



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Г.И. Копылов

P-1295

О ДИАГРАММАХ
НА МАССОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Дубна 1983

Г.И. Копылов

P-1285

1966/1 стр.

О ДИАГРАММАХ
НА МАССОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Институт физики
и химии
БИНДИНСКОГО

Дубна 1963

Рассмотрим диаграммы Фейнмана, в которых все виртуальные частицы находятся на своих массовых поверхностях. Вместо того, чтобы рассматривать обычное выражение для амплитуды как интеграла по виртуальным импульсам^{х)}

$$F = \int \prod d^4 k_j \frac{B}{A_1 \dots A_m}, \quad (1)$$

поставим задачу о вычислении функции

$$\rho = \int \prod d^4 k_j \cdot V \cdot \prod_1^m 2\pi i \delta(A_i). \quad (2)$$

Такого рода выражение впервые появилось в работе Кутковского^{/2/}, показавшего, что для простейшей диаграммы рассеяния 4-го порядка оно дает спектральную функцию процесса, и распространившего это утверждение на произвольные диаграммы. Однако Грибов и Дятлов^{/3/} отметили, что рецепт Кутковского неполон, так как не определяет области интегрирования; для трехчастичных промежуточных состояний они показали, что (2) дает спектральную функцию, если интегрирование - контурное. Общего простого способа определения контура интегрирования найти не удалось.

Можно подойти к вопросу с другой стороны и поставить задачу о свойствах функции (2), когда область интегрирования действительна и ограничивается условиями $A_i = 0$. Мы покажем, что для класса лестничных диаграмм ρ может быть выражено в виде многократного интеграла по действительной области от действительной функции с корневыми особенностями на границах. Будет дан явный вид этого интеграла для виртуальных частиц с неравным нулю спином^{хх)}. Из этого выражения будет видно, что для произвольной лестничной диаграммы интеграл по действительной области, в согласии с результатом Грибова и Дятлова, не дает спектральной функции амплитуды (1). Вместе с тем ряд деталей данного расчета сохранится и при контурном интегрировании в (2); далее он может оказаться полезным при поиске особенностей амплитуд^{/1/}; к близким выкладкам должны приводить расчеты модели множественного рождения, предложенной Амати и др.^{/5/}.

1. Кинематика лестничной диаграммы на массовой поверхности

Рассмотрим следующую диаграмму (рис. 1) упругого рассеяния $a_0 + b_0 \rightarrow a_n + b_n$. Частицы a_i, b_i, c_i имеют соответственно массы m_i, M_i, μ_i , а их 4-импульсы также обозначаются a_i, b_i, c_i . По предположению, все частицы находятся на массовой поверхности

$$\vec{a}_i^2 - a_{i0}^2 = -m_i^2; \quad \vec{b}_i^2 - b_{i0}^2 = -M_i^2; \quad \vec{c}_i^2 - c_{i0}^2 = -\mu_i^2. \quad (3)$$

х) Приняты обозначения Ландау^{/1/}.

хх) Для бесспиновых частиц другой вид этого интеграла был дан Мурадяном^{/4/}.

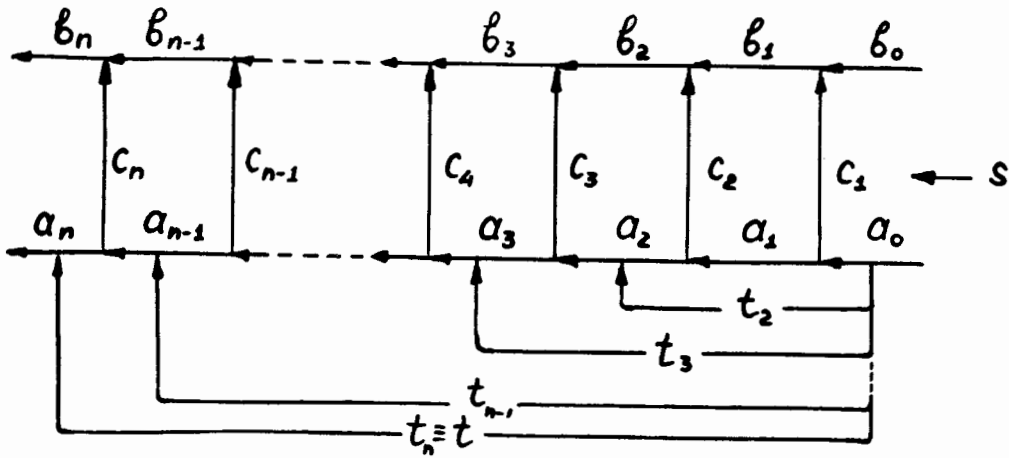


Рис. 1.

Заданы

$$(a_0 + b_0)^2 = -s; \quad (a_0 - a_n)^2 = -t_n \equiv t. \quad (4)$$

Количество уравнений (3) для лестничных диаграмм меньше кратности интеграла (2). В качестве недостающих переменных интегрирования можно выбрать, например, передачи импульса от a_0 к a_i :

$$(a_0 - a_i)^2 = -t_i, \quad (i = 2, 3, \dots, n-1). \quad (5)$$

Чтобы представить (2) в виде интеграла по $dt_{n-1} \dots dt_2$, надо: 1) задать пределы интегрирования по этим переменным; это просто сделать, если потребовать, чтобы область интегрирования, т.е. совокупность переменных t_{n-1}, \dots, t_2 , при действительных s, t была действительной; 2) задать подынтегральное выражение как функцию $s, t, t_{n-1}, \dots, t_2 \equiv (s, t)$. Если линии диаграммы соответствуют скалярным частицам, то способ расчета этой функции известен: он сводится к вычислению якобиана^{/6/} перехода к переменным (s, t_i) , выражаемого, в свою очередь, только через скалярные произведения виртуальных импульсов. Если же диаграмма изображает рассеяние частиц со спином, то для вычисления числителя V надо уметь выражать сами виртуальные импульсы (а не только их квадраты) через (s, t_i) .

Эта последняя задача во всем подобна задаче из статики твердого тела: какие связи надо наложить на систему стержней, соединенных определенным образом, чтобы она стала жесткой и статически определимой; каково при этих связях положение стержней. Разница здесь лишь в том, что стержни расположены в четырехмерном комплексном неевклидовом пространстве. Мы увидим, что для лестничной диаграммы это пространство может быть сделано трехмерным и действительным.

Легко видеть, что нулевые компоненты всех виртуальных импульсов не зависят от t_i . В системе центра масс

$$\vec{a}_0 + \vec{b}_0 = 0. \quad (6)$$

Из условий

$$a_i + b_i = a_0 + b_0 \equiv q \equiv \{0, \sqrt{s}\}; \quad c_i = a_{i-1} - a_i \quad (7)$$

следует

$$a_0 = \frac{s + m_1^2 - M_1^2}{2\sqrt{s}}; \quad b_{10} = \frac{s - m_1^2 + M_1^2}{2\sqrt{s}}; \quad (8)$$

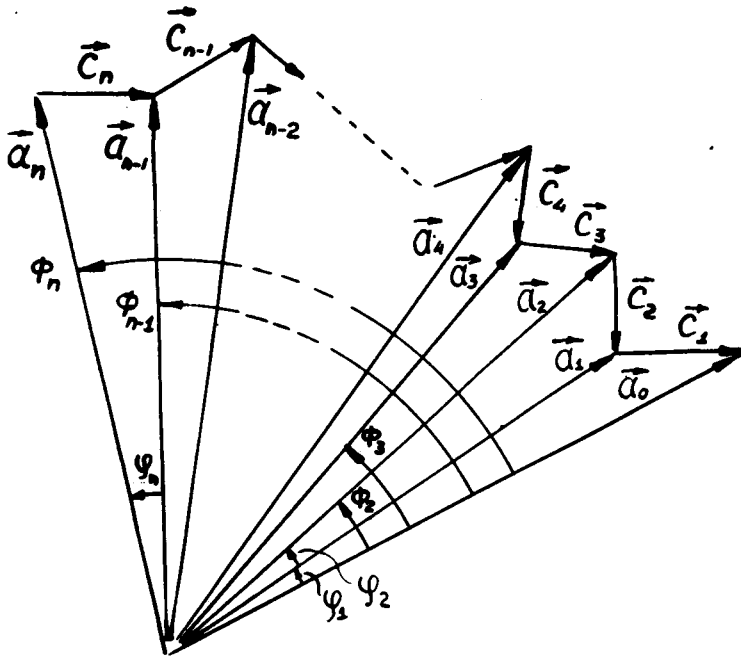
$$c_{10} = a_{1-1,0} - a_{1,0} \quad (9)$$

