ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.С. Барашенков, Г.Ю. Кайзер, Э.Э. Капусцик, Я.С. Квециньски

Р-1348

ПОЛУФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ НА СИСТЕМЕ СО СПИНОМ 1/2

Nucl. Phys. 1964, v50, n4, p 684-692

Дубна 1963

В.С. Барашенков, Г.Ю. Кайзер[x)], Э.Э. Капусцик,[xx)] Я.С. Квециньски[xx)]

Р-1348

2002, уз

ПОЛУФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОМПТОНОВСКОГО РАССЕЯНИЯ НА СИСТЕМЕ СО СПИНОМ 1/2

Направлено в „Nuclear Physics"

x) Технический университет, Дрезден (ГДР).

xx) Институт ядерной физики, Краков (Польша).

Аннотация

В общем случае упругого рассеяния γ -квантов на произвольной системе со спином 1/2 вычислено эффективное сечение, выражающееся через шесть форм-факторов. Если энергия γ -квантов ω значительно меньше массы π -мезона, то это сечение выражается через электрический заряд, аномальный магнитный момент, электрическую и магнитную поляризуемости рассеивающей системы. В частном случае упругого рассеяния на протоне полученное таким образом приближенное выражение хорошо согласуется с известными экспериментальными данными вплоть до энергий $\omega \simeq 100-150$ Мэв, если электрическая поляризуемость протона $\alpha = 9 \cdot 10^{-43}$ см^3, а его магнитная поляризуемость $\beta \simeq 2 \cdot 10^{-43}$ см^3.

Методом двойных дисперсионных соотношений получены аналитические выражения для поляризуемостей α и β.

Abstract

The effective cross section in the general case of elastic scattering of γ-rays on arbitrary systems of spin ½ is expressed in terms of six form factors. In the case when the γ-ray energy ω is considerably smaller than the mass of the πmeson then this cross section is expressed in terms of the electric charge, the anomalous magnetic moment and the electric and magnetic polarizabilities of the scattering system. For elastic scattering on protons the expression obtained agrees well with experimental data in the energy range $\omega \approx$ 100 to 150 MeV if the electric polarizability of the proton is $\alpha = 9 \cdot 10^{-43}$ cm^3 and its magnetic polarizability is $\beta = 2 \cdot 10^{-43}$cm^3.

Analytic expressions for the polarizabilities α and β are obtained using double dispersion relations.

1. Введение

Информацию об электромагнитной структуре нуклонов и ядер в настоящее время получают в основном из опытов с рассеянием быстрых электронов. Анализ этих опытов дает сведения о жестких, не изменяющихся под действием электромагнитного поля распределениях электрического заряда и магнитного момента. Очень интересные, с теоретической точки зрения, свойства нуклонов, связанные с их деформацией, и в первую очередь их электрическая и магнитная поляризуемости, существенно проявляются лишь при энергиях порядка Бэв и выше. Теоретический анализ при таких высоких энергиях очень сложен, так как для этого необходимо знать зависящую от большого числа инвариантов амплитуду виртуального рассеяния γ -квантов.

Более удобными для изучения деформации нуклонов и ядер являются опыты с комптоновским рассеянием γ -квантов. Электрическая и магнитная поляризуемости в этом случае проявляются как основной эффект внутренней структуры рассеивающей частицы уже при энергиях порядка нескольких десятков Мэв.

Исследование комптоновского рассеяния облегчает также и анализ опытов по упругому рассеянию электронов в области энергий $\gtrsim$ 1 Бэв.

Различные теоретические приближения для амплитуды комптоновского рассеяния на системе, имеющей внутреннюю структуру, рассматривались уже во многих работах. В частности, в работах /1,2/ в общем виде, без использования каких-либо конкретных вариантов мезонных теорий, получено выражение амплитуды с точностью до членов порядка ω/μ (ω - энергия рассеивающегося γ -кванта, μ -масса π -мезона). Следующие члены разложения амплитуды, квадратичные и кубичные, получены в работах /3,4,5/. Методы, использованные в работах /1-5/, основаны на анализе в импульсном пространстве энергетической зависимости коэффициентов при независимых инвариантах. При этом в каждом следующем приближении использовались специальные и, вообще говоря, весьма сложные рассуждения.

