



**ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ**  
**ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

---

Б.Н. Калинин, И.Ж. Петков

P-1347

**РЕАКЦИЯ ПОЛНОГО СЛИЯНИЯ ЯДЕР**

Дубна 1963

Б.Н. Калинин, И.Ж. Петков

P-1347

1967/2 мф.

РЕАКЦИЯ ПОЛНОГО СЛИЯНИЯ ЯДЕР

Направлено в Acta Phys. Polonica

Дубна 1963

УДАРНИКОВЫЙ ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ  
БИБЛИОТЕКА

Для анализа ряда реакций, протекающих с участием тяжелых ионов, необходимо знать сечение образования компаунд-ядра  $\sigma_c(E)$ . В работе Томаса<sup>/1/</sup> это сечение в зависимости от энергии было вычислено для ряда случаев. Томас использовал приближение прямоугольной ямы, сильно поглощающей ионы. Такой подход является весьма грубым, так как взаимодействие двух ядер в действительности описывается потенциалом, уменьшающимся на больших расстояниях экспоненциально.

В дальнейшем вычисление  $\sigma_c(E)$  при  $E > V_B$  ( $V_B$  - кулоновский барьер) было проведено в работе<sup>/4/</sup>, в которой использовалась более реалистическая модель. Согласно этой модели, ядерное взаимодействие описывается потенциалом Саксона-Вуда с радиусом взаимодействия  $R_0 = r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ , где  $r_0 \approx 1.3f$  (Томас использовал значение  $r_0 = 1.5f$ ). Параметры потенциала  $V_0$ ,  $r_0$ ,  $a_0$  были определены из квазиклассического анализа экспериментов по упругому рассеянию тяжелых ионов. Значения  $\sigma_c(E)$  ( $E > V_B$ ) практически совпадают с аналогичными значениями, полученными Томасом. Этот факт был объяснен эффектом "втягивания" иона ядерным полем мишени в зону поглощения.

Однако в настоящее время имеются указания на то, что реальная величина  $\sigma_c(E)$  значительно меньше вычисленной, особенно в области больших энергий  $\approx 10$  Мэв/нуклон. Возможно, об этом свидетельствуют эксперименты по делению в реакциях между сложными ядрами, когда тяжелое ядро-мишень не является делящимся. Основным каналом распада составного ядра, образованного, например в реакции  $C^{12} + Au^{197}$ , является деление<sup>/3/</sup>. Поэтому, грубо говоря,  $\sigma_c(E) \approx \sigma_f(E)$  ( $\sigma_f(E)$  - сечение деления). Измеренное  $\sigma_f(E)$  в 2 раза меньше, чем  $\sigma_c(E)$ , рассчитанное Томасом. С другой стороны, анализ углового распределения фрагментов деления, проведенный недавно в работе<sup>/4/</sup> указывает на значительную роль прямых процессов. Таким образом, можно думать, что  $\sigma_c(E)$  при больших энергиях еще меньше.

Эти факты свидетельствуют о том, что  $\sigma_c(E)$ , вычисленное в работах<sup>/1,2/</sup>, следует рассматривать скорее как полное сечение реакции. Что касается вычисления сечения образования компаунд-ядра, или, точнее, сечения полного слияния двух ядер, предположений, на которые опираются работы<sup>/1,2/</sup>, оказывается явно недостаточным.

Действительно, характерной особенностью реакций с участием тяжелых ионов является реализация очень больших угловых моментов. Однако последние могут оказывать большое влияние на процесс образования компаунд-ядра. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

Поскольку большие угловые моменты возникают при касательном столкновении ядер, то будем рассматривать именно такие столкновения. При  $E > V_B$  относительная скорость движения ядер по порядку величины сравнима со скоростями движения нуклонов в ядрах. С другой стороны, перекрытие объемов ядер при касательном столкновении невелико. Поэтому можно использовать приближение, согласно которому ядра взаимодействуют, как цельные. По-видимому, это приближение будет справедливым на первой стадии реакции.

