4	60,6	64,8	69,0	73,0	77,2	81,2	85,4	89,5	93,5	93,5

13

Таблица 26

		$\bar{e}(\alpha, \beta)$																		
$\alpha \backslash \beta$	130	150	170	190	210	230	250	270	290	310	330	350	370	390	410	430	450	470	490	510
0,98	19,0	20,4	24,7	23,0	24,1	25,3	26,3	27,4	28,4	29,3	30,3	31,2	32,0	32,9	33,7	34,5	35,3	36,1	36,9	37,6
1,00	25,3	27,9	30,3	32,6	34,8	37,0	39,2	41,2	43,2	45,2	47,1	49,0	50,8	52,6	54,4	56,1	57,9	59,6	60,3	63,0
1,04	36,4	41,2	46,1	51,0	55,7	60,5	65,3	69,9	74,5	79,2	83,7	88,3	92,9	97,4	102	106	111	115	119	124
1,08	44,8	50,9	57,1	63,2	69,2	75,2	81,2	87,1	92,8	98,7	104	110	116	121	127	133	138	144	149	155
1,12	51,0	58,5	65,2	72,2	79,1	86,0	92,8	99,6	106	113	120	126	133	139	146	152	159	165	171	178
1,16	56,1	64,0	71,8	79,5	87,2	94,8	102	110	117	125	132	139	147	154	161	168	175	183	190	197
1,20	60,5	69,0	77,5	85,9	94,2	102	111	119	127	135	143	151	159	167	174	182	190	198	206	213
1,30	69,8	79,6	89,5	99,2	109	118	128	137	147	156	166	175	184	193	203	212	221	230	239	248
1,40	77,4	88,4	99,0	110	121	132	142	153	164	174	185	195	205	216	226	236	247	257	267	277
1,50	84,0	96,0	108	120	132	143	155	167	178	190	201	213	224	235	247	258	269	281	292	303
1,60	90,0	103	116	129	141	154	166	179	191	204	216	229	241	253	265	278	290	302	314	326
1,70	95,5	109	123	136	150	164	177	190	204	217	230	243	256	269	282	295	308	321	334	347
1,80	100	115	129	144	158	172	187	201	215	229	243	257	271	284	298	312	326	340	353	367
1,90	105	120	136	151	166	181	196	211	225	240	255	269	284	299	313	328	342	357	371	385
2,00	110	126	142	157	173	189	204	220	235	251	266	281	297	312	327	342	357	373	388	403

14

Таблица 3а.

		$\bar{e}^2(\alpha, \beta)$																		
$\alpha \backslash \beta$	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100	105	110
0,90	23,7	31,6	39,5	47,4	55,3	63,3	71,1	79,1	87,0	94,9	103	111	119	127	134	142	150	158	166	174
0,92	26,5	35,3	44,2	53,0	61,9	70,7	79,5	88,4	97,2	106	115	124	133	141	150	159	168	177	186	194
0,94	30,6	40,8	51,0	61,2	71,4	81,6	91,9	102	112	122	133	143	153	163	174	184	194	204	214	224
0,96	37,5	50,0	62,4	75,0	87,5	100	112	125	138	150	163	175	187	200	212	225	238	250	263	275
0,98	39,7	57,9	77,5	98,6	121	141	159	177	194	212	230	247	265	283	300	318	336	353	371	389
1,00	42,5	59,2	79,5	101	124	148	173	199	226	254	282	311	341	372	403	434	466	500	533	567
1,04	43,0	62,9	84,7	108	133	160	188	218	249	282	317	352	390	428	469	510	553	598	644	691
1,08	43,7	64,9	88,8	115	144	176	211	248	288	330	375	422	473	525	580	637	697	759	824	892
1,12	45,2	68,4	95,4	126	160	199	240	286	335	387	444	504	567	635	706	781	858	939	1020	1110
1,16	47,2	72,8	103	138	177	223	272	327	385	448	517	590	667	749	836	928	1020	1120	1230	1330
1,20	49,6	77,8	112	152	197	249	306	369	438	512	592	678	769	865	968	1070	1180	1310	1430	1560
1,30	56,3	91,6	135	187	247	316	393	479	571	673	782	901	1030	1160	1300	1450	1610	1780	1950	2140
1,40	63,9	106	160	224	299	386	483	591	709	838	977	1130	1290	1460	1640	1840	2040	2250	2470	2710
1,50	71,9	122	185	262	352	456	573	704	847	1000	1170	1360	1550	1760	1980	2220	2460	2730	3000	3290
1,60	80,1	138	211	301	406	528	666	818	987	1170	1370	1590	1820	2060	2330	2610	2900	3210	3530	3870
1,70	88,6	154	238	340	461	600	757	934	1130	1340	1570	1820	2080	2370	2670	2990	3330	3680	4060	4450
1,80	97,1	170	265	379	515	673	851	1050	1270	1510	1770	2050	2350	2670	3020	3380	3760	4170	4590	5040
1,90	106	187	291	419	570	745	943	1160	1410	1680	1970	2280	2620	2980	3360	3770	4190	4650	5120	5620
2,00	115	204	319	459	625	818	1040	1280	1550	1850	2170	2510	2890	3280	3700	4150	4630	5130	5660	6210

15

Таблица 36

$\bar{c}^2(\alpha, \rho)$																				
$\alpha \backslash \rho$	130	150	170	190	210	230	250	270	290	310	330	350	370	390	410	430	450	470	490	510
0,98	460	530	601	672	742	813	884	955	1020	1100	1170	1240	1310	1380	1450	1520	1590	1660	1730	1800
1,00	708	857	1010	1170	1340	1510	1690	1870	2060	2250	2450	2640	2830	3050	3270	3480	3700	3920	4140	4370
1,04	895	1120	1360	1630	1920	2230	2560	2910	3280	3670	4080	4500	4950	5420	5910	6410	6940	7490	8050	8630
1,08	1190	1520	1890	2290	2740	3220	3740	4290	4880	5510	6170	6870	7600	8370	9170	101·10 ²	109·10 ²	118·10 ²	127·10 ²	137·10 ²
1,12	1500	1940	2430	2980	3580	4240	4940	5700	6540	7380	8290	9260	103·10 ²	113·10 ²	125·10 ²	136·10 ²	149·10 ²	161·10 ²	175·10 ²	188·10 ²
1,16	1810	2360	2980	3670	4430	5260	6160	7120	8150	9260	104·10 ²	117·10 ²	130·10 ²	143·10 ²	158·10 ²	173·10 ²	188·10 ²	205·10 ²	222·10 ²	240·10 ²
1,20	2130	2790	3440	4370	5290	6290	7380	8550	9500	111·10 ²	126·10 ²	141·10 ²	157·10 ²	173·10 ²	191·10 ²	209·10 ²	228·10 ²	248·10 ²	269·10 ²	290·10 ²
1,30	2940	3870	4930	6120	7430	8870	104·10 ²	121·10 ²	139·10 ²	158·10 ²	179·10 ²	201·10 ²	224·10 ²	248·10 ²	274·10 ²	300·10 ²	328·10 ²	357·10 ²	388·10 ²	420·10 ²
1,40	3750	4960	6340	7880	9530	114·10 ²	135·10 ²	157·10 ²	180·10 ²	206·10 ²	233·10 ²	261·10 ²	291·10 ²	323·10 ²	357·10 ²	392·10 ²	428·10 ²	467·10 ²	507·10 ²	548·10 ²
1,50	4570	6050	7740	9640	117·10 ²	140·10 ²	165·10 ²	193·10 ²	222·10 ²	253·10 ²	286·10 ²	321·10 ²	359·10 ²	398·10 ²	440·10 ²	483·10 ²	528·10 ²	576·10 ²	625·10 ²	677·10 ²
1,60	5380	7140	9150	114·10 ²	139·10 ²	166·10 ²	196·10 ²	228·10 ²	263·10 ²	300·10 ²	340·10 ²	382·10 ²	426·10 ²	473·10 ²	523·10 ²	574·10 ²	629·10 ²	685·10 ²	744·10 ²	806·10 ²
1,70	6200	8230	106·10 ²	132·10 ²	160·10 ²	192·10 ²	227·10 ²	264·10 ²	304·10 ²	348·10 ²	394·10 ²	442·10 ²	494·10 ²	548·10 ²	606·10 ²	666·10 ²	729·10 ²	794·10 ²	863·10 ²	934·10 ²
1,80	7020	9330	120·10 ²	149·10 ²	182·10 ²	218·10 ²	258·10 ²	300·10 ²	346·10 ²	395·10 ²	447·10 ²	503·10 ²	562·10 ²	623·10 ²	689·10 ²	757·10 ²	829·10 ²	904·10 ²	982·10 ²	106·10 ³
1,90	7840	104·10 ²	134·10 ²	167·10 ²	204·10 ²	244·10 ²	288·10 ²	336·10 ²	387·10 ²	442·10 ²	501·10 ²	563·10 ²	629·10 ²	699·10 ²	772·10 ²	849·10 ²	929·10 ²	101·10 ³	110·10 ³	119·10 ³
2,00	8660	115·10 ²	148·10 ²	185·10 ²	225·10 ²	270·10 ²	319·10 ²	372·10 ²	429·10 ²	490·10 ²	555·10 ²	624·10 ²	697·10 ²	774·10 ²	855·10 ²	940·10 ²	103·10 ³	112·10 ³	122·10 ³	132·10 ³