Ниже мы покажем, что рассмотрение независимых инвариантов в координатном пространстве значительно упрощает рассуждения и позволяет получить амплитуду в любом приближении.

В первом приближении по ω/μ амплитуда целиком определяется электрическим зарядом и аномальным магнитным моментом рассеивающей системы. Во втором и третьем приближениях добавляется еще электрическая и магнитная поляризуемости α и β. В следующих приближениях, как мы увидим ниже, число независимых постоянных, характеризующих внутреннюю структуру частицы-мишени, быстро возрастает; в этом случае амплитуду более удобно выразить через форм-факторы. Часть этих форм-факторов определяет пространственное распределение электромагнитной поляризуемости системы, другая их часть имеет более сложный физический смысл.

Как и в случае хорошо известной формулы Розенблюса форм-факторы (или константы при небольших энергиях) могут быть определены из сравнений теоретического сечения с экспериментальными угловыми распределениями.

Возможен, конечно, и другой подход: сравнивать с экспериментальными данными сечение, в котором форм-факторы вычислены с помощью какой-либо конкретной модели. Такое сечение является значительно более точным, чем вычисленное непосредственно в рамках рассматриваемой модели.

Численные оценки поляризуемостей нуклона α и β, полученные с помощью мезонной теории с фиксированным источником, приведены в работе /4/. В § 4 мы рассмотрим вычисление α и β методом двойных дисперсионных соотношений. Такой метод может дать значительно более точные результаты. Однако численных значений здесь еще не получено.

2. Структура амплитуды комптоновского рассеяния

Взаимодействие электромагнитного поля $A_\mu(x)$ с протяженной деформируемой системой, имеющей электрический заряд e, аномальный магнитный момент λ и спин $s = ½$, описывается гамильтонианом:

$$
\begin{aligned}
H(x) = \bar{\psi}(x)\{e\gamma^\mu A_\mu(x) + \frac{\lambda}{2}\sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu}(x)\}\psi(x) + \\
+ \psi(x)\sum_{n,m=0}^{\infty}\Box^m \left(p^\alpha p^\beta \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\frac{\partial}{\partial x^\beta}\right)^n \times \\
\times\{r_{1mn}F^{\mu\nu}(x)F_{\mu\nu}(x) + r_{2mn}\gamma^5 \tilde{F}^{\mu\nu}(x)F_{\mu\nu}(x) + r_{3mn}\gamma^\mu p^\nu F_\mu^{\ \lambda}(x)F_{\lambda\nu}(x) + r_{4mn}p^\mu p^\nu F_\mu^{\ \lambda}(x)F_{\lambda\nu}(x) + \\
+ r_{5mn}\gamma^\mu p^\varkappa \frac{\partial}{\partial x^\varkappa}\left[\frac{\partial F_\mu^{\ \lambda}(x)}{\partial x_\nu}F_{\lambda\nu}(x)\right] + r_{6mn}\gamma^5\gamma^\nu \frac{\partial F_{\lambda\mu}(x)}{\partial x_\nu}\tilde{F}^{\mu\varkappa}(x)p_\varkappa p_\lambda + \\
+ \text{эрмит. сопр.}\ \}\psi(x)_x .
\end{aligned} \tag{1}
$$

Здесь r_{imn} – постоянные коэффициенты; $p^\nu \equiv i\partial/\partial x_\nu$ – оператор четырехмерного импульса, действующий на спинор $\psi(x)$; $\Box \equiv \sum^4 \partial^2/\partial x^2$ – оператор, действующий на тензор электромагнитного поля $F^{\mu\nu}(x)$ $\tilde{F}^{\mu\nu}(x) = \epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}F_{\lambda\sigma}(x)$; $\epsilon^{\mu\nu\lambda\sigma}$ – полностью антисимметричный единичный псевдотензор.