Тогда можно вычислить расстояние  $R$  наибольшего сближения между сталкивающимися-

ся ядрами при фиксированных значениях энергии и момента  $\ell$ .  $R$  должно быть корнем уравнения

$$E - V_q(R) - V_N(R) - \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell+1)}{R^2} = 0. \quad (1)$$

В уравнении (1)  $V_q(q)$  - кулоновский потенциал с учетом размазки заряда в ядре-мишени<sup>/5/</sup>:

$$V_1(R) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1} \left[ \frac{1}{n^2} + \frac{1}{2} - \frac{x^2}{6} + \frac{e^{-n}}{n^2} \left( \frac{1-e^{-nx}}{nx} + \frac{1}{2} e^{-nx} \right) \right] \left[ \frac{1}{3} + \frac{2}{n^2} + \frac{e^{-n}}{n^3} \right]^{-1}; x = \frac{R}{R_1} \leq 1, & (2a) \\ \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R_1} \left[ \frac{1}{x} - e^{-n(1-x)} \left( \frac{1}{x} + \frac{n}{2} \right) \right] \left[ e^{-n} + 2n + \frac{n^3}{3} \right]^{-1}; x = \frac{R}{R_1} \geq 1, & (2b) \end{cases}$$

где  $n = 10$ <sup>/6/</sup>,  $R_1$  - радиус ядра-мишени (при касательном столкновении используется формула /2б/).

$V_N(R)$  - потенциал Саксона-Вуда, описывающий ядерную часть взаимодействия:

$$V_N(R) = -V_0 \left[ 1 + \exp\left(\frac{R-R_0}{a_0}\right) \right]^{-1}, \quad (3)$$

причем  $V_0 = 40$ ,  $a_0 = 0,45f$ ,  $R_0 = r_0 \left( A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right)$ ,  $r_0 = 1,3f$ .

Предположим далее, что при определенном расстоянии наибольшего сближения  $R(\ell, E)$  происходит образование компаунд-ядра, т.е. полное слияние двух ядер. Вероятнее всего, на переходной стадии форма составной системы будет близка к эллипсоидальной. Действительно, быстрому слиянию двух ядер должны препятствовать большие кулоновские и центробежные силы. С другой стороны, на этой стадии реакции возможно перераспределение "внешних" слабо связанных нуклонов, которое должно привести к заполнению пространства между ядрами. Полуоси эллипсоида  $a$ ,  $b$  (см.рис. 1) определим из следующих условий.

1. Объем составной системы равен сумме объемов сталкивающихся ядер, так как энергия возбуждения много меньше полной энергии связи. Поэтому:

$$\frac{4\pi}{3} ab^2 = \frac{4\pi}{3} (R_1^3 + R_2^3). \quad (4)$$

2. Большую полуось эллипсоида  $a$  естественно определить следующим образом:

$$a = \bar{R} + \frac{A_2}{A_1 + A_2} R(\ell, E), \quad (5)$$

где  $\bar{R} = (R_1^3 + R_2^3)^{1/3}$  радиус сферы, объем которой равен сумме объемов сталкивающихся ядер (т.е. в случае  $R=0$  - лобовой удар),  $A_1, A_2$  - массовые числа ядра-мишени и иона, соответственно.

Таким образом, имея радиусы ядер  $R_1$  и  $R_2$ , а также расстояние наибольшего сближения  $R(\ell, E)$ , можно определить полуоси эллипсоида  $a$  и  $b$ , которые будут функциями от энергии  $E$  и углового момента  $\ell$ .

Если образующаяся составная система устойчива по отношению к обратному процессу-развалу, то при небольшом увеличении полуоси  $a \rightarrow a + \delta a$  энергия  $\bar{E}$ , равная сумме поверхностной, кулоновской и центробежной энергий, должна увеличиваться. Таким образом, имеем условие устойчивости (аналогичное выражение использовалось в работе<sup>/7/</sup> при исследовании взаимодействия нейтронов с деформированными ядрами):

$$\frac{\delta \bar{E}}{\delta a} = \pi 0 b \left\{ \sqrt{1 - \epsilon^2} + \frac{1}{\epsilon} \arcsin \epsilon + 3 \frac{1 - \epsilon^2}{\epsilon^2} \left[ \sqrt{1 - \epsilon^2} - \frac{1}{\epsilon} \arcsin \epsilon \right] \right\} +$$

$$+ \frac{9}{10} \frac{(Ze)^2}{a^2 \epsilon^2} \left\{ 1 - \frac{3 - \epsilon^2}{6\epsilon} \ln \frac{1 + \epsilon}{1 - \epsilon} \right\} -$$

$$- \frac{\hbar^2 \ell(\ell + 1)}{2Ia} \cdot \frac{1 + \epsilon^2}{2 - \epsilon^2} > 0,$$

где  $0$  - поверхностное натяжение,  $Ze$  - суммарный заряд обоих ядер,  $I = \frac{1}{5} AMa^2(2 - \epsilon^2)$  - момент инерции эллипсоида ( $A = A_1 + A_2$ ,  $M$  - масса нуклона) в твердотельном приближении, причем  $\epsilon = (1 - \frac{b^2}{a^2})^{1/2}$  его эксцентриситет.