16

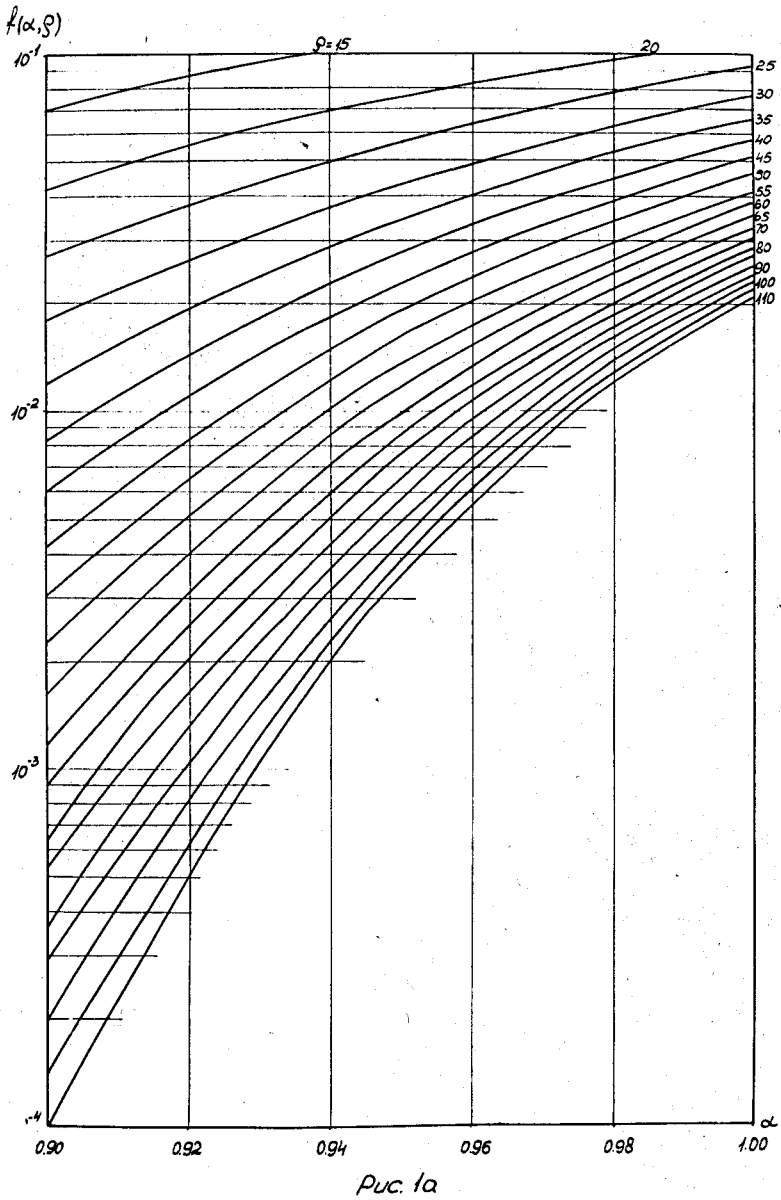
Таблица 4.