Гамильтониан $H(x)$ удовлетворяет условиям релятивистской и калибровочной инвариантностей (так как мы не рассматриваем виртуальных электромагнитных процессов; то $\Box^n A_\mu = \Box^n F^{\mu\nu} = 0$) $H(x)$ инвариантен также по отношению к преобразованиям пространственного и временного отражения.

Амплитуда упругого рассеяния

$$p + k \to p' + k'$$

вычисляется с помощью стандартных правил. Шесть независимых инвариантов этой амплитуды и их соответствие различным членам гамильтониана $H(x)$ указаны в следующей таблице.

Гамильтониан	Амплитуда (с точностью до численных фактов и степеней M; лаб.система координат)
$\gamma^\mu A_\mu$	$\hat{e}$, $\hat{e}'$
$\sigma^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$	$\hat{e}\hat{k}$, $\hat{k}'\hat{e}'$
$F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$	$(ee')(kk') - (ek')(e'k)$
$\gamma^5\tilde{F}^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$	$\gamma^5 e_\mu e'_\nu k_\varkappa k'_\lambda \epsilon^{\mu\nu\varkappa\lambda}$
$\gamma^\mu p^\nu F_\mu^{\ \lambda}F_{\lambda\nu}$ + эрм.сопр.	$(ek')\omega\hat{e}' + (e'k)\omega\hat{e} - (ee')(\omega\hat{k}' + \omega'\hat{k})$
$p^\mu p^\nu F_\mu^{\ \lambda}F_{\lambda\nu}$ + эрм.сопр.	$\omega\omega'(ee')$
$\gamma^\mu p^\varkappa \frac{\partial}{\partial x^\varkappa}\left(\frac{\partial F_\mu^{\ \lambda}}{\partial x_\nu}F_{\lambda\nu}\right)$ + эрм.сопр.	$[(ee')(kk')-(ek')(e'k)](\omega+\omega')(\hat{k} + \hat{k}')$
$\gamma^5\gamma^\nu \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x^\nu}\tilde{F}^{\mu\kappa}p_\kappa p^\lambda$ + эрм.сопр.	$\gamma^5(\omega' k_\kappa \hat{k}' + \omega k'_\kappa \hat{k})e_\mu e'_\nu p_\lambda \epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}$
$\Box^m$	$(kk')^m$
$\left(p^\alpha p^\beta \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\frac{\partial}{\partial x^\beta}\right)^n$	$(\omega + \omega')^{2n}$

В этой таблице $k = (\omega, \bar{k})$ и $k' = (\omega', \bar{k}')$ – четырехмерные импульсы падающего и рассеянного γ-квантов, e и e' – их поляризации; $(ab) \equiv a_\mu b^\mu$ – скалярное произведение четырехмерных векторов a и b; $\hat{a} \equiv \gamma^\mu a_\mu$.

Далее мы будем использовать также следующие обозначения: $p = (M, 0)$ – четырехмерный импульс частицы-мишени до взаимодействия, p' – ее импульс после взаимодействия; $s = (p+k)^2$; $t = (k-k')^2$; $\operatorname{Cos}\theta = \bar{k}\bar{k}'/\omega\omega'$; $\hbar = c = \mu = 1$.

Так как при аналогичном выводе формулы Розенблюса (см., например, /6/) <u>полиномиальный</u> вклад производных $\Box^m$ и $\left(p^\alpha p^\beta \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\frac{\partial}{\partial x^\beta}\right)^n$ может быть представлен в виде коэффициентов $G_i(s,t)$ при соответствующих инвариантах:

$$G_i(s,t) = \sum_{n,m=0}^{\infty} r_{imn}(kk')^m(\omega+\omega')^{2n} = \sum_{k=0}^{\infty} a_{ik}(\omega\omega')^k .$$

Величины a_{ik} зависят лишь от угла рассеяния: $a_{ik} = a_{ik}(\operatorname{Cos}\theta)$. В этом легко убедиться, если учесть, что

$$(kk') = \omega\omega'(1 - \operatorname{Cos}\theta),$$

$$(\omega+\omega')^2 = 4\omega\omega' + \omega^2\omega'^2(1 - \operatorname{Cos}\theta)^2/M^2 .$$

Степень ω, начиная с которой вклад того или иного инварианта становится отличным от нуля, теперь вполне очевидна.[x)] В работах /1-5/ для определения этих степеней

x) Напомним, что

$$\omega' = \omega M/[M + \omega(1 - \operatorname{Cos}\theta)] = \omega - \omega^2(1 - \operatorname{Cos}\theta)/M + \ldots$$

(другими словами, для определения числа констант в разложениях форм-факторов, которые следует учитывать в заданном приближении по ω) требовались сложные рассуждения.