Если угловой момент  $\ell$  слишком велик и  $\frac{\delta \bar{E}}{\delta a} < 0$ , то, с точки зрения данной модели, составная система не может образоваться. Поэтому задача сводится к определению  $\ell_{кр.}$  - критического значения углового момента, при котором еще возможно образование компаунд-ядра. Таким образом, необходимо решить уравнение

$$\frac{\delta \bar{E}(\ell, E)}{\delta a} = 0. \quad (7)$$

Уравнения (1) и (7) были решены численно. В качестве  $\bar{r}_0$ , характеризующего размеры ядер, и  $0$  - коэффициента поверхностного натяжения были приняты значения  $\bar{r}_0 = 1.22f$  и  $0 = 0,95 \text{ Мэв } f^{-2}$ , соответственно.

Результаты расчетов представлены на рис. 2, 3, 4, 5, 6. На рис. 2 дана кривая  $\delta \bar{E} / \delta a$  для различных энергий, значений  $\bar{r}_0$  и величины момента инерции  $I$  в случае реакции  $O^{16} + Ni^{58}$ . Точка, где  $\frac{\delta \bar{E}}{\delta a} = 0$ , определяет значение  $\ell_{кр.}$ . Вычислив  $\ell_{кр.}$ , можно оценить сечение образования компаунд-ядра по приближенной формуле:

$$\sigma_c(E) = \frac{\pi \hbar^2 (\ell_{кр.} + \frac{1}{2})^2}{2\mu E}. \quad (8)$$

На рис. 3 даны кривые  $\sigma_c(E)$ , вычисленные при различных предположениях. Здесь (и на остальных рисунках) кривая с индексом  $T$  означает  $\sigma_c(E)$ , полученное по модели Томаса. Верхняя кривая "2" соответствует значению  $\bar{r}_0 = 1.3f$ , средняя кривая "1" - значению  $\bar{r}_0 = 1.22f$ . Нижняя кривая "3" соответствует случаю, когда  $\bar{r}_0 = 1.22f$ , а момент инерции  $I' = 0.75I_{ТВ.Т}$ . Пунктиром обозначено предполагаемое поведение кривой  $\sigma_c(E)$  при  $E \approx V_B$ .

Предпочтительной является кривая "1", так как в этом случае  $\bar{r}_0 = 1.22f$  - ближе к общепринятому значению. Кроме того, составная система будет обладать значительной энергией возбуждения. Поэтому для момента инерции лучше принять его твердотельный предел.

На рис. 4, 5, 6 даны кривые  $\sigma_c(E)$  для реакции  $N^{14} + Ni^{58}$ ,  $C^{12} + Ag^{107}$ ,  $C^{12} + Au^{197}$ ,  $O^{16} + Au^{197}$  ( $\bar{r}_0 = 1.22f$ ;  $I = I_{ТВ.Т}$ ). В двух последних случаях эллипсоидальное приближение является грубым - здесь лучше было бы использовать грушевидную форму. Однако, можно ожидать, что результаты изменятся не очень сильно.

Интересно сравнить средние значения углового момента  $\bar{\ell}$  по данной модели с аналогичными значениями по модели Томаса. В таблице 1 приведены примеры для такого сравнения. Из таблицы видно, что при энергии, близкой к кулоновскому барьеру, средние значе-

ния углового момента в обеих моделях близки друг к другу. Однако при увеличении энергии различие становится большим. Например, в реакции  $N^{14} + Ni^{58}$  при энергии 110 Мэв отношение  $\bar{l}_{\text{Томас}} / \bar{l} = 2$

Предлагаемая модель является приближенной. Тем не менее, она позволяет сделать ряд выводов.

1.  $\sigma_c(E)$  не является монотонно растущей функцией от энергии. После довольно быстрого роста вблизи барьера  $\sigma_c(E)$  достигает максимума, а затем падает. Насыщение измеренной кривой сечения деления <sup>/3/</sup> свидетельствует о наличии прямых процессов.

