

А-84
91



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.К. Лукьянов, И.Ж. Петков

P-1291

РЕАКЦИИ ПЕРЕДАЧИ АЛЬФА-ЧАСТИЦ
ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

Sov. Phys., 1963, v49, n4, p 529-536.

В.К. Лукьянов, И.Ж.Петков

P-1291

РЕАКЦИИ ПЕРЕДАЧИ АЛЬФА-ЧАСТИЦ
ПРИ СТОЛКНОВЕНИИ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

Направлено в Nuclear Physics

Дубна 1963

Объединенный институт
ядерных исследований
БРИСМОТЕР

8
3/0561

1. Введение

В случае, когда ядра типа C^{12} , O^{16} падают с энергией ~ 10 Мэв/нуклон на тяжелые ядра, одним из основных продуктов реакции являются α -частицы, которые можно разделить на "прямые" и "испарительные". Это соответствует двум возможным типам реакции: реакциям вблизи поверхности ядра (срыв, выбивание, развал) и реакциям, проходящим через стадию составного ядра, которое образуется при "лобовых" столкновениях. В дальнейшем мы будем рассматривать только прямые процессы, которые имеют следующие характерные особенности^{/1/}. Угловые распределения прямых α -частиц имеют максимум в нуле, который с уменьшением энергии падающих ионов сдвигается в сторону больших углов. Энергетическое распределение имеет характерный максимум в точке $\epsilon_{\alpha_{max}}$, причем эта энергия примерно равна средней энергии α -частиц в падающем ионе и с ростом угла наблюдения сдвигается в сторону уменьшения.

Впервые такого типа реакции были рассмотрены Инопиным^{/2/}, который рассчитал полные геометрические сечения срыва α -частиц черным ядром, причем для падающего иона α -частичного типа принималась плоская геометрическая модель (например, C^{12} -треугольник с точечными α -частицами в вершинах). Зависимости полного сечения от энергии не было получено, так как не учитывалось искажение траектории падающих частиц кулоновским и ядерным полем ядра-мишени, что справедливо лишь при очень больших энергиях.

В настоящей работе делается попытка объяснить наблюдаемые угловые и энергетические распределения α -частиц на основе предлагаемой ниже модели.

2. Постановка задачи

Будем рассматривать процесс следующим образом. Поскольку параметр квазиклассичности $\eta = Z_1 Z_2 e^2 / \hbar v$ в нашем случае $\gg 1$, то можно рассматривать движение падающего иона в поле ядра-мишени по траектории. В точке поворота - точке наибольшего сближения иона с ядром - происходит захват одной или нескольких α -частиц (для простоты будем говорить о захвате одной α -частицы). Тогда остаток иона получит дополнительный импульс отдачи за счет разрыва внутренней связи этих кластеров в падающем ионе. Этот импульс отдачи равнопротивоположен импульсу захваченной α -частицы, а его величина определяется кластерной волновой функцией иона $\Psi_{\text{иона}}(K_{\text{вн.}})$. Таким образом, полный импульс остатка в точке поворота будет определяться векторным сложением импульса относительного движения и внутреннего импульса, что приведет к отклонению от первоначальной траектории движения. Ниже нами будет показано, что основные особенности углового и энергетического распределения наблюдаемых α -частиц связаны именно с этой добавочной отдачей за счет импульса внутреннего движения. Поскольку для нас несущественны детали механизма, который приводит к захвату α -частицы (абсолютная величина сечения не вычисляется), достаточно предположить, что захват возможен в некоторой области вблизи поверхности ядра $R \div R + \Delta R$, где ΔR - параметр модели.

Отметим, что в описанной выше модели использовано адиабатическое приближение, заключающееся в том, что в момент захвата в точке поворота распределение по импульсам α -частиц в ионе является статическим. Другими словами, это означает, что время внутреннего движения α -частиц в ионе $\tau_{\text{вн}}$ должно быть гораздо больше времени пролета иона возле ядра t . Действительно, для энергии во входном канале ~ 10 Мэв/нуклон

$$\tau_{\text{вн}}/t = \sqrt{E_{\alpha}^{\text{относ.}}/\epsilon_{\alpha}^{\text{св.}}} = 2 \div 3.$$

Теперь можно записать вероятность нахождения α -частицы в выходном канале с импульсом K_{α} под углом θ :

$$W(\theta, K_{\alpha}) d\vec{V} = W(\theta, K_{\alpha}) K_{\alpha}^2 dK_{\alpha} d\Omega_{\theta} \quad (1)$$

Поскольку число ионов во входном канале зависит от угла упругого рассеяния χ , то на основании приближения адиабатичности можно записать $W \sim \sigma_{\text{упр.}}(\chi) \cdot |\Psi_{\text{иона}}|^2$. Интегрируя по промежуточным начальным состояниям, окончательно получаем:

$$W(\theta, K_{\alpha}) = \int_{\chi_1}^{\chi_2} d\Omega_{\chi} \sigma_{\text{упр.}}(\chi) \cdot |\Psi_{\text{иона}}(K_{\text{вн.}})|^2 \quad (2)$$

Здесь χ - угол рассеяния падающего иона в поле ядра-мишени. Пределы интегрирования $\chi_1(R)$ и $\chi_2(R + \Delta R)$ соответствуют области вблизи поверхности ядра $R \div R + \Delta R$, в которой происходит захват α -частицы.

Кластерная волновая функция внутреннего движения $\Psi_{\text{иона}}$ есть гауссовская функция в импульсном представлении. Ее можно найти, решая уравнение Шредингера с осцилляторным потенциалом $V = \beta r^2$, где r - расстояние между захватываемой α -частицей и центром тяжести остатка. В случае $C^{12}(\alpha + Be^6)$ она имеет вид:

$$\Psi_{\text{иона}}(K_{\text{вн.}}) = \text{const} \cdot \exp[-\alpha K_{\text{вн.}}^2] \quad (3)$$

где

$$\alpha = \frac{3}{4} \frac{\hbar}{\mu \epsilon_{\alpha}^{\text{св.}}}, \quad \mu = \frac{2}{3} m_{\alpha} \quad (4)$$

Из закона сложения импульсов в точке поворота можно выразить $\vec{K}_{\text{вн.}}$ через \vec{K}_0 - импульс относительного движения α -частицы во входном канале / $\vec{K}_0 = \frac{1}{3} \vec{K}_{\text{иона}}$ для C^{12} / и \vec{K}_{α} - импульс α -частицы в выходном канале. Тогда для захвата α -частицы из C^{12} имеем:

$$K_{\text{вн.}}^2 = 4K_0^2 + 4K_{\alpha}^2 - 8K_0 K_{\alpha} (\cos \theta + X \sin \theta); \quad X = \text{Sin} \frac{\chi}{2} \quad (5)$$

Здесь мы пренебрегли слагаемыми $\sim (\text{Sin} \frac{\chi}{2})^2$ из-за малости углов упругого рассеяния. Итак, окончательное выражение для (1) примет вид:

$$W(\theta, K_{\alpha}) d\vec{V} = \int_{\chi_1}^{\chi_2} d\Omega_{\chi} \sigma_{\text{упр.}}(\chi) \exp[-4\alpha K_0^2 - 4\alpha K_{\alpha}^2 + 4\sqrt{\alpha} K_{\alpha} Z(\theta, \chi)] K_{\alpha}^2 dK_{\alpha} d\Omega_{\theta} \quad (6)$$

где

х) Фактически K_{α} - волновое число, которое связано с импульсом $\vec{P}_{\alpha} = \hbar \vec{K}_{\alpha}$.

$$Z(\theta, \chi) = 2\sqrt{a} K_0 (\cos \theta + \chi \sin \theta).$$

3. Угловое распределение

Для получения углового распределения α -частиц в выходном канале нужно проинтегрировать выражение для вероятности (6) по энергиям в выходном канале (или по K_α):

$$\begin{aligned} F(\theta) &= \int_0^\infty W(\theta, K_\alpha) K_\alpha^2 dK_\alpha = \\ &= \int_{\chi_2}^{\chi_1} d\Omega_\chi \sigma_{\text{упр.}}(\chi) \int_0^\infty K_\alpha^2 dK_\alpha \exp[-4aK_0^2 - 4aK_\alpha^2 + 4\sqrt{a} K_\alpha Z(\theta, \chi)] = \\ &= \frac{1}{4a} \sqrt{\frac{\pi}{4a}} \cdot e^{-4aK_0^2} \int_{\chi_2}^{\chi_1} d\Omega_\chi \sigma_{\text{упр.}}(\chi) \left[\frac{Z}{2\sqrt{\pi}} + (Z^2 + \frac{1}{2})(1 + \Phi(Z)) e^{-Z^2} \right]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\Phi(Z)$ — функция вероятности, которая при $Z > 3$ равна единице. Характерные значения Z в данной задаче находятся в интервале 5–10, поэтому, пренебрегая несущественными членами в квадратной скобке, получаем окончательно:

$$F(\theta) = \text{const} \int_{\chi_2}^{\chi_1} d\Omega_\chi \sigma_{\text{упр.}}(\chi) Z^2(\theta, \chi) e^{-Z^2(\theta, \chi)} \quad (9)$$

Обратим внимание на то, что подынтегральная функция очень резко меняется с изменением χ , причем основной вклад дает область вблизи верхнего предела. Применяя тогда теорему о среднем, можем записать:

$$F(\theta) = \text{const} \cdot \sigma_{\text{упр.}}(\bar{\chi}) Z^2(\theta, \bar{\chi}) e^{-Z^2(\theta, \bar{\chi})} \quad (10)$$

где $\bar{\chi} \approx \chi_1$.

Чтобы убедиться в том, что такое упрощение интеграла (9) действительно возможно, был выполнен расчет углового распределения по обеим формулам (9) и (10) для конкретной реакции $C + Au / E_{\text{о.ц.м.}} = 120 \text{ MeV}^{1/3}$. За неимением аналитического выражения упругого сечения как функции угла рассеяния χ в качестве $\sigma_{\text{упр.}}(\chi)$ была взята резерфордовская формула. Верхний предел интегрирования χ_1 находился из известного закона

$$R = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2 E_{\text{о.ц.м.}}} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\chi}{2}} \right),$$

где $R = R_{Au} + R_C / R = r_0 A^{1/3}$ — эффективный радиус соприкосновения ядер, так как $r_0 = 1,5f$ (см. ^{1/1}) несколько больше обычного значения ^{1/3}. При выборе $\Delta R \sim 0,5f$ подынтегральная функция падает на три порядка, поэтому для больших значений ΔR интеграл не будет существенно изменяться. Это позволяет считать, что основной вклад в интеграл дает узкий пучок траекторий вблