ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Д.И. Блохинцев

Р-1321

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Nuovo Cim., 1963, v 30, n 4, p 1094-1099.
ЖЭТФ, 1964, т 46, в 6, с 2049-2051.

Дубна 1963

Д.И. Блохинцев

Р-1321

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

Направлено в ЖЭТФ и Nuovo Cimento

Дубна 1963

§ 1. Введение

Мы исходим, как и в /1/,/2/, из теории поля, предполагая, что существует цепочка уравнений для многовременных волновых функций $\phi(x_1 x_2 \dots x_n)$ и перенормированных функций Грина $g(x_1 x_2 \dots | y_1 y_2 \dots)$ (ср./3/):

$$\phi(x_1 x_2) = \phi_0(x_1 x_2) + \int g(x_1 x_2 | y_1 y_2)\phi(y_1 y_2) d^4 y_1 d^4 y_2 + \tag{1}$$

$$+ \int g(x_1 x_2 | y_1 y_2 y_3)\phi(y_1 y_2 y_3) d^4 y_1 d^4 y_2 d^4 y_3 + \dots \tag{1^1}$$

$$\phi(x_1 x_2 x_3) = \int g(x_1 x_2 x_3 | y_1 y_2)\phi(y_1 y_2) d^4 y_1 d^4 y_2 + \dots \text{ и т.д.}$$

Имея ввиду задачу о рассеянии, мы явно выделили двухчастичную функцию $\phi(x_1 x_2)$ и соответствующую функцию невзаимодействующих частиц $\phi_0(x_1 x_2)$.

Обозначим все недвухчастичные функции через $\tilde{\phi}$. Тогда систему $(1, 1^1, \dots)$ можно написать в виде:

$$\phi = \phi_0 + g\phi + g\tilde{\phi} \tag{2}$$

$$\tilde{\phi} = g\phi + g\tilde{\phi} \ . \tag{2^1}$$

Откуда

$$\phi = \phi_0 + \mathcal{G}\phi \ , \tag{3}$$

где

$$\mathcal{G} = \frac{g}{1 - g} \ . \tag{4}$$

Введем теперь относительные координаты частиц $x = x_1 - x_2$, $t = t_1 - t_2$ и координаты центра тяжести $X = \alpha x_1 + \beta x_2$, $T = \alpha t_1 + \beta t_2$, $\alpha + \beta = 1$ (значения α, β зависят от масс частиц).

Рассмотрим одновременные решения уравнения (3). Для этого будем искать $\phi(x_1 x_2)$ в виде:

$$\phi(x, 0, X, T) = e^{i(WT - \mathcal{P}X)}\psi(x) \ , \tag{5}$$

где W – энергия всей системы, а $\mathcal{P}$ – полный импульс системы; в дальнейшем будем считать $\mathcal{P} = 0$ (система CMS). Функция $\psi_0(x)$, описывающая свободное движение частиц, удовлетворяет уравнению

$$\mathfrak{L}\psi_0(x) = 0 \ . \tag{6}$$

Подействуем оператором $\mathfrak{L}$ на уравнение (3) после перехода там к одному времени $(t = 0)$. Тогда получим:

$$\mathfrak{L}\psi(x) = \int V(x, x', w)\psi(x') d^3 x' \ , \tag{7}$$

где $V(x, x', w)$ – нелокальный потенциал x):

$$V(x, x', w) = \mathfrak{L}\mathcal{G}(x, 0, x', t', X', T')\, e^{iw(T'-T)} dT' dX' dt' . \qquad (8)$$

Оператор $\mathfrak{L}$ может быть либо оператором Клейна: $\mathfrak{L} = \frac{\epsilon^2}{c^2} - K^2 = \nabla^2 + k^2$ (ϵ – энергия мезона, μ – его масса и $K^2 = -\nabla^2 + \mu^2$), либо оператором Дирака: $\mathfrak{L} = \frac{E}{c} - D(\nabla)$, E- энергия нуклона, $D = i\alpha\nabla + \beta mc^2$; заметим, что $E + \epsilon = w$. Таким образом из квантовой теории поля получается уравнение с нелокальным потенциалом $V(x, x', w)$ xx).

