

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОВЫШЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ПУЧКА ПРОТОНОВ,
ВЫВЕДЕННОГО ИЗ ШЕСТИМЕТРОВОГО СИНХРОЦИКЛОТРОНА

В.И.Данилов, В.П.Дмит-
риевский, А.В.Честной

Опубликовано в журнале "Приборы и техника эксперимента"
№ 3, 1956 г.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ПОВЫШЕНИЯ ПЛОТНОСТИ
ПУЧКА ПРОТОНОВ, ВЫВЕДЕННОГО ИЗ ШЕСТИМЕТРОВОГО СИНХРО-
ЦИКЛОТРОНА

1. Введение.

В работе описан способ повышения плотности протонного пучка, выведенного из шестиметрового синхроциклотрона.

Этот способ сводится к формированию на пути выведенного пучка магнитного поля определенной конфигурации в нерабочей области электромагнита ускорителя.

Расчет фокусирующего действия магнитного поля произведен на основе анализа движения частиц вдоль траектории пучка.

Предложенный метод фокусировки был реализован на шестиметровом синхроциклотроне Института ядерных проблем в 1954 году^{х)}.

1. Движение заряженных частиц в азимутально-
симметричном магнитном поле.

1. Горизонтальная плоскость.

Уравнение движения заряженных частиц в азимутально-симметричном магнитном поле в цилиндрической системе коор-

х) Аналогичный эффект наблюдался на 184^{II} синхроциклотроне в Беркли (1).

динат можно записать в следующей форме:

$$\frac{\tau^2 + 2\tau'^2 - \tau\tau''}{(\tau^2 + \tau'^2)^{3/2}} = \frac{eH_z(\tau)}{cP}, \quad (I)$$

где $\tau' = \frac{d\tau}{d\varphi}$, P - импульс частицы,

$H_z(\tau)$ - напряженность магнитного поля.

Решение уравнения (I) можно представить в виде:

$$\varphi = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\lambda_0 \tau_0 \rho_0 H_0 + \int_{\tau_0}^{\tau} H_z(\tau) \tau d\tau}{\tau^2 \sqrt{H_0^2 \rho_0^2 - \frac{1}{\tau^2} (\lambda_0 \tau_0 \rho_0 H_0 + \int_{\tau_0}^{\tau} H_z(\tau) \tau d\tau)^2}} d\tau, \quad (2)$$

где τ_0 - начальный радиус, $\frac{1}{\rho_0}$ - кривизна траектории в точке τ_0 , H_0 - напряженность магнитного поля в точке τ_0 ,

τ - текущий радиус. Подставляя (2) в (I), получаем $\lambda_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\frac{1}{\tau_0} \left(\frac{d\tau}{d\varphi}\right)^2\right]}}$ - синус угла между начальным радиусом и касательной к траектории.

На основании выражения (2) определим траекторию, которую в дальнейшем будем называть основной, начальными условиями λ_0, τ_0 . Движение по основной траектории опишем функциями:

$$\varphi = \varphi(\lambda_0, \tau_0, \tau) \quad (3)$$

и

$$\mu = \mu(\lambda_0, \tau_0, \tau) \quad (4)$$

Функции (3) и (4) связаны между собой соотношением

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{d\varphi}{d\tau} \tau$$

Рассмотрим случай малых отклонений от основной траектории. Разлагая в ряд функции (3) и (4) и ограничиваясь первыми членами разложения при условии $\Delta \lambda_0 \ll 1$, $\frac{\Delta \tau_0}{\tau_0} \ll 1$

$\frac{\Delta \tau}{\tau} \ll 1$, можно получить следующие уравнения, связывающие начальные и конечные отклонения рассматриваемой траектории от основной ($\Psi = \text{Const}$).

Эти уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} \Delta \tau = \left(\frac{\partial \Psi}{\partial \tau_0} \Delta \tau_0 + \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_0} \Delta \lambda_0 \right) \quad (5)$$

$$\Delta \mu = \frac{\partial \mu}{\partial \lambda_0} \Delta \lambda_0 + \frac{\partial \mu}{\partial \tau_0} \Delta \tau_0 + \frac{\partial \mu}{\partial \tau} \Delta \tau, \quad (6)$$

где $\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = -\frac{\partial \mu}{\partial \tau} = \frac{B}{\tau \sqrt{\tau^2 - B^2}}$, $B = \lambda_0 \tau_0 + \frac{1}{H_0 \rho_0} \int_{\tau_0}^{\tau} H_2(\tau) \tau d\tau$,

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \lambda_0} = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\tau_0 \tau d\tau}{(\tau^2 - B^2)^{3/2}}, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial \tau_0} = \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{(\lambda_0 - \frac{\tau_0}{\rho_0})}{(\tau^2 - B^2)^{3/2}} d\tau, \quad (7)$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial \lambda_0} = \frac{\tau_0}{\sqrt{\tau^2 - B^2}}, \quad \frac{\partial \mu}{\partial \tau_0} = \left(\lambda_0 - \frac{\tau_0}{\rho_0} \right) \frac{1}{\sqrt{\tau^2 - B^2}},$$

$\Delta \tau_0, \Delta \lambda_0, \Delta \tau, \Delta \mu$ - соответствующие отклонения от параметров основной траектории. Таким образом изменение размеров пучка в горизонтальной плоскости можно описать системой линейных уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta \tau &= a_1 \Delta \tau_0 + a_2 \Delta \lambda_0, \\ \Delta \mu &= a_3 \Delta \tau_0 + a_4 \Delta \lambda_0, \end{aligned} \quad (8)$$

где коэффициенты a_1, a_2, a_3, a_4 определяются численным интегрированием из выражения (7).

2. Вертикальная плоскость.

Движение заряженных частиц в вертикальной плоскости можно описать дифференциальным уравнением:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = - \frac{e}{c} \lambda v \frac{\partial H_z}{\partial r} z, \quad (9)$$

где v - скорость частицы λ - синус угла между радиусом и касательной к траектории. После перехода от дифференцирования по времени к дифференцированию по траектории ($\frac{ds}{dt} = v = \text{const}$) уравнение (9) можно переписать в следующей форме:

$$\frac{d^2 z}{ds^2} + \alpha z = 0, \quad (10)$$

где
$$\alpha = \frac{\partial H_z}{\partial r} \lambda \frac{1}{H_0 \rho_0}$$

Разбивая траекторию на участки, для которых $\alpha = \text{const}$ легко получить решение уравнения (10) в виде:

$$\begin{pmatrix} z_k \\ z'_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \sqrt{\alpha_i} s_i & \frac{\sin \sqrt{\alpha_i} s_i}{\sqrt{\alpha_i}} \\ -\sqrt{\alpha_i} \sin \sqrt{\alpha_i} s_i & \cos \sqrt{\alpha_i} s_i \end{pmatrix} \times \dots \times \begin{pmatrix} \cos \sqrt{\alpha_k} s_k & \frac{\sin \sqrt{\alpha_k} s_k}{\sqrt{\alpha_k}} \\ -\sqrt{\alpha_k} \sin \sqrt{\alpha_k} s_k & \cos \sqrt{\alpha_k} s_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_0 \\ z'_0 \end{pmatrix} \quad (II)$$

где $z_0, z'_0 = \left(\frac{dz}{ds}\right)_0$ - начальные условия на входе
 z_k, z'_k - начальные условия для (K+1) участка траектории.

Выражения (II) позволяют определить геометрические размеры пучка в вертикальной плоскости вдоль траектории.

II. Движение заряженных частиц в азимутально-симметричном магнитном поле при наличии возмущения

Дифференциальное уравнение, описывающее траекторию заряженной частицы в горизонтальной плоскости, можно записать:

$$\frac{\chi^2 + 2\chi'^2 - \chi\chi''}{(\chi^2 + \chi'^2)^{3/2}} = \frac{eH_z(\chi, \varphi)}{c\beta}, \quad (I2)$$

где $\chi' = \frac{d\chi}{d\varphi}$, $H_z(\chi, \varphi)$ - напряженность магнитного поля при наличии возмущения. Для удобства анализа движения определим основную траекторию как траекторию, вдоль которой возмущающее магнитное поле равно нулю.

Переходя в систему координат, связанную с основной траекторией, уравнение (I2) можно переписать в виде:

$$\frac{1 - \left(\frac{d\chi}{ds_0} \frac{ds_0}{ds}\right)^2 - \chi \left[\frac{d^2\chi}{ds_0^2} \left(\frac{ds_0}{ds}\right)^2 + \frac{ds_0}{ds} \frac{d\chi}{ds} \frac{d}{ds_0} \left(\frac{ds_0}{ds}\right) \right]}{\chi \sqrt{1 - \left(\frac{d\chi}{ds_0} \frac{ds_0}{ds}\right)^2}} = \frac{eH_z(\chi, s)}{c\beta} \quad (I3)$$

