ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.Б. Беляев, Б.Н. Захарьев

Р-1326

ЯДЕРНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА РАННЕЙ СТАДИИ ЭВОЛЮЦИИ ВСЕЛЕННОЙ

Дубна 1963

В.Б. Беляев, Б.Н. Захарьев

Р-1326

ЯДЕРНЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА РАННЕЙ СТАДИИ ЭВОЛЮЦИИ ВСЕЛЕННОЙ

Дубна 1963

А н н о т а ц и я

Рассматривается теория Зельдовича ранней стадии расширяющейся Вселенной. Для этой теории оказывается существенным, чтобы величина энтропии, которая накапливается к моменту образования звёзд, была меньше некоторой критической. В данной работе изучается влияние взаимодействия нуклонов при плотностях порядка ядерной на рост энтропии. Учет взаимодействия приводит к возрастанию скорости ядерных реакций, что приближает систему к равновесию и тем самым замедляет рост энтропии. Таким образом, подтверждается вывод, сделанный в работе Зельдовича и Якубова на основе модели идеальных газов, что энтропия к моменту образования звёзд не превышает критической.

A b s t r a c t

Zeldovich theory about the early stage of expanding universe is considered. It is essential for this theory that the value of entropy, which is accumulated up to the moment of formation of states , were less than a sertain critical entropy. In this paper the effect of interactions of nucleons at densities of order of nuclear ones on the growth of entropy is studied. THese interactions lead to the acceleration of nuclear reactions, what brings the sistem nearer to equilibrium state and reduces the growth of entropy. So the conclusion made in the paper of Zeldovich and Yakubow on the basis of the model of ideal gases that entropy to the moment of stars formation does not exceed the critical value is confirmed.

В работе[I] рассмотрена модель расширяющейся Вселенной в дозвездной стадии. В данной модели предполагается, что вещество в начальный момент состояло из вырожденных Ферми-газов n, p, e^-, ν при температуре $T=0$. Оказывается существенной величина энтропии S, которая накапливается к моменту образования звезд. Вычисление энтропии такой системы было произведено Зельдовичем и Якубовым для случая идеальных газов n, p, e, ν. В данной работе учитывается влияние сильного взаимодействия нуклонов на энтропию системы.

При изменении плотности в системе меняются условия равновесия, так как каждому значению плотности соответствует определенное равновесное значение концентраций компонент. Поэтому расширение непрерывно выводит систему из равновесия. Механизмами, возвращающими систему в равновесие, являются ядерные реакции.

В ходе расширения Вселенной, когда плотности вещества были много больше ядерной, скорости ядерных реакций существенно превышали скорость расширения, компоненты находились в равновесии, и энтропия не возрастала. При плотностях порядка ядерной оказывается существенной реакция

$$\nu_e + n \rightleftarrows p + e, \tag{I}$$

энтропия системы S, её температура T и плотность нейтронов n определяются из системы уравнений:

$$dS = \frac{\delta\mu}{T}\,dx,$$

$$S = \sum_{\nu,n,p,e} S_i,$$

$$c\frac{dx}{dt} = \frac{1}{N_0}\left(W_1 - W_2\right). \tag{2}$$

Здесь $x = \frac{n}{c}$ – относительная концентрация нейтронов, c – концентрация нуклонов, $W_{1,2}$ – вероятности прямой и обратной реакций, $N_0 = \frac{\frac{8}{3}\pi M^3}{(2\pi\hbar)^3}$, M – масса нуклона, S_i – энтропия i-ой компоненты.

При учете взаимодействия нуклонов вид первого уравнения системы (2) не меняется. Так как газ нейтрино и электронов предполагается идеальным, то энтропия этих газов при $T \ll \mu_i - m_i$ (μ – химический потенциал, m – масса частиц) имеет вид:

$$S_i = -\int \frac{d^3p}{(2\pi\hbar)^3}\, V\left[n_i \ln n_i - (1-n_i)\ln(1-n_i)\right], \tag{3}$$

где n_i – числа заполнения.

Будем учитывать парные взаимодействия между нуклонами, приводящие к сверхтекучему состоянию ядерной материи при $T \neq 0$ [2],[3]. Мы можем воспользоваться тем замечательным обстоятельством, что газ квазичастиц для нейтронов и протонов можно считать идеальным.