Длины 3-векторов $\vec{a}_i, \vec{b}_i, \vec{c}_i$ также зависят только от s , так как связаны с a_{10}, b_{10}, c_{10} условиями (3). Из (7) следует, что достаточно задать направления 3-векторов \vec{a}_i , чтобы 4-векторы a_i, b_i, c_i полностью определились. Поэтому на диаграмме, дуальной лестнице ^{/1/}, можно изобразить только 3-векторы \vec{a}_i и соединяющие их концы векторы \vec{c}_i (рис. 2). Она имеет вид веера в трехмерном евклидовом пространстве. Каждое звено этого веера - треугольник с данными сторонами

$$|\vec{a}_i| = (a_{i0}^2 - m_i^2)^{1/2}, \quad |\vec{c}_i| = (c_{i0}^2 - \mu_i^2)^{1/2} \quad (10)$$

и данными углами, косинусы которых z_i можно получить из (7₂):

$$|\vec{a}_i| |\vec{a}_{i-1}| z_i \equiv \vec{a}_i \vec{a}_{i-1} = \frac{1}{2} (\mu_i^2 - m_i^2 - m_{i-1}^2) + a_{i0} a_{i-1,0} \quad (11)$$



Веер 3-импульсов для лестничной диаграммы.

Рис. 2.

Хотя форма звеньев веера определяется величиной s , но разворот и форма всего веера не определены. Чтобы сделать веер жестким, удобно задать $n-1$ углов между вектором \vec{a}_0 и "ребрами" $\vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$. Их косинусы Z_i можно связать с t_i (5):

$$|\vec{a}_i| |\vec{a}_0| Z_i \equiv \vec{a}_i \vec{a}_0 = \frac{1}{2} (t_i - m_i^2 - m_0^2) + a_{00} a_{i0} \quad (12)$$

Легко показать, что, если для всех i $s^{\frac{1}{2}} \geq m_i + M_i$, то $\text{ch } \lambda_i \equiv a_{i0} / m_i \geq 1$, т.е. λ_i - действительные числа. Если, далее, для всех i

$$\begin{aligned} \mu_i^2 &\geq m_i^2 + m_{i-1}^2 - 2 m_i m_{i-1} \text{ch} (\lambda_i - \lambda_{i-1}), \\ t_i &\geq m_i^2 + m_0^2 - 2 m_i m_0 \text{ch} (\lambda_i - \lambda_0), \end{aligned} \quad (13)$$

то $z_i \geq 1$, $Z_i \geq 1$, и можно ввести действительные углы ϕ_i и Φ_i :

$$z_i = \text{ch } \phi_i; \quad Z_i = \text{ch } \Phi_i. \quad (14)$$

В дальнейшем вместо передач t_i мы будем задавать положение векторов \vec{a}_i "углами" Φ_i ($i=2,3,\dots,n$).