Так как энергии γ -квантов ω и ω' в разложения коэффициентов $G_i(s,t)$ входят в виде произведения $\omega\omega'$, то число не зависящих от энергии величин a_{ik} , которые следует учитывать в $2n$ -ом и $(2n+1)$ -ом приближениях, всегда одинаково.

3. Сечение комптоновского рассеяния

Опуская вычисления шпуров, приведем окончательное выражение для эффективного сечения в лабораторной системе координат[x)]:

$$\frac{d\sigma(\omega,\theta)}{d\Omega} = \frac{d\sigma_P(\omega^2\,\theta)}{d\Omega} + \left(\frac{e^2}{M}\frac{\omega'}{\omega}\right)^2 \frac{\omega\omega'}{M^2}\left[(4G_3-G_4)(1+\cos^2\theta)-G_1(1-\cos\theta)^2\right]+$$

$$+\tfrac{1}{2}\left(\frac{e^2}{M}\frac{\omega'}{\omega}\right)^2\left(\frac{\omega\omega'}{M^2}\right)^2\Big\{G_1(1-\cos\theta)\left[1-\cos\theta+\lambda\left(1+\frac{\lambda}{2}\right)(1+\cos\theta)\right]-$$

$$-G_2(1-\cos\theta)\left[(1-\cos\theta)^2+\lambda(1-\cos\theta)(3+\lambda^2-\cos\theta)\right]+$$

$$+2G_3(1-\cos\theta)^2\left[3+\cos\theta+\lambda(1+\lambda)(1+\cos\theta)\right]-$$

$$-\tfrac{1}{4}G_4(1-\cos\theta)\left[(1-\cos\theta)^2-\lambda(2+\lambda)(1-\cos\theta)\right]-$$

$$-8G_5(1-\cos\theta)^2-2G_6\sin^2\theta\,(1+\cos\theta)(1+\lambda+\lambda^2)+2G_1^2(1-\cos\theta)+$$

$$+16G_3^2(2-\cos\theta+\cos^2\theta)+G_4^2(1+\cos^2\theta)+2G_1(G_4-4G_3)(1-\cos\theta)^2-$$

$$-4G_3G_4(1-\cos\theta+2\cos^2\theta)\Big\}-$$

$$-\tfrac{1}{2}\left(\frac{e^2}{M}\frac{\omega'}{\omega}\right)^2\left(\frac{\omega\omega'}{M}\right)^3\left[2G_5(1-\cos\theta)^4-(G_1^2+G_2^2-4G_1G_3-G_2G_4)(1-\cos\theta)^3-\right.$$

$$-4(4G_3^2+2G_1G_5-4G_3G_5+G_4G_5)(1-\cos\theta)^2-\tfrac{1}{2}G_4^2(1+\cos^2\theta)(1-\cos\theta)+$$

$$\left.+4G_6^2(1+\cos\theta)^3+G_3G_4(1-\cos\theta)^2(1-3\cos\theta)-8G_3G_6(1-\cos\theta)(1+\cos^2\theta)^2\right]+$$

$$+\tfrac{1}{2}\left(\frac{e^2}{M}\frac{\omega'}{\omega}\right)^2\left(\frac{\omega\omega'}{M^2}\right)^4(1-\cos\theta)\left[32G_5^2+(2G_1G_5-4G_3G_5+G_4G_5)(1-\cos\theta)^2\right]+$$

$$+4\left(\frac{e^2}{M}\frac{\omega'}{\omega}\right)^2\left(\frac{\omega\omega'}{M^2}\right)^5G_5^2(1-\cos\theta)^4,$$

---

x) Вычисления шпуров упрощаются, если учесть, что инвариант

$$(ek')\omega\hat{e}'+(e'k)\omega'\hat{e}-(ee')(\omega\hat{k}'+\omega'\hat{k}) =$$

$$=\Big\{2\omega\omega'(ek')(e'k)+\tfrac{1}{2}\left[(ee')(kk')-(e'k)(ek')-2\omega\omega'(ee')\right](\omega+\omega')(\hat{k}+\hat{k}')-$$

$$-\frac{1}{2M^2}(\omega' e_\mu e'_\nu k_\kappa p_\lambda+\omega e_\mu e'_\nu k'_\kappa p_\lambda)\epsilon^{\mu\nu\kappa\lambda}\gamma^5 e_\alpha e'_\beta k_\eta k'_\xi\epsilon^{\alpha\beta\eta\xi}(k+k')\Big\}\left[2\omega\omega'-(kk')\right]^{-1}.$$

где $d\sigma_P/d\Omega$ – сечение Поуэла (см. формулу (5) в работе[4]);

$$G_i \equiv G_i(s,t);$$

$$G_1(s,t) = -\beta(s,t)$$

$$G_4(s,t) = \alpha(s,t)+\beta(s,t)+4G_3(s,t);$$

$$\alpha(s,t) = \frac{M^3}{e^2}(\alpha+\alpha_1\omega^2+\ldots);$$

$$\beta(s,t) = \frac{M^3}{e^2}(\beta+\beta_1\omega^2+\ldots).$$

Легко видеть, что, если ограничиться членами порядка ω , ω^2 или ω^3, то это выражение совпадает соответственно с выражениями, полученными в работах[1,2],[3,4],[5], если вместо постоянных α и $\langle r^2\rangle$, использовавшихся в этих работах, ввести новую постоянную, равную сумме

$$\alpha+\frac{e^2}{3M}\langle r^2\rangle$$

($\langle r^2\rangle$ – среднеквадратичный радиус распределения электрического заряда в рассеивающей системе). Такое переопределение электрической поляризуемости представляется вполне понятным, так как из приведенного в предыдущем параграфе анализа следует, что форм-факторов, описывающих распределение электрического заряда и магнитного момента, в амплитуду комптоновского рассеяния входить не должно.

Форм-факторы $\alpha(\omega,\omega')$ и $\beta(\omega,\omega')$ определяют пространственные распределения электрической и магнитной поляризуемостей рассеивающей системы. Физический смысл других форм-факторов является более сложным; часть амплитуды, в которую входят первые члены разложения этих форм-факторов, зависит не только от полей $F^{\mu\nu}$, но и от скорости частицы-мишени.

Мы хотим еще раз отметить, что по сравнению с работами[1-5] предлагаемый здесь вывод амплитуды и сечения комптоновского рассеяния является более простым и более общим.

4. Сравнение с опытом

В качестве примера применения формулы (2) рассмотрим важный частный случай упругого рассеяния γ -квантов на протонах. Это рассеяние изучалось экспериментально во многих работах (экспериментальные данные для энергий $\omega \leq 140$ Мэв собраны в обзоре[4], экспериментальные данные для более высоких энергий содержатся в работах[7-9]). Однако точность измерений, как правило, очень низка. В области энергий $\omega \lesssim 100$ Мэв наиболее точные измерения выполнены, по-видимому, в работе[10].

На рис. 1 и 2 результаты расчетов по формуле (2) в кубичном приближении при значениях поляризуемостей $\alpha = 9\cdot 10^{-43}$ см^3 и $\beta = 2\cdot 10^{-43}$см^3, вычисленных по экспериментальным данным работы [10], сравниваются с результатами измерений, полученными другими авторами. Как видно, в области энергий $\omega < (100-150)$ Мэв согласие является вполне удовлетворительным. Для сравнения на этих же рисунках приведены соответствующие теоретические кривые, вычисленные при условии, что $\alpha = \beta = 0$; эти кривые значительно хуже согласуются с экспериментальными данными.