2. Максимальное значение углового момента компаунд-ядра, образованного в реакциях с участием тяжелых ионов, не столь велико, как этого следовало бы ожидать, если исходить из простых квазиклассических соотношений.

3. Поэтому гипотезу о возможности образования "холодного" компаунд-ядра (вся первоначальная энергия сосредоточена во вращательном движении системы), по-видимому, нельзя считать оправданной.

4. Поскольку эксцентриситет равновесной формы компаунд-ядра зависит от  $\bar{l}$ , то уменьшение  $\bar{l}$  приводит к уменьшению отношения полуосей  $a/b$ . Например, в реакции  $O^{16} + Ni^{58}$  при  $E = 100$  Мэв и  $\bar{l}_{\text{Томас}} = 41$  отношение  $a/b = 2$ , а при  $\bar{l} = 24$  (см. таблицу 1)  $a/b = 1.4$ . Отсюда следует, что попытка объяснить избыток в выходе заряженных частиц по сравнению с предсказанием статистической теории <sup>/8/</sup> ссылкой на уменьшение кулоновского барьера в полюсах эллипсоида не должна привести к удовлетворительным результатам. Вероятно, этот избыток обусловлен прямыми взаимодействиями.

5. Проблема баланса полного углового момента в реакциях с тяжелыми ионами, если учесть полученные результаты, в значительной степени утрачивает свою остроту.

#### Л и т е р а т у р а

1. A.E.Lersh, G.E.Gordon, T.Sikkeland, J.R.Walton. Proc. of the Second Conference on Reactions Between Complex .
2. С.П.Иванова, Б.Н.Калинкин. Препринт ОИЯИ Р-1162, Дубна, 1962.
3. A.E.Lersh, G.E.Gordon, T.Sikkeland, J.R.Walton. Proc. of the Second Conference on Reactions Between Complex Nuclei, John Wiley and Sons, Inc. N.Y., London (1960).
4. V.E.Viola, Jr., T.D.Thomas, Glenn, T.Seaborg. Phys. Rev. Lett., 10, No 3, A 12 (1963).
5. D.L.Hill, K.W.Ford. Phys. Rev., 24, 1617 (1954).
6. Б.Н.Калинкин, Б.И.Пустыльник. Препринт ОИЯИ Р-989, Дубна, 1962. Acta Phys. Polonica, XXIII, 375 (1963).
7. А.Г.Ситенко. ЖЭТФ, 36, 793 (1959).
8. W.J.Knox. Proc. of the Second Conference on Reactions Between Complex Nuclei, John Wiley and Sons, Inc N.Y., London (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел  
2 июля 1963 г.

Таблица 1

Реакция	Энергия МэВ	$l_{кр}$	$\bar{l}$	$\bar{l}_T$
$N^{14} + Ni^{58}$	70	34,5	23	29
	90	34,0	23	36
	110	33,5	22	42
$O^{16} + Ni^{58}$	80	37,5	25	33
	100	36,0	24	41
$C^{12} + Ag^{107}$	90	43,5	29	36,3
$C^{12} + Au^{197}$	130	48,5	32	49
$O^{16} + Au^{197}$	130	58,5	39	51,7
	151,7	57,0	38	60