ρ	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70
α_1	0,96385	0,96990	0,97392	0,97681	0,97901	0,98075	0,98217	0,98335	0,98435	0,98522	0,98597	0,98664
α_2	I,0400	I,0327	I,0280	I,0247	I,0222	I,0203	I,0187	I,0174	I,0163	I,0154	I,0146	I,0139
ρ	75	80	85	90	95	100	105	110	130	150	170	190
α_1	0,98722	0,98776	0,98823	0,98867	0,98906	0,98942	0,98976	0,990066	0,99110	0,99190	0,99254	0,99307
α_2	I,0132	I,0127	I,0121	I,0117	I,0113	I,0109	I,0105	I,0102	I,0091	I,0083	I,0076	I,0071
ρ	210	230	250	270	290	310	330	350	370	390	410	430
α_1	0,99352	0,99389	0,99422	0,99451	0,99476	0,99499	0,99519	0,99538	0,99554	0,99570	0,99583	0,99596
α_2	I,0066	I,0062	I,0059	I,0056	I,0053	I,0050	I,0049	I,0047	I,0045	I,0043	I,0042	I,0041
ρ	450	470	490	510								
α_1	0,99608	0,99620	0,99630	0,99640								
α_2	I,0040	I,0038	I,0037	I,0036								

17

Таблица 5.

ИОН	Е _{лаб}	Au		Ta		Sn		Ag		Cu	
		МЭ.	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб		
C ^{I2}	II4	1960	1930 + 140	2000	1900+150	1990	1950+80	1930	2000 + 80	1800	1850+70
O ^{I6}	150	2040	2070 + 180	2070	1950+150	2060	1940+80	2010	1980 + 90	1900	2040+70
ИОН	Е _{лаб}	Ni		Fe		Al		C		Be	
		МЭ.	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб	б _{теор.} (б _р) мб		
C ^{I2}	II4	1710	1710+80	1830	1710+80	1490	1520+60	1210	1010+70	1170	1140+50
O ^{I6}	150	1830	1950+60	1740	1780+70	1570	1730+70	1300	1270+60	1250	1380+40



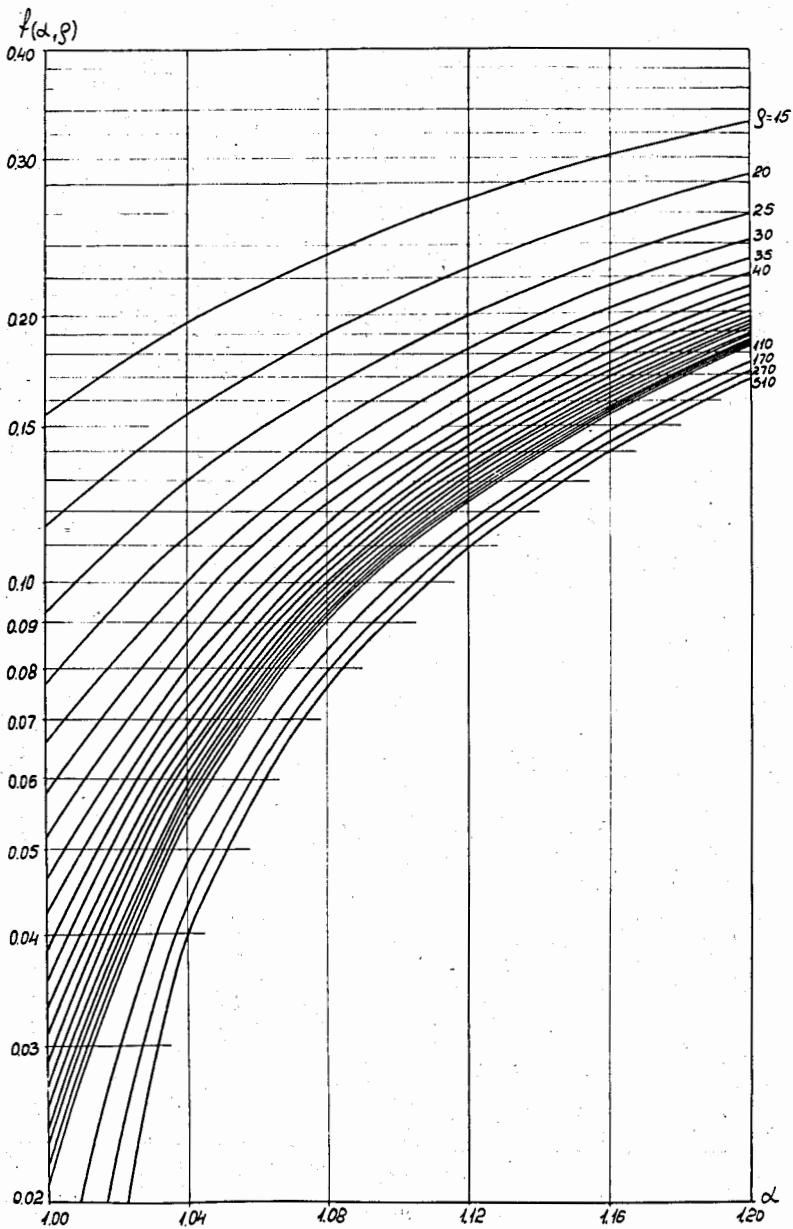


Рис. 15

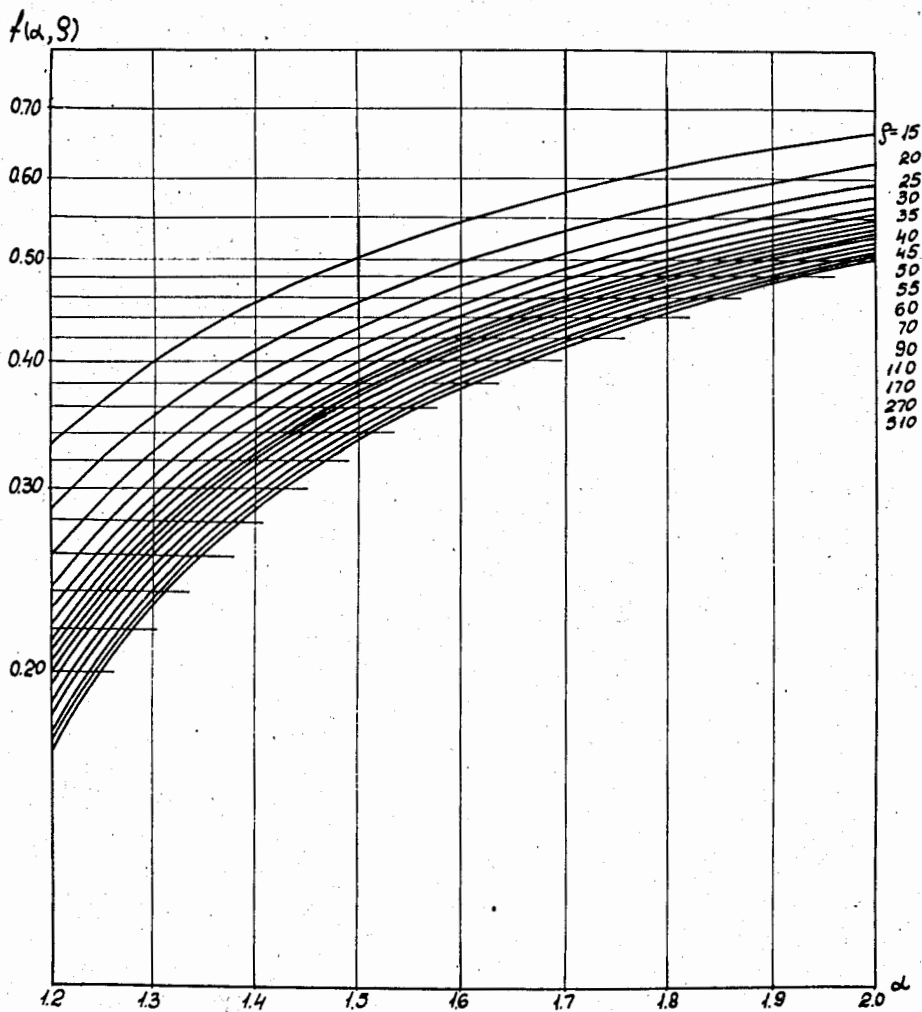


Рис. 18.