При энергиях $\omega \geq 150$ Мэв в формуле (2) необходимо учитывать следующие степени разложения членов с константами e, λ, α, β и следующие степени в разложениях форм-факторов. G_i.

5. Дисперсионный подход к изучению электромагнитной деформации протона

Чтобы получить теоретическое выражение для электрической и магнитной поляризуемостей протона, заметим, что часть амплитуды комптоновского рассеяния, выраженная через α и β (см. таблицу в § 2, а также [5]), следующим образом связана с обычно используемыми инвариантными амплитудами A_i [11]:

$$F_3 = \frac{1}{\sqrt{2M(M+E)}}\frac{1}{\sin^2\theta}[(M+E)(A_2 + A_1\cos\theta) - \frac{\omega+\omega'}{2}(A_5 + A_4\cos\theta)], \quad (3)$$

$$F_4 = -\frac{1}{\sqrt{2M(M+E)}}\frac{1}{\omega\omega'\ \sin^2\theta}[(M+F)(A_1 + A_2\cos\theta) - \frac{\omega+\omega'}{2}(A_4 + A_6\cos\theta)] \quad (3')$$

(M и E – масса и энергия протона).

Из сравнения этих соотношений следует, что

$$\alpha = -2M\frac{\partial A_1}{\partial t}\Big|_{t=0}, \quad (4)$$

$$\beta = 2M\frac{\partial A_2}{\partial t}\Big|_{t=0}. \quad (4')$$

Для вычисления амплитуд A_1 и A_2 воспользуемся приближенным дисперсионным соотношением Чини и Фубини [12]:

$$A_1(s,t) = \frac{1}{\pi}\int_{(M+\mu)^2}^{\infty}\frac{I_1(s')}{s'-s}ds' + \frac{1}{\pi}\int_{(M+\mu)^2}^{\infty}\frac{I_1(\bar{s}')}{\bar{s}'-\bar{s}}d\bar{s}' + \frac{1}{\pi}\int_{4\mu^2}^{\infty}\frac{J_1(t')}{t'-t}dt'. \quad (5)$$

Величины $I_i(s)$ и $J_i(t)$ просто связаны со спектральными функциями представления Мандельстама: эти величины являются членами нулевого порядка в разложениях по степеням t и $(s-M^2)$ мнимых частей амплитуд S -волны соответственно в первом и третьем каналах реакции $k+p \to k'+p'$. Поэтому использованное приближение не изменяет значений коэффициентов α и β.

Таким образом,

$$\alpha = \frac{2M}{\pi}\int_{(M+\mu)^2}^{\infty}\frac{I_1(s')}{(s'-M^2)^2}ds' - \frac{2M}{\pi}\int_{4\mu^2}^{\infty}\frac{J_1(t')}{t'^2}dt', \quad (6)$$

$$\beta = -\frac{2M}{\pi}\int_{(M+\mu)^2}^{\infty}\frac{I_2(s')}{(s'-M^2)^2}ds' + \frac{2M}{\pi}\int_{4\mu^2}^{\infty}\frac{J_2(t')}{t'^2}dt'. \quad (6')$$

С помощью условия унитарности в первом канале реакции функции $I_1(s)$ и $I_2(s)$ могут быть выражены через амплитуды, а затем и через полные сечения фоторождения π -мезонов на нуклонах. Относящиеся сюда вопросы рассмотрены в работах [13-15], поэтому мы опустим промежуточные вычисления и сразу приведем результат:

$$I_1(s) = \frac{\sigma_0(s) - 2\sigma_+(s)}{8\pi}(1+\frac{M}{\sqrt{s}}) + 3\,\frac{\sigma_0(s)}{8\pi}(1-\frac{M}{\sqrt{s}}), \quad (7)$$

$$I_2(s) = \frac{\sigma_0(s) - 2\sigma_+(s)}{8\pi}(1-\frac{M}{\sqrt{s}}) + 3(\rho-1)\frac{\sigma_0(s)}{16\pi}(1+\frac{M}{\sqrt{s}}), \quad (7')$$

где σ_0 и σ_+ – полные сечения фоторождения π^0 и π^+ -мезонов: $\gamma + p \to p + \pi^0$ и $\gamma + p \to n + \pi^+$; а ρ – параметр, равный приблизительно 0,5.