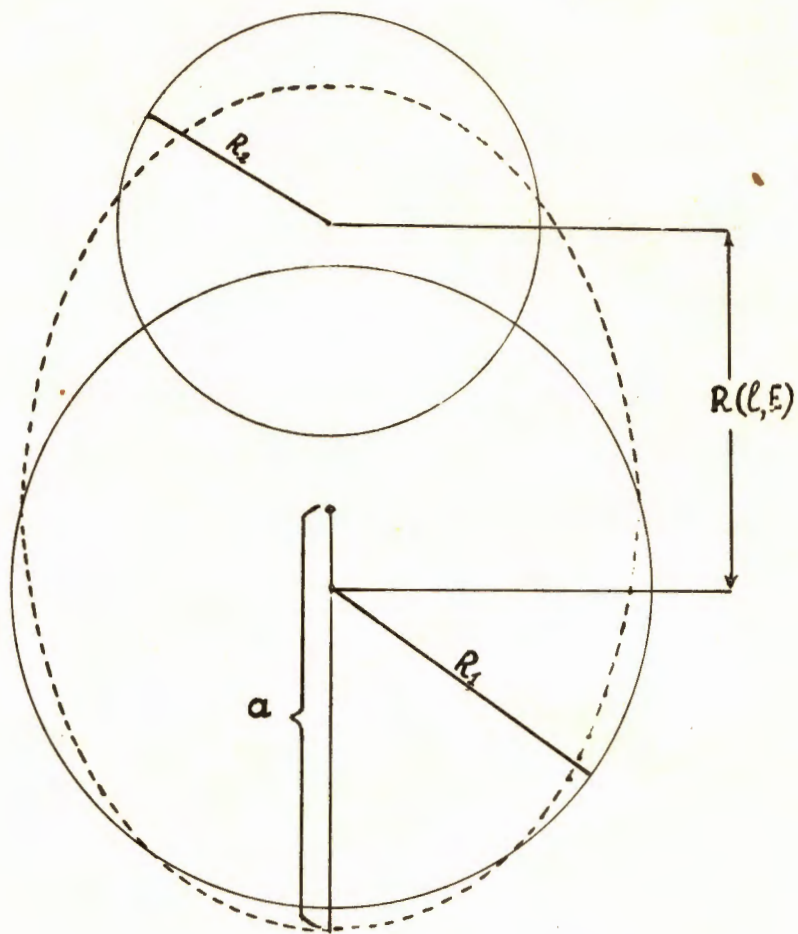


Рис. 1. Схема аппроксимации составной системы эллипсоидом вращения.



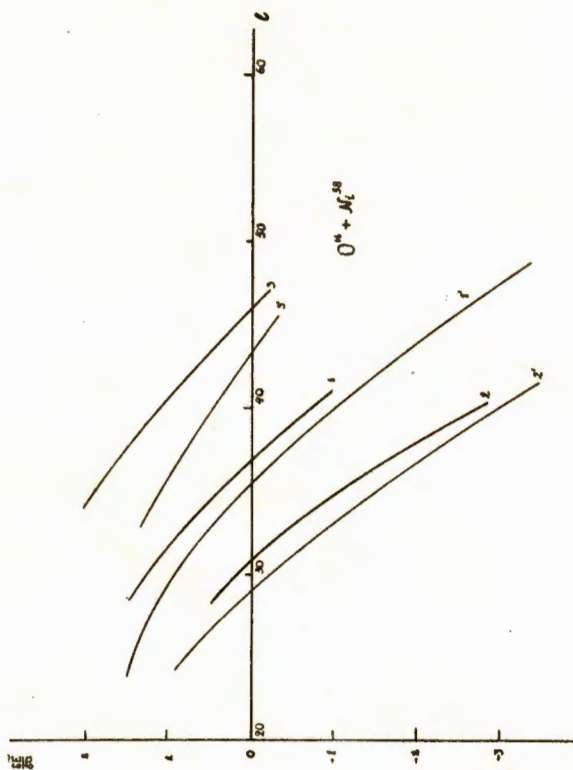


Рис. 2. Зависимость функции  $\frac{\delta E}{\delta a}$  от  $\ell$  для реакции  $O^{16} + Ni^{58}$ . Кривые, отмеченные индексом со штрихом, соответствуют энергии  $E=80$  Мэв, без штриха - энергии 100 Мэв. Кривые вычислены при следующих значениях параметров:

$$\begin{aligned}
 1,1' - r_0 &= 1.22 f ; \quad l = l_{\text{тв.т.}} ; \\
 2,2' - r_0 &= 1.22 f ; \quad l = 0.75 l_{\text{тв.т.}} ; \\
 3,3' - r_0 &= 1.30 f ; \quad l = l_{\text{тв.т.}}
 \end{aligned}$$

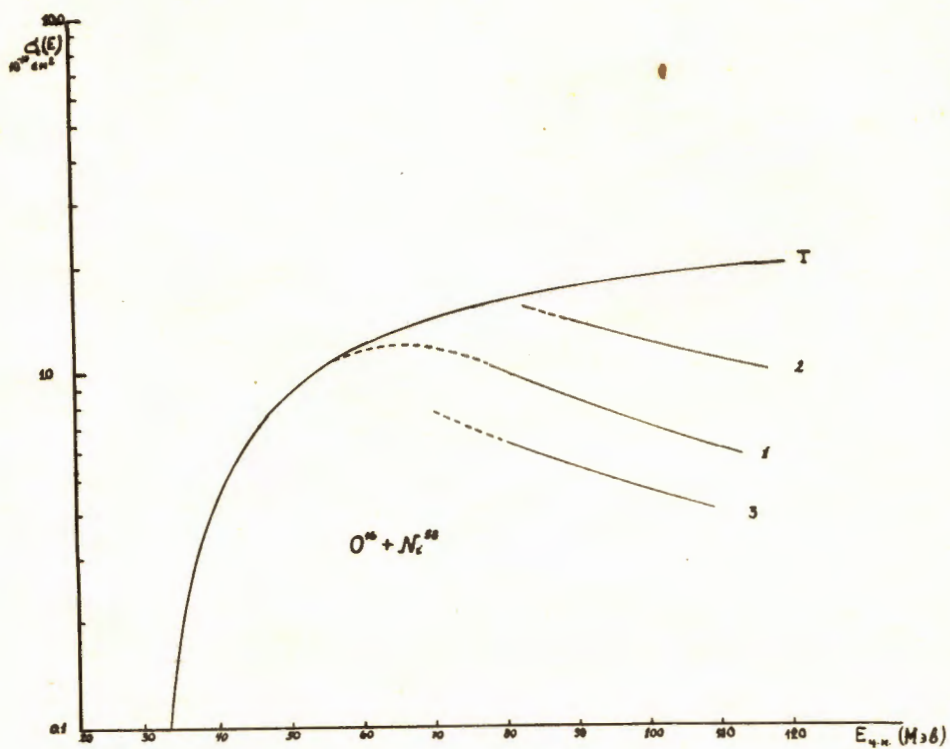


Рис. 3.  $\sigma_c(E)$  для реакции  $O^{16} + Ni^{58}$

Варианты:

$$1 - r_0 = 1.22 f ; l = l_{\text{ТВ.Т.}} ;$$

$$2 - r_0 = 1.30 f ; l = l_{\text{ТВ.Т.}} ;$$

$$3 - r_0 = 1.22 f ; l = 0.75 l_{\text{ТВ.Т.}} .$$

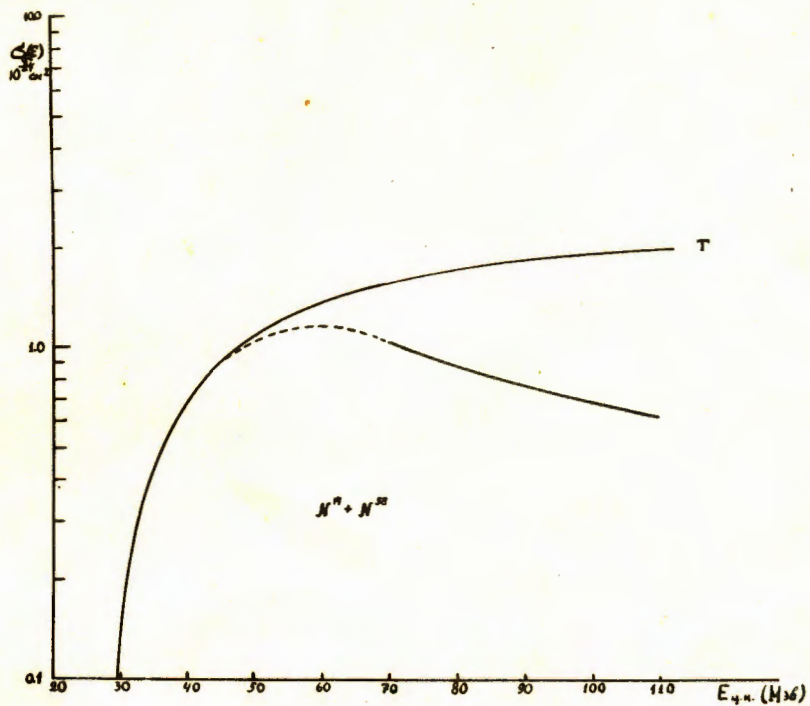


Рис. 4.  $\sigma_c(E)$  для реакции  $N^{14} + Ni^{58}$

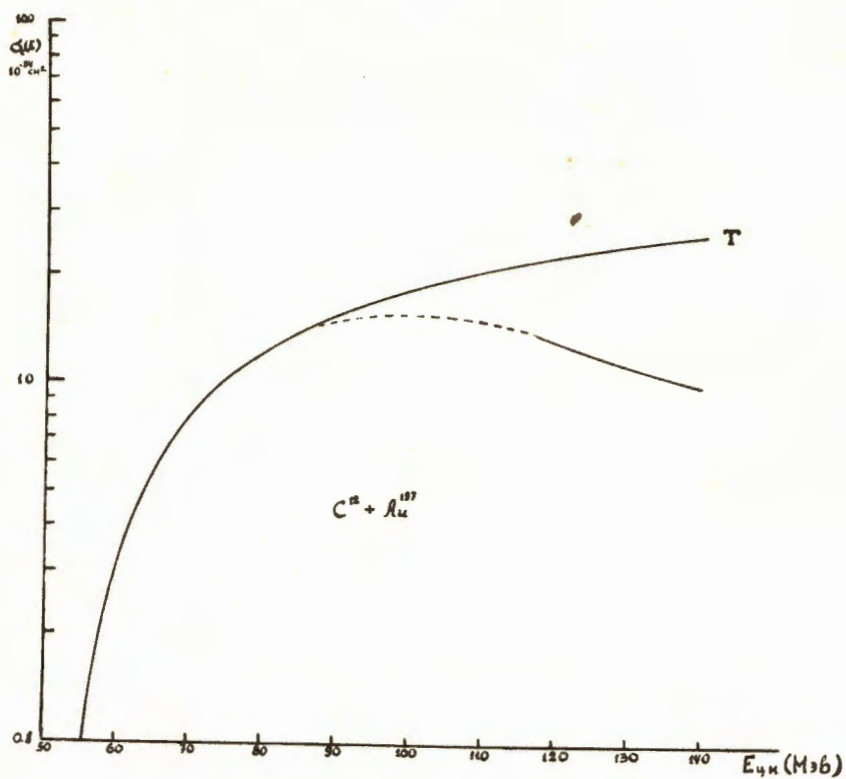


Рис. 5.  $\sigma_0(E)$  для реакции  $C^{12} + Au^{197}$

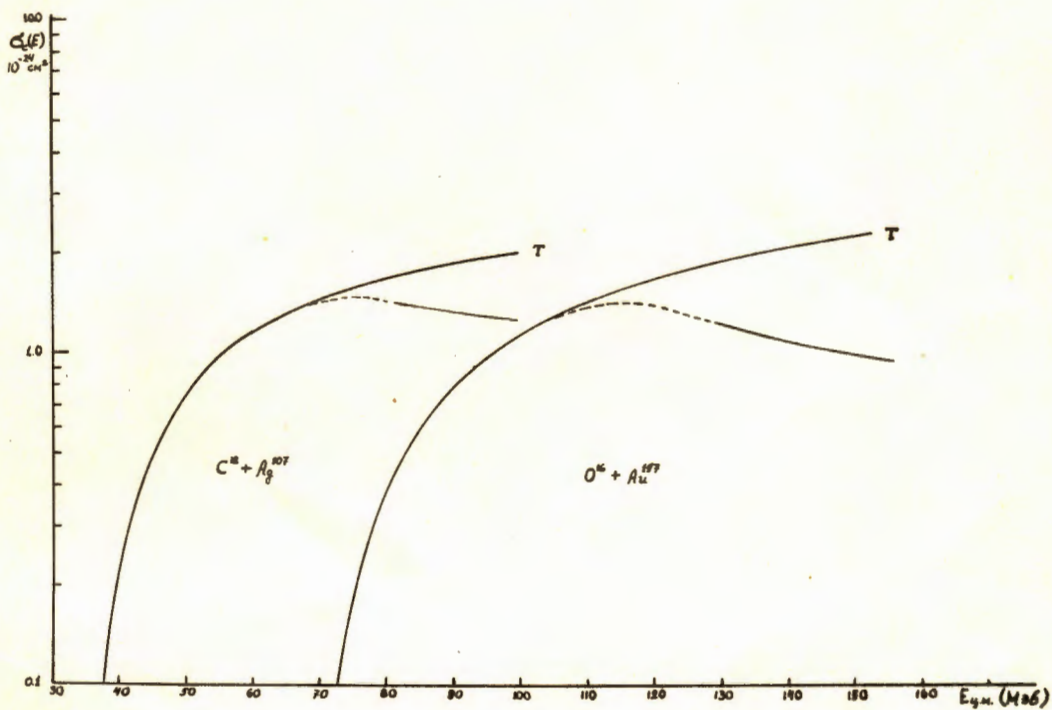


Рис. 6.  $\sigma_c(E)$  для реакций  $C^{12} + Ag^{107}$  и  $O^{16} + Au^{197}$ .