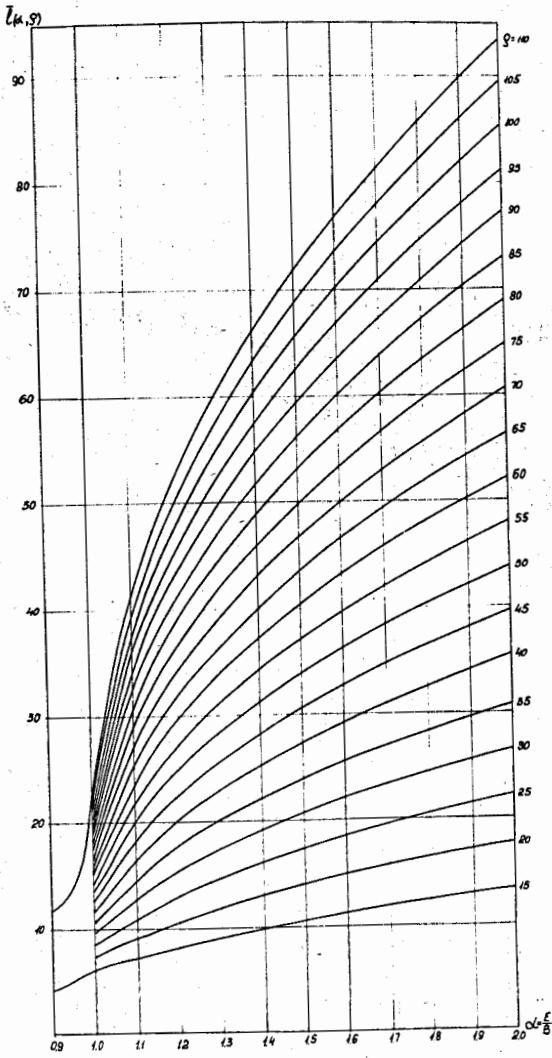


Рис. 2а

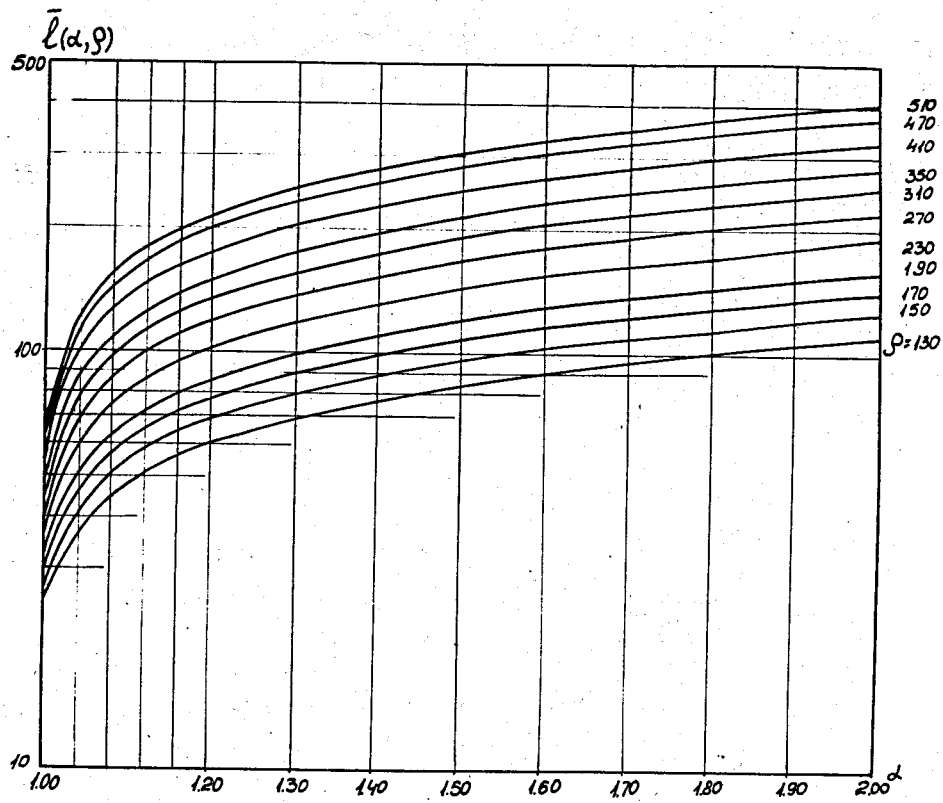


Рис. 25

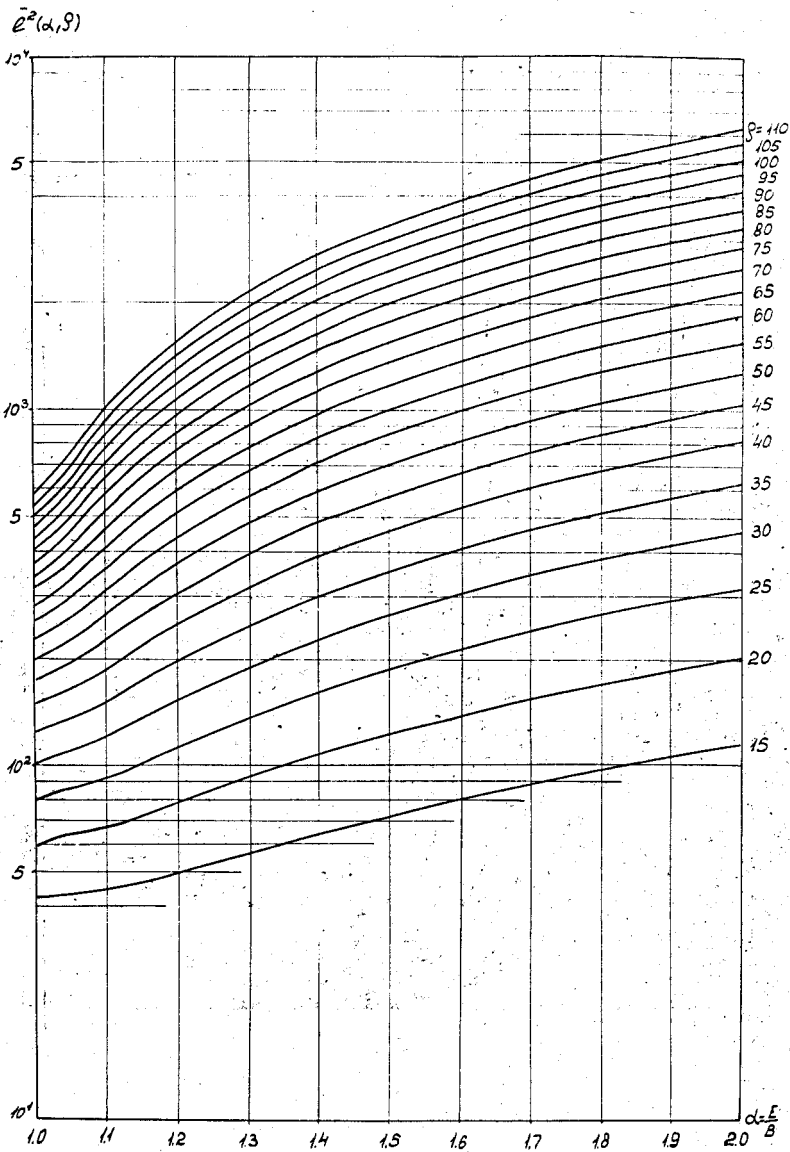


Рис. 3а

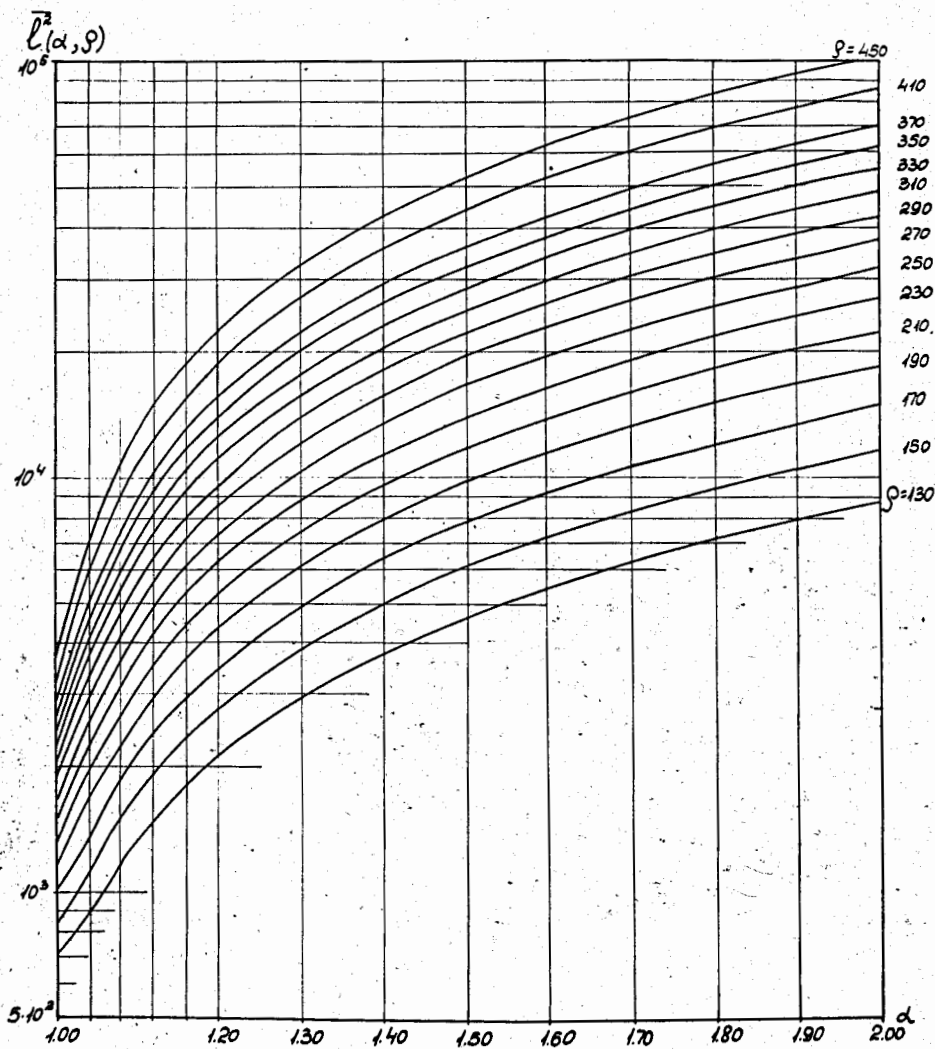


Fig. 38

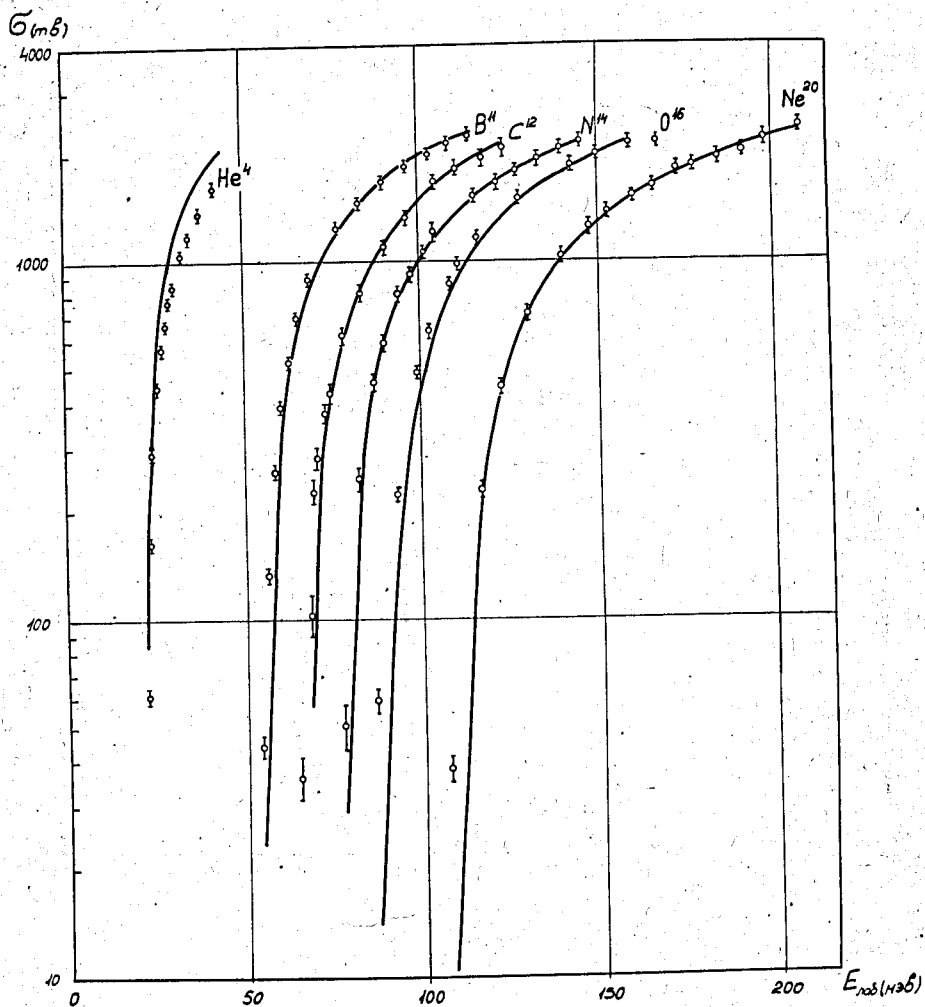


Рис. 4