Таким же образом функции $J_1(t)$ и $J_2(t)$ можно выразить через амплитуды процессов $\pi+\gamma \to \pi+\gamma$ и $N+\bar{N} \to \pi+\pi$. Опуская снова промежуточные вычисления, приведем окончательные выражения:

$$J_1(t) = \frac{t-4M^2}{3\cdot 2^5\pi}\sqrt{\frac{t-4\mu^2}{t}}[D'_s(t) + \frac{4}{5}(t-4\mu^2)D''_s(t))A_s(t), \quad (8)$$

$$J_2(t) = -\frac{t-4M^2}{3\cdot 2^5\pi}t^2\sqrt{\frac{t-4\mu^2}{t}}[D'_s(t) - \frac{1}{3}(t-4\mu^2)D''_s(t)]A_s(t), \quad (8')$$

где D'_s и D''_s – две независимых амплитуды процесса $\pi+\pi \to \gamma+\gamma$ в S -состоянии:

$$A_{\pi\pi\to\gamma\gamma} = D'(ee') + D''\,2t(eq)(e'q).$$

(q – импульс π -мезона в системе центра масс, e и e' вектора поляризации γ -квантов), $A_s - S$ волна амплитуды двухпионной аннигиляции $N+\bar{N} \to \pi+\pi$.

Исследованию амплитуд D и A_s посвящен целый ряд теоретических работ (см., например, [16-19]), однако численных результатов еще не получено. Используя условие унитарности совместно с дисперсионными соотношениями, эти амплитуды можно выразить через амплитуды процессов $\pi+\pi \to \pi+\pi$, $\gamma+\pi \to \pi+\pi$, экспериментальное исследование которых является более доступным (в частности с помощью анализа периферических взаимодействий и экстраполяционных процедур) [4]. К сожалению, экспериментальная информация здесь еще очень бедна.

В заключение мы пользуемся случаем поблагодарить Д.И.Блохинцева и А.А.Логунова за обсуждения и ценные критические замечания.

Литература

1. F.E.Low. Phys. Rev., 96, 1428 (1954).
2. M.Gell-Mann, M.L.Goldberger. Phys.Rev., 96, 1433 (1954).
3. В.А.Путрунькин. ЖЭТФ, 40, 1148 (1961).
4. V.S.Barashenkov, H.J.Kaiser. Fortschritte d. Phys., 10,33 (1962).
5. V.S.Barashenkov, H.J.Kaiser, A.A.Ogreba. Phys.Lett, 2, 33 (1962).
6. L.Foldy. Phys. Rev., 87, 688 (1952).
7. G.Berdardini, A.O.Hanson, A.C.Odian, T.Yamagata, L.B.Auerbach. Nuovo. Cim., 18, 1203 (1960).
8. W.De Wire, M.Feldman, V.L.Highland, R.Littauer, Phys. Rev., 124, 909 (1961).
9. П.С.Баранов, Л.И.Словохотов, Г.А.Сокол, Л.Н.Штарков. ЖЭТФ, 41, 1713 (1961).
10. В.И.Гольданский, О.А.Карпухин, А.В.Куценко, В.В.Павловская. ЖЭТФ, 38, 1695 (1960).
11. J.D.Walecka. Some Remarks of Compton Scattering. Preprint (1961).
12. M.Cini, S.Fubini. Ann. of Phys., 10, 352 (1960).
13. A.P.Contogouris. Nuovo Cim., 25, 104 (1962).
14. G.E.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low, Y.Nambu. Phys. Rev., 106, 1345 (1957).
15. A.P.Contogouris. Phys. Rev., 124, 912 (1961).
16. M.Gourdin, A.Martin. Nuovo Cim., 17, 224 (1960).
17. W.R.Frazer, J.P.Fulco. Phys.Rev., 117, 1609 (1960).
18. G.F.Chew, M.L.Goldberger, F.E.Low, Y.Nambu. Phys. Rev., 106, 1337 (1957).
19. J.Bowcock, W.N.Cottingham, D.Lurie. Nuovo Cim., 16, 918 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
5 июля 1963 г.

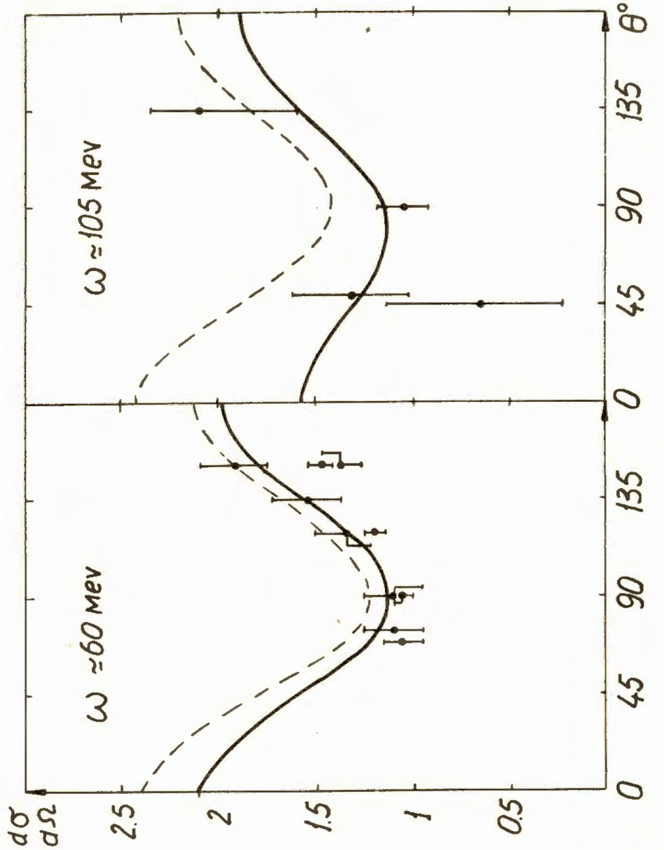

Рис. 1. Энергетическая зависимость углового распределения γ -квантов, упруго рассеянных на протонах. Сплошные кривые - расчет по формуле (2); пунктирные кривые - соответствующие кривые при $\alpha=\beta=0$. Сечение $d\sigma/d\Omega$ дано в единицах 10^{-32} см^2.

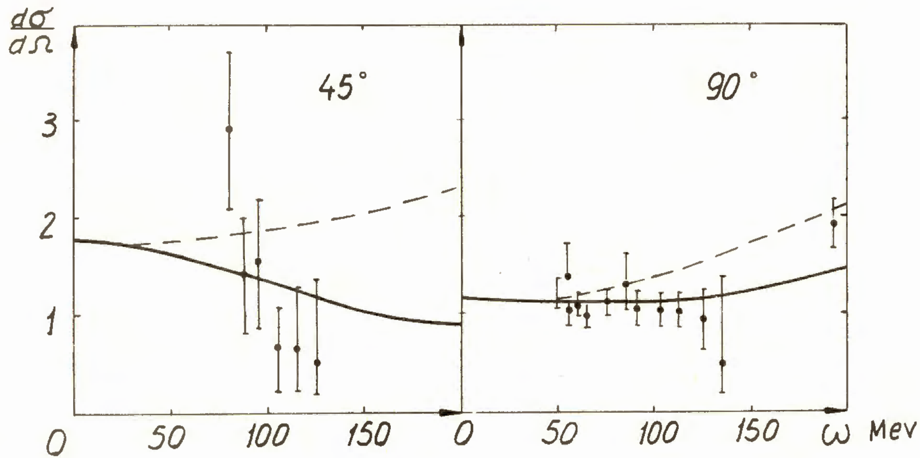

Рис. 2. Энергетическая зависимость сечения упругого рассеяния γ -квантов на протонах при различных углах рассеяния. Все обозначения и единицы те же, что и на рис. 1.