где параметры S_0, τ_0 определяют основную траекторию, а S, τ - рассматриваемую. Разлагая магнитное поле на основной траектории в ряд и ограничиваясь первыми членами разложения, получим:

$$H_z(\tau, S) = H_z(\tau_0, S_0) + \left(\frac{\partial H_z}{\partial \tau} \right)_{S_0} \rho + \left(\frac{\partial H_z}{\partial S} \right)_{S_0} \Delta S, \quad (14)$$

где $\rho = \tau - \tau_0, \Delta S = S - S_0$

В дальнейшем будем интересоваться малыми отклонениями от основной траектории при условии, что азимутальная протяженность области возмущения $\varphi < 1$ и $\left(\frac{\partial H_z}{\partial \tau} \right)_{S_0} \gg \left(\frac{\partial H_z}{\partial S} \right)_{S_0}$

Выделяя из выражения (12) кривизну основной траектории и пренебрегая членами порядка $\left(\frac{\rho}{\tau_0} \right)^2$ и $\left(\frac{d\rho}{dS_0} \right)^2$, можно получить дифференциальное уравнение движения заряженных частиц в горизонтальной плоскости для случая малых отклонений от основной траектории:

$$\frac{d^2 \rho}{dS_0^2} + \beta \frac{d\rho}{dS_0} + \rho(\alpha + \gamma) = 0, \quad (15)$$

где: $\beta = -2 \frac{d\tau_0}{dS_0} \frac{d^2 \tau_0}{dS_0^2}$, $\alpha = \frac{e}{cP} \left(\frac{\partial H_z}{\partial \tau} \right)_{S_0} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d\tau_0}{dS_0} \right)^2}}$,

$$\gamma = \frac{\frac{1}{\tau_0} \left[1 - \left(\frac{d\tau_0}{dS_0} \right)^2 \right] - 2 \frac{d^2 \tau_0}{dS_0^2} + 3 \left(\frac{d\tau_0}{dS_0} \right)^2 \frac{d^2 \tau_0}{dS_0^2}}{\tau_0 \left[1 - \left(\frac{d\tau_0}{dS_0} \right)^2 \right]}$$

P - импульс частицы. Если коэффициенты удовлетворяют неравенству $\beta S_{\text{max}} \ll 1$ и $\gamma \ll \Delta$, то уравнение (15) может быть записано в форме:

$$\frac{d^2 p}{ds_0^2} + \Delta p = 0 \quad (16)$$

Движение частиц в вертикальной плоскости описывается аналогичным дифференциальным уравнением:

$$\frac{d^2 z}{ds_0^2} - \Delta z = 0 \quad (17)$$

Полученные уравнения (16) и (17) позволяют рассчитать геометрические размеры пучка в зоне возмущения магнитного поля.

III. Расчет фокусирующего действия

Оценка повышения средней плотности производилась путем сопоставления площадей поперечных сечений выведенного пучка в отсутствии и при наличии фокусирующего магнитного поля. Определение сечений пучка и выбор параметров возмущения магнитного поля для шестиметрового синхроциклотрона производились путем трансформации областей начальных условий в горизонтальной и вертикальной плоскостях вдоль траектории пучка. Области начальных условий на входе в зону возмущения получены из условия максимальной геометрической пропускной способности магнитного канала.

На рис. 1 и 2 показано изменение областей начальных условий вдоль траектории выведенного пучка.

Проведенные расчеты показали, что оптимум фокусирующего действия на пучок протонов с энергией 680 Мэв, выведенный из камеры шестиметрового синхротронотрона, получается при изменении напряженности магнитного поля 750-1000 эрстед/см в зоне возмущения протяженностью 45 см.

В результате сопоставления расчетных сечений пучка было найдено, что плотность выведенного пучка на расстоянии 12 метров от выходного конца фокусирующего устройства может быть увеличена в три раза.

IV. Магнитное поле в зоне фокусирующего устройства.

Фокусирующее поле создавалось в нерабочей области магнитного поля ускорителя с помощью железных масс определенной конфигурации. На рис. 3 показано сечение железных масс фокусирующего устройства. Пластины "1" и "2" обеспечивают примерно постоянный градиент поля в рабочей зоне фокусирующего устройства.

Для того, чтобы получить необходимый диапазон производной напряженности магнитного поля в области возмущения была предусмотрена возможность изменения расстояния между пластинами фокусирующего устройства без нарушения вакуума в камере ускорителя.

На рис. 3 приведены также расчетные и экспериментальные значения напряженности магнитного поля в зоне возмущения при различных положениях пластин фокусирующего устройства.

Расчет напряженности магнитного поля основывался на предположении об осевом намагничивании железных масс до насыщения⁽³⁾. Измерения напряженности магнитного поля внутри фокусирующего устройства производились с помощью флюксметра.