Перейдем теперь к решению задачи из "статики твердого тела". Получим рекуррентные формулы для определения \vec{a}_{i-1} по \vec{a}_i и \vec{a}_0 . Пусть уже заданы $\vec{a}_0, \vec{a}_n, \vec{a}_{n-1}, \dots, \vec{a}_i$ с помощью чисел $s, \Phi_n, \Phi_{n-1}, \dots, \Phi_i$. Будем искать \vec{a}_{i-1} в виде:

$$\vec{a}_{i-1} = A_{i-1} \vec{a}_i + B_{i-1} \vec{a}_0 + C_{i-1} [\vec{a}_i \vec{a}_0]. \quad (15)$$

Умножив (15) на $\vec{a}_i / |\vec{a}_i|$, $\vec{a}_0 / |\vec{a}_0|$, получим A_{i-1} , B_{i-1} , а возвышая (15) в квадрат - C_{i-1} .

$$A_{i-1} = \frac{|\vec{a}_{i-1}|}{|\vec{a}_i|} \frac{\text{ch } \Phi_i \text{ch } \Phi_{i-1} - \text{ch } \phi_i}{\text{sh}^2 \Phi_i}; \quad B_{i-1} = \frac{|\vec{a}_{i-1}|}{|\vec{a}_0|} \frac{\text{ch } \Phi_i \text{ch } \phi_i - \text{ch } \Phi_{i-1}}{\text{sh}^2 \Phi_i}; \quad (16)$$

$$C_{i-1}^2 = - \frac{|\vec{a}_{i-1}|^2}{|\vec{a}_i|^2 |\vec{a}_0|^2} \frac{[\text{ch } \Phi_{i-1} - \text{ch} (\Phi_i + \phi_i)] \cdot [\text{ch } \Phi_{i-1} - \text{ch} (\Phi_i - \phi_i)]}{\text{sh}^4 \Phi_i}. \quad (17)$$

Исходные векторы \vec{a}_0 и \vec{a}_n удобно задать, направив ось OX вдоль \vec{a}_0 , а плоскость OXY - по \vec{a}_0 и \vec{a}_n :

$$\begin{aligned} \vec{a}_0 &= |\vec{a}_0| \{1, 0, 0\}, \\ \vec{a}_n &= |\vec{a}_n| \{ \text{ch } \Phi_n, i \text{sh } \Phi_n, 0 \}. \end{aligned} \quad (18)$$

С помощью (15) каждый очередной вектор \vec{a}_{i-1} определяется двузначно (17), с точностью до отражения в плоскости $[\vec{a}_i \vec{a}_0]$. Поэтому совокупность чисел s, Φ_n, \dots, Φ_2

определяет 2^{n-1} конфигураций $\vec{a}_n, \vec{a}_{n-1}, \dots, \vec{a}_1, \vec{a}_0$ при заданных \vec{a}_n, \vec{a}_0 .

Чтобы получить пределы изменения углов Φ_i ; предположим, что они должны определяться положением особенностей функции (2), а последние - совпадать с особенностями амплитуды (1), т.е. удовлетворять уравнениям Ландау^{/1/}. Часть из них уже удовлетворена (3), оставшиеся (кроме условия $\sum a_i = 1$) являются искомыми уравнениями для пределов интегрирования. В частности, для i -го контура в лестнице уравнение Кирхгофа $a^I a_i + a^{II} c_{i+1} - a^{III} b_i - a^{IV} c_i = 0$ для первых трех компонент дает условие компланарности

$$a_{i-1} \vec{a}_{i-1} + a_i \vec{a}_i + a_{i+1} \vec{a}_{i+1} = 0. \quad (19)$$

Таким образом, предельные значения углов соответствуют плоским конфигурациям еще не фиксированных векторов. Так, плоский веер дает уравнение кривой Ландау для особенностей амплитуды (выписанное в виде $\Phi_n = n\phi$ впервые Окунем и Рудиком^{/7/}):

$$\Phi_n = \phi_1 + \dots + \phi_n. \quad (20)$$

Аналогично предельные значения угла Φ_{i-1} при заданных $\Phi_n, \Phi_{n-1}, \dots, \Phi_i$ отвечают плоской конфигурации векторов $\vec{a}_i, \vec{a}_{i-1}, \vec{a}_0$:

$$\Phi_{i-1} \text{ extr} = \Phi_i + \phi_i. \quad (21)$$

Все углы - реальные аргументы гиперболических функций, и поэтому указанные пределы ограничивают изменение углов не "снаружи", а "изнутри":