§ 2. Случай длинных волн

Уравнение (7) можно переписать в виде:

$$\mathfrak{L}\psi(x) = U(x, w)\psi(x) , \qquad (9)$$

где $U(x, w)$ – локальный потенциал, зависящий, однако, от вида волновой функции:

$$U(x, w) = \int \frac{V(x, x', w)\psi(x')d^3x'}{\psi(x)} . \qquad (10)$$

Если длина волны λ много больше размеров области a, где нелокальный потенциал отличен от нуля (т.е. предполагается, что для $|x|, |x'| > a$, $V(x, x', w) \cong 0$, то в этой области волновая функция $\psi(x)$ практически не меняется; тогда мы можем положить внутри a : $\psi(x')/\psi(x) = 1$, и, стало быть, в этом случае локальный потенциал

$$U(x, w) = \int V(x, x', w)\, d^3x' \qquad (11)$$

есть попросту усредненный по пространству x' нелокальный потенциал $V(x, x', w)$ xxx).

Казалось бы, что для случая более коротких волн можно построить локальный потенциал посредством операции:

$$U_n(x, w) = \int \frac{V(x, x', w)\psi_{n-1}(x')d^3x'}{\psi_{n-1}(x)} . \qquad (12)$$

Подставляя каждый раз в (12) вместо отношения $\psi(x')/\psi(x)$ предыдущее приближение:

$$\mathfrak{L}\psi_n(x) = U_n(x, w)\psi_n(x) . \qquad (13)$$

---

x) При отсутствии внешних полей оператор $\mathcal{G}$ зависит лишь от разностей $T' - T$ и $X' - X$.

xx) В работе /1/,/2/ это же уравнение было выведено из одновременных уравнений, построенных с помощью "элементарной матрицы рассеяния" r /4/.

xxx) Очень изящный способ получения локального потенциала из теории поля развит в работах А.А.Логунова, А.Н.Тавхелидзе и др./5/. Метод обладает еще и тем преимуществом, что позволяет вычисление связанных состояний (по крайней мере, в случае теории возмущений).

Этот итерационный процесс не при всех обстоятельствах будет сходиться к истинному решению: если волновая функция $n-1$ -го приближения имеет нули не на правильном месте, то и функция n -го приближения также будет иметь нули в этом же неправильном месте. Действительно, из (12) видно, что в этих точках $U_n(x,w)$ будет обращаться в бесконечность, а стало быть, $\psi_r(x)$ — в нуль.

§ 3. Геометрическая оптика

Рассмотрим теперь другой крайний случай, когда $\lambda \ll a$. Заметим, что сечение упругих процессов σ можно написать в виде $\sigma = \pi a^2(1-\beta)$, где a — радиус нуклона, а β — прозрачность нуклона; поэтому условие применимости геометрической оптики может быть написано в форме:

$$\frac{a}{\lambda} = \left[\frac{\sigma}{\pi(1-\beta)\lambda^2}\right]^{1/2} \to \infty \tag{14}$$

при $\lambda \to 0$. В этом крайнем случае волновую функцию представим в виде:

$$\psi(x) = e^{ikS(x)}, \tag{15}$$

где $S(x)$ — функция действия. Чтобы не усложнять дальнейшего изложения, ограничимся скалярным уравнением $\mathfrak{L} = \nabla^2 + k^2$.

Подставляя (15) в (16), получим при $k \to \infty$:

$$(\nabla S)^2 = n^2, \tag{16}$$

где n есть комплексный показатель преломления, определенный уравнением:

$$n^2 - 1 = \frac{1}{k^2}\int V(x,x',w)\, e^{ik[S(x')-S(x)]}\cdot d^3x'. \tag{17}$$

Заметим, что $S(x') - S(x) = \nabla S(x'-x) + \ldots = n\rho\cos\theta$, $\rho = |x'-x|$ Первое приближение для n^2-1 мы получим, если к экспоненте под интегралом в (17) положим $n_0 = 1$. Тогда

$$n_1^2 - 1 = \frac{1}{k^2}\int V(x,x',w)\, e^{ik\rho}\, d^3\rho. \tag{17^1}$$

Т.е. в первом приближении показатель преломления n_1 определяется попросту k компонентой Фурье нелокального потенциала.

Подставляя найденный n_1 в интеграл в формуле (17), получим n_2 и т.д. Полагая $n = a + i\beta$ (a и β суть функции x и w, или k), не трудно видеть, что необходимым условием сходимости итерационного процесса для вычисления n будет условие $k\beta \to const$ (в частности 0) при $k \to \infty$.

В противном случае в подинтегральном выражении в (17) появится множитель $e^{-k\rho\cos\theta}$, который в области $\cos\theta < 0$ стремится к ∞ при $k \to \infty$, что делало бы итерационный процесс невозможным.

Покажем, что $k\beta$ при $k \to \infty$ остается ограниченным. Действительно, из оптической теоремы следует, что мнимая часть амплитуды рассеяния

$$A(w,q) = ik\int_0^\infty bdb\,[\,1 - e^{-2i\eta(k,b)}\,]\,J_0(bq) \qquad (18)$$

(здесь b – параметр удара, $\eta(k,b)$ –фаза рассеянной волны, q – передаваемый импульс ($q = 2k\sin\theta/2$), $\eta = \delta + i\gamma$, $\gamma > 0$) при угле рассеяния $\theta^0 = 0$ связана с полным сечением σ_t соотношением:

$$\int_0^\infty bdb\,[\,1 - e^{-2\gamma}\cos 2\delta\,] = \frac{\sigma_t}{4\pi}\,. \qquad (19)$$

С другой стороны ,

$$2\gamma(k,b) = k\int_0^\infty \beta(x,k)\,ds\,, \qquad (20)$$

где интеграл взят по пути луча внутри нуклона, при параметре удара равном b . Если σ_t остается постоянным или убывает при $k\to\infty$, то $\gamma(b,k)$ также должно быть постоянным или убывать с ростом k . Тогда из (20) видно, что и произведение $k\beta$ остается ограниченным.

Таким образом понятие показателя преломления внутри частицы, при $k\to\infty$ получает простой физический смысл. Этим дается теоретическое обоснование для применения геометрической оптики к описанию рассеяния частиц высокой энергии, как это сделано в работах /7/, /1/, /8/. Однако подобное описание рассеяния частиц является, конечно, приближенным и будет непригодно для очень больших углов рассеяния назад. Как было показано в /6/, сечение рассеяния назад $\sim\lambda^2$, и поэтому условие (14) не будет выполняться.

Литература

1. Д.И.Блохинцев, В.С.Барашенков, Б.М.Барбашов. Успехи Физических наук. УХУIII, 417 (1959).
2. D. Blokhintsev. Nucl. Phys. 31, 628 (1962).
3. W.Zimmermonn. Nuovo Cim. 11, Suppl. 1,43 (1954).
4. Д.И.Блохинцев. ДАН (Compt. Rend) 53, №3 (1946).
5. А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе и др.Препринты ОИЯИ Е-1145 (1962), Д-1191 (1962), Р-1195 (1962).
6. Д.И.Блохинцев. Nuovo Cim. 23, 1061 (1961).
   или ЖЭТФ, 42, 880 (1962).
7. D.Blokhintsev, V.Barashenkov, V.Grishin. Nuovo Cim.X, 9, 249 (1958).
8. R.Serber. Phys. Rev. Lett, 10, 357 (1963).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 июня 1963 г.