Таким образом, выражение для энтропии (3) можно использовать также для взаимодействующих нейтронов и протонов, подставляя вместо n_i числа заполнения квазичастиц $\tilde{n}_i$.

$$\tilde{n}_s = \frac{1}{1 + e^{\frac{\varepsilon_s}{T}}} ,$$

где

$$\varepsilon_s = \sqrt{\Delta^2 + (E_s - \mu_s)^2} . \qquad (4)$$

Полное число реакций $\nu + n \to p + e^-$ в единицу времени в единичном объёме дается выражением :

$$W_1 = \frac{2\pi}{\hbar} (2\pi\hbar)^3 g^2 \int \frac{d\vec{P}_\nu}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{2d\vec{P}_e}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{2d\vec{P}_n}{(2\pi\hbar)^3} \int \frac{2d\vec{P}_p}{(2\pi\hbar)^3} \sum |H|^2 n_\nu n_n (1-n_p)(1-n_e)\, \delta_E\, \delta_{\vec{P}} ,$$

где n_* - числа заполнения частиц (как для e, ν, так и для n и p). H - матричный элемент реакции (I) в $(V-A)$ теории слабого взаимодействия, g - константа слабого взаимодействия (суммирование проводится по спинам частиц). (5)

Числа заполнения нейтронов и протонов в сверхтекучем состоянии при $T \neq 0$ равны:

$$n_s = \langle 0 | a_s^+ a_s | 0 \rangle_{T \neq 0} = v_s^2 + \tilde{n}_s (u_s^2 - v_s^2)^2 ,$$

где u_s и v_s - коэффициенты канонического преобразования Боголюбова. При $T \to 0$, $\tilde{n} \to 0$ и $N \to v^2$, как и должно быть в обычной (при $T = 0$) теории сверхпроводимости. Если же исчезает взаимодействие, т.е. $\Delta \to 0$, то $v \to 1$, $u \to 0$.(при $E < E_{\text{ферми}}$) и для n_s имеем: (6)

$$n_s \to 1 - \tilde{n}_s \to \frac{e^{\frac{|E - E_F|}{T}}}{1 + e^{\frac{|E - E_F|}{T}}} = \frac{1}{1 + e^{\frac{E - E_F}{T}}} ,$$

т.е. получаем обычное распределение Ферми. Так как влияние сверхтекучести в основном сводится к размытию поверхности Ферми на величину $\sim \Delta$, функцию n_s можно апроксимировать функцией для идеального Ферми-газа с некоторой эффективной температурой Δ:

$$n_s = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_s - E_F}{\Delta}}} . \qquad (7)$$

В результате интегрирования для вероятности прямого процесса получаем*) :

$$W_1 = \frac{g^2}{\pi^2 \hbar^{10}} P_n^* \mu_n \mu_p \mu_e \mu_\nu \left(5{,}32 - 0{,}44\, \frac{P_\nu^* - \frac{1}{3} P_n^*}{2 P_e^* P_\nu^*}\right) J(\delta\mu) . \qquad (8)$$

Система (2) сводится к нелинейному дифференциальному уравнению для энтропии вида:

---

*) Скорость обратной реакции получим, заменив $J(\delta\mu)$ на $J(-\delta\mu)$, где $J(\delta\mu) = 2\zeta(3)\Delta^3 + \zeta(2)\Delta^2 \delta\mu + T^2 \zeta(2)\cdot\Delta + T\Delta\cdot\delta\mu$, $\zeta(x)$ — дзета-функция Римана .

$$\left[\alpha_1(c)\, S^2 + \alpha_2(c)\, S\right] \frac{dS}{dc} = \varphi(c). \tag{9}$$

Уравнение (9) допускает только численное решение. Однако можно сделать качественные выводы о поведении энтропии. Во-первых, учет взаимодействия приводит к возрастанию скорости реакции $\nu + n \rightleftarrows p + e$ по сравнению со случаем для идеальных газов, действительно:

$$\frac{W_{вз}}{W_{из}} \sim \left(\frac{\Delta}{T}\right)^3 \gg 1 . \tag{10}$$

Это легко понять, так как дополнительное размазывание поверхности Ферми, вызываемое взаимодействием нуклонов, приводит к увеличению числа частиц, могущих принять участие в реакциях. Возрастание же скорости реакций приближает систему к равновесию, т.е. замедляет рост энтропии.

Кроме того, учет взаимодействия непосредственно уменьшает S_n и S_p. При $\frac{T}{\Delta} \to 0$

$$S_{n,p} = \sqrt{\frac{2\pi \Delta_0^3}{T}}\, \nu\, e^{-\frac{\Delta_0}{T}}. \tag{11}$$

Изложенные выше соображения относятся также и к другим реакциям, которые могут проходить в этой системе, например к $\nu_e + A \to \nu_\mu + \mu^+ + e^- + A$, где $A = n, p$.

В заключение авторы выражают благодарность академику Я.Б. Зельдовичу за постановку задачи и интерес к работе, а также Л.Г. Заставенко и А.М. Якубову за весьма полезные дискуссии.

Литература

1. Я.Б. Зельдович. Атомная энергия, т. 14, в. 1 (1963).

2. В.Г. Соловьев и Тен Гын. Acta Phys.Hung. № 3, II, 277 /1960/.
3. А. Абрикосов и И. Халатников. УФН, т. ХУ, в. 4 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
20 июня 1963 г.