$$\Phi_n \geq \Phi_n^{\approx}, \quad (22)$$

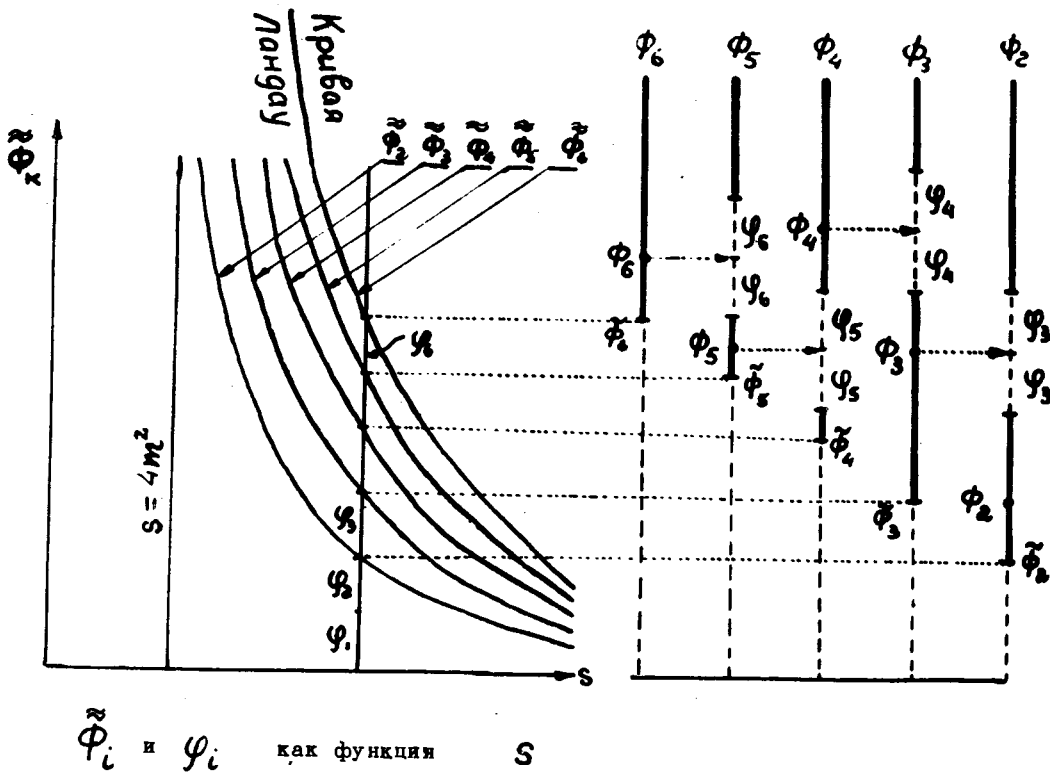
$$\Phi_i \geq \Phi_{i \max}, \quad \Phi_{i \min} > \Phi_i \geq \Phi_i^{\approx} (\equiv \phi_i + \dots + \phi_i). \quad (23)$$

Интересно, что область интегрирования по Φ_i всегда двусвязная. На рис. 3 начерчены пределы, как функция s , для NN -рассеяния с обменом π -мезонами. В этом случае $\phi_i = \phi = \text{arccch} \left(1 + \frac{2\mu^2}{s - 4m^2} \right)$, $\Phi_k^{\approx} = k\phi$.

Из (21) следует, что $C_{i-1}^2 \leq 0$ внутри области интегрирования. Поэтому мнимость второй компоненты вектора \vec{a}_n (18) (при действительности прочих компонент векторов \vec{a}_0 и \vec{a}_n) приведет к тому, что и у вектора \vec{a}_{n-1} вторая компонента будет чисто мнимой, а прочие - действительными и т.д. до \vec{a}_2 . Если теперь изменить сигнатуру метрики пространства векторов \vec{a}_i с (+++) на (+--), то в новом, неевклидовом, пространстве все векторы \vec{a}_i станут обладать действительными компонентами. Связь между ними будет та же (15), но в формуле (17) надо отбросить минус перед дробью, а в (18) - мнимую единицу.

Известно, далее, что в представлении Паули для матриц γ функции распространения фермионов и бозонов и их волновые функции содержат вторые и нулевые компоненты

^{x)} Заметим, что при нормальных массах условия (13) менее жестки, чем (22), (23), так что (13) заведомо выполняется внутри области интегрирования.



Пределы интегрирования
в формуле /31/

———— область
интегрирования

Рис. 3.

векторов только в виде iy, iE , а других мнимых членов нет. Поэтому в пространстве с метрикой $(+---)$, т.е. внутри области интегрирования, пропагаторы и волновые функции будут изображаться матрицами с действительными элементами (быть может, с мнимой единицей перед матрицей). Числитель B в (2) будет действительным просто как произведение действительных матриц.

2. Выражение для интеграла (2)

В интеграле (2)

$$\rho(s, t) = (2\pi i)^{3n-2} \int d^4 a_1 \dots d^4 a_{n-1} B \prod_1^{n-1} \delta(a_i^2 + m_i^2) \delta(b_i^2 + M_i^2) \prod_1^n \delta(c_i^2 + \mu_i^2) ; \quad (24)$$

перейдем к переменным

$$a_0 a_{n-1}, a_0 a_{n-2}, \dots, a_0 a_2, a_1^2 + m_1^2, b_1^2 + M_1^2, c_1^2 + \mu_1^2.$$

Якобиан перехода к ним от a_1, \dots, a_{n-1} (мы не выписываем его из-за громоздкости) разлагается на произведение $n-1$ определителей 4-го порядка:

$$J = 2^{3n-2} (a_1 b_1 c_1 c_2) \prod_{i=3}^n (a_0 a_{i-1} b_{i-1} c_i), \quad (25)$$

где

$$(abcd) = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_0 \end{vmatrix}. \quad (26)$$

Используем (7):

$$\begin{aligned} J &= 2^{3n-2} (a_1 (q-a_1)(a_0-a_1)(a_1-a_2)) \prod_{i=3}^n (a_0 a_{i-1} (q-a_{i-1})(a_{i-1}-a_i)) = \\ &= 2^{3n-2} (a_1 q a_0 a_2) \prod_{i=3}^n (a_0 a_{i-1} q a_i). \end{aligned} \quad (27)$$

Но $q = \{\vec{0}, s^{1/2}\}$, поэтому

$$J = 2^{3n-2} s^{\frac{n-1}{2}n} \prod_{i=2}^n (\vec{a}_0 \vec{a}_{i-1} \vec{a}_i) = 2^{3n-2} s^{\frac{n-1}{2}n} \prod_{i=2}^n C_{i-1} [\vec{a}_0 \vec{a}_i]^2, \quad (28)$$

или

$$J = 2^{3n-2} s^{\frac{n-1}{2}n} |\vec{a}_0|^{n-1} |\vec{a}_1| |\vec{a}_n| \prod_{i=2}^{n-1} |\vec{a}_i|^{2^{n-i}} \prod_{i=1}^{n-1} K_i, \quad (29)$$

где

$$K_{i-1} = [ch \Phi_{i-1} - ch(\Phi_i + \phi_i)] [ch \Phi_{i-1} - ch(\Phi_i - \phi_i)] \quad \text{и} \quad \Phi_i \equiv \phi_i. \quad (30)$$

Окончательно (24) приобретает вид:

$$\rho(s, t) = \frac{(n!)^{3n-2}}{s^{\frac{n-1}{2}n} \prod_{i=0}^n |\vec{a}_i|} \int \frac{d ch \Phi_{n-1}}{K_{n-1}^{1/2}} \int \frac{d ch \Phi_{n-2}}{K_{n-2}^{1/2}} \dots \int \frac{d ch \Phi_2 \cdot \sum B}{K_2^{1/2} K_1^{1/2}}. \quad (31)$$

Здесь знак \sum означает суммирование числителя по всем 2^{n-1} конфигурациям веера, допустимым для каждого набора "связей" $\Phi_2, \dots, \Phi_{n-1}$. Для случая бесспиновых промежуточных частиц $\sum B$ обращается в 2^{n-1} . Пределы интегрирования по каждой пере-

менной даются неравенствами (23) и являются естественными: нули знаменателя совпадают с пределами. Внутри области интегрирования каждый множитель и знаменателя, и числителя B - действительны. Вместо уравнений Ландау пределы интегрирования можно было получить из требования действительности либо числителя в метрике $(+--+)$, либо знаменателя.

Кажется загадочным, почему ожидавшаяся (и доказанная Куткосским для простейших диаграмм) действительность функции $\rho(s, t)$ выразилась возможностью представить ρ в виде интеграла по действительной области от произведения действительных функций. Действительность (как это показано для некоторых спектральных функций ^{/3/}) может осуществляться и путем компенсации мнимых частей комплексного выражения при контурном интегрировании. Возможно, действительность подынтегрального выражения - случайна, и лестничная диаграмма в этом смысле является исключением. Не исключено, однако, что и для произвольных диаграмм действительность подынтегрального выражения (2) в метрике $(+--+)$ можно возвести в принцип, облегчающий определение области интегрирования, расчет функции (2) и, в конечном счете, амплитуды процесса. Все это нуждается в дальнейших исследованиях.

С другой стороны, уже сейчас ясно, что $\rho(s, t)$ (31) не есть спектральная функция Мандельштама. Так, она не обращается в нуль на кривой Ландау $\Phi_n = \tilde{\Phi}_n$. При этом для всех i $\Phi_{i \min} = \tilde{\Phi}_i$, так что нижняя (на рис. 3) часть двусвязной области интегрирования действительно обращается в нуль; но остается еще область интегрирования $\Phi_i \geq \Phi_{i \max}$, интеграл по которой, как легко видеть для рассеяния бесспиновых частиц, не равен нулю. По-видимому, для получения спектральной функции высказанный выше принцип действительности не является достаточным (если он вообще верен).

Изложенные соображения являются, конечно, произвольными. Мы их решаемся высказать потому, что затрагиваемый вопрос весьма темен, а из существующих работ ^{/3/} нельзя вывести простой принцип получения области, интегрирование по которой давало бы спектральную функцию.

Заметим также, что часть полученных результатов пригодна и для расчета спектральной функции, как интеграла (2) по контуру, построение которого дано в работах Грибова и Дятлова ^{/3/}. При этом окажутся неверными рассуждения о пределах интегрирования, о действительности пропагаторов и волновых функций, однако останется справедливой задача о "статике системы векторов", рекуррентные формулы (15-17) и общий вид интеграла (31) / исключая пределы интегрирования /

В заключение приведем явный вид формулы (31) для простейших случаев $n = 2$ и $n = 3$.

При $n = 2$ ("квадрат") $\rho(s, t)$ есть спектральная функция Мандельштама

$$\rho(s, t) = \frac{(\pi i)^4}{s^{1/2} |\vec{a}_0| |\vec{a}_1| |\vec{a}_2|} \frac{B_+ + B_-}{K_1^{1/2}}, \quad (32)$$

где

$$K_1 = [ch \Phi_2 - ch(\phi_1 + \phi_2)] [ch \Phi_2 - ch(\phi_1 - \phi_2)], \quad (33)$$

а B_+ отличается от B_- знаком при $[\bar{a}_2, \bar{a}_0]$ в формуле для \bar{a}_1 . В частности, для $\gamma\gamma$ -рассеяния:

$$\operatorname{ch} \phi_1 = \operatorname{ch} \phi_2 = \left(\frac{s}{s-4} \right)^{1/4}; \quad \operatorname{ch} \phi_2 = 1 + 2 \frac{t}{s}; \quad |\bar{a}_0| = |\bar{a}_2| = \frac{s^{1/4}}{2}; \quad |\bar{a}_1| = \frac{(s-4)^{1/4}}{2}; \quad (34)$$

$$a_0 = \frac{\sqrt{s}}{2} \{1, 0, 0, 1\}; \quad a_2 = \frac{\sqrt{s}}{2} \left\{ 1 + 2 \frac{t}{s}, 2 \frac{\sqrt{-ut}}{s}, 0, 1 \right\}; \quad (35)$$

$$a_1 = \left\{ \frac{\sqrt{s}}{2}, \frac{\sqrt{st}}{2\sqrt{-u}}, \pm \frac{\sqrt{st+4u}}{2\sqrt{-u}}, \frac{\sqrt{s}}{2} \right\}; \quad b_{0,1,2} = \left\{ -\bar{a}_{0,1,2}, \frac{\sqrt{s}}{2} \right\}; \quad (36)$$

$$c_1 = \left\{ \frac{\sqrt{s}}{2}, \frac{\sqrt{st}}{2\sqrt{-u}}, \mp \frac{\sqrt{st+4u}}{2\sqrt{-u}}, 0 \right\}; \quad c_2 = \left\{ -\frac{t}{\sqrt{s}}, \frac{\sqrt{t(s+2u)}}{2\sqrt{-us}}, \pm \frac{\sqrt{st+4u}}{\sqrt{-us}}, 0 \right\}. \quad (37)$$

При $n=3$

$$\rho_3(s, t) = \frac{(\pi i)^7}{s \prod_{i=0}^2 |\bar{a}_i|} \int \frac{d \operatorname{ch} \Phi_2 \cdot \sum_{i=1}^4 B}{(K_2 K_1)^{1/2}} \quad (38)$$

$(\phi_1 + \phi_2 \leq \Phi_2 \leq \Phi_2 - \phi_1)$
 $(\phi_3 + \phi_3 \leq \Phi_2)$

Для рассеяния скалярных частиц интеграл может быть записан в виде

$$\left[\int_{z_1^+}^{z_2^-} + \int_{z_2^+}^{\infty} \right] \frac{dz}{[(z - z_2^+)(z - z_2^-)(z - z_1^+)(z - z_1^-)]^{1/2}}, \quad (39)$$

где

$$z_2^\pm = \operatorname{ch}(\Phi_3 \pm \phi_3), \quad z_1^\pm = \operatorname{ch}(\phi_1 \pm \phi_2); \quad z_2^+ \geq z_2^- \geq z_1^+ \geq z_1^-. \quad (40)$$

Как и в работе Мурадяна^{/4/}, $\rho(s, t)$ выражается через эллиптические интегралы:

$$\rho(s, t) = \frac{(\pi i)^7}{s \prod_{i=0}^2 |\bar{a}_i|} \frac{4 [F(\frac{\pi}{2}, k) + F(\theta, k)]}{[(z_2^+ - z_1^+)(z_2^- - z_1^-)]^{1/2}}, \quad (41)$$

$$k^2 = \frac{z_2^- - z_1^+}{z_2^+ - z_1^+} \frac{z_2^+ - z_1^-}{z_2^- - z_1^-}, \quad \sin^2 \theta = \frac{z_2^- - z_1^-}{z_2^+ - z_1^-}. \quad (42)$$

Автор искренне благодарен И.В.Полубаринову за многочисленные обсуждения и руководство работой, В.Н.Грибову, Л.Б.Окуню, И.Ройзену и Д.С.Чернавскому - за полезные обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Л.Д.Ландау. ЖЭТФ, 37, 62, 1959.
2. Cutkosky R.E., J. Math. Phys. 1, 429 (1960).
3. В.Н.Грибов, И.Т.Дятлов. ЖЭТФ, 42, 196, 1962; 42, 1268, 1962.
4. Р.М.Мурадян. ДАН СССР, 149, 80 (1963).
5. D.Amati, S.Fubini, A.Stanghellini, M.Tonin. Nuovo Cimento, 22, 569 (1961).
6. T.W.V.Kibble. Phys. Rev., 117, 1159 (1960).
7. Л.Б.Окунь, А.П.Рудик. Nucl.Phys., 14, 261 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
15 мая 1963 г.