Исправление возмущения магнитного поля в зоне последних орбит, вызванное пластинами фокусирующего устройства, осуществлялось при помощи щипов (пластины 3 рис. 3). Измерения напряженности магнитного поля в этой области с точностью до 0,1% производились прибором, использующим явление ядерного резонанса⁽⁴⁾.

Общая схема вывода пучка ускоренных протонов из камеры шестиметрового синхроциклотрона показана на рис. 4.

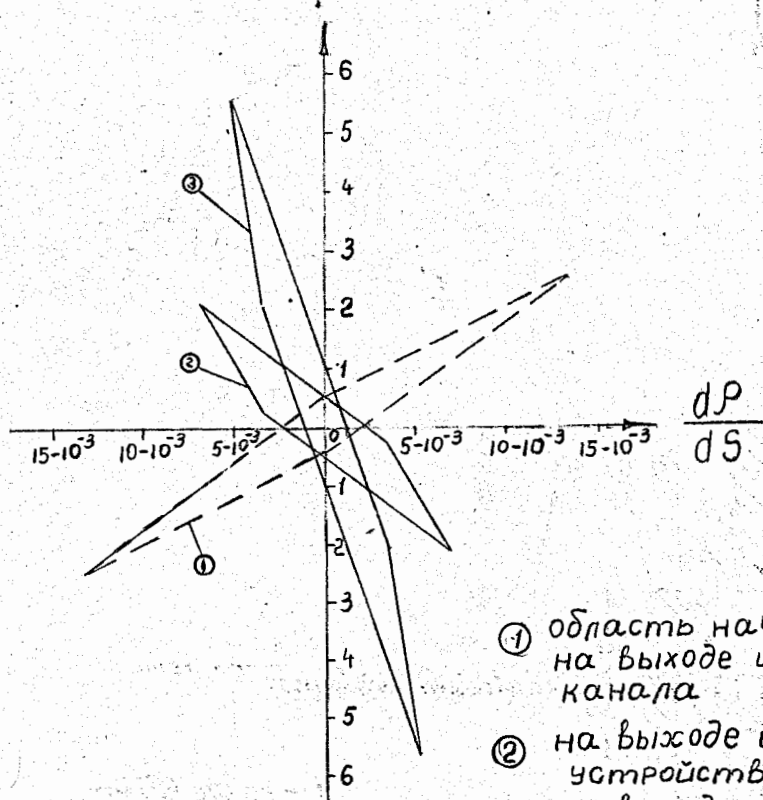
У. Заключение.

Проведенные эксперименты на шестиметровом синхроциклотроне показали, что описанное фокусирующее устройство позволяет увеличивать плотность протонного пучка в 2,8-3 раза. Измерения плотности протонного пучка производились на расстоянии 12 метров от выходного конца фокусирующего устройства по реакции $C_{12}^6(p, p, n) C_{11}^6$.

В заключение авторы выражают благодарность члену-корреспонденту АН СССР М.Г.Мещерякову за постоянный интерес и помощь при осуществлении этой работы, а также инженерам Т.Н.Томилиной и Р.А.Мещерову за проведенные измерения магнитного поля и численные расчеты.

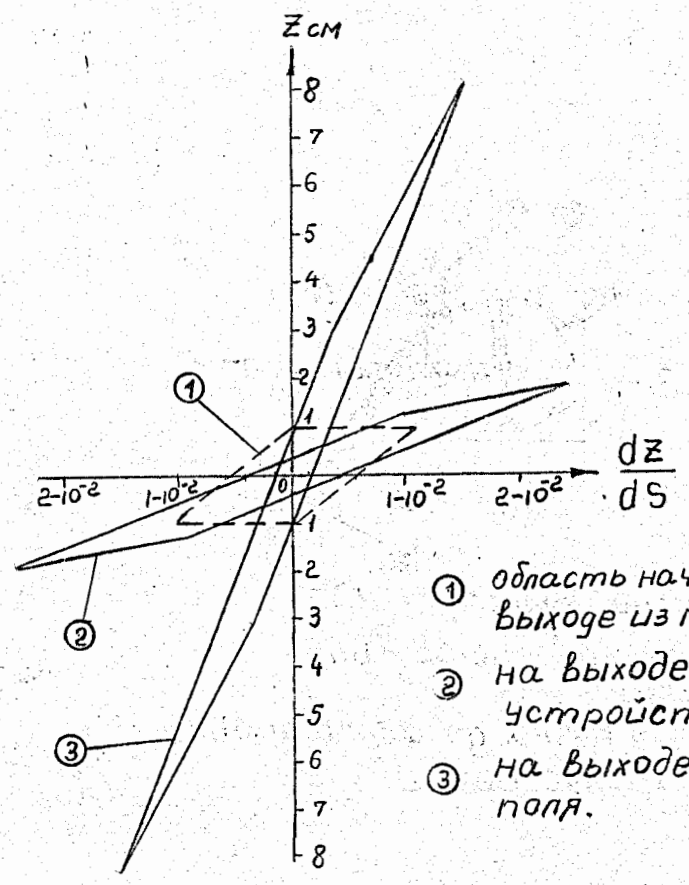
Л и т е р а т у р а :

1. W.M. Powell, L.R.Henrich, O.A.Kerns, D.C.Sewell, and R.L.Thorton "Electromagnetic Deflection for the Beam of 184 Inch" Cyclotron Rev.Sci.Inst.19, 506 (1948)
2. Г.И.Будкер. Диссертация ЛИП АН СССР. 1953 г.
3. В.П.Дмитриевский. Диссертация. Институт ядерных проблем АН СССР. 1953.
4. Т.Н.Томилина. Отчет Института ядерных проблем АН СССР. 1952.



- ① область начальных условий на выходе из магнитного канала
- ② на выходе из фокусирующего устройства
- ③ на выходе из магнитного поля.

Рис. 1



- ① область начальных условий на выходе из магнитного поля
- ② на выходе из фокусирующего устройства
- ③ на выходе из магнитного поля.

Рис. 2

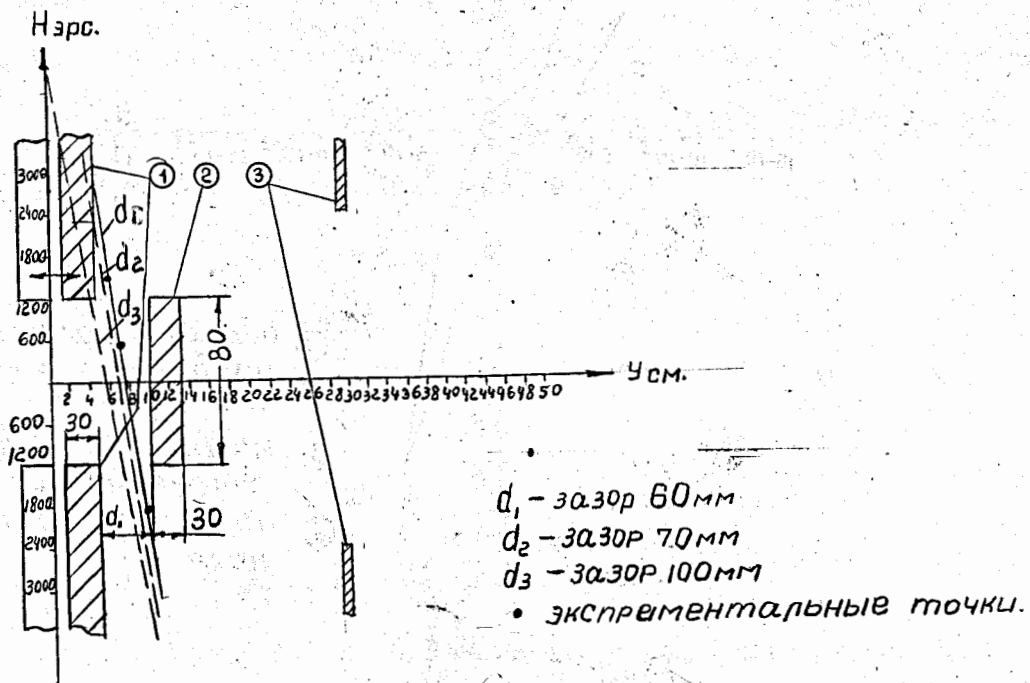
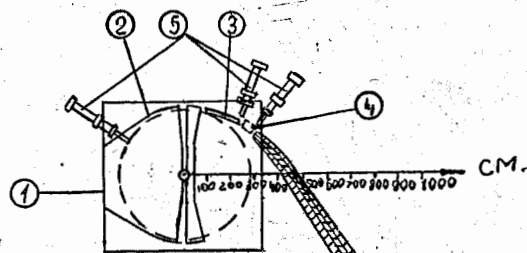


Рис. 3



- ① камера
- ② дуант
- ③ магнитный канал
- ④ фокусирующее устр-во
- ⑤ пробники
- ⑥ размеры пучка до фокусировки
- ⑦ после фокусировки

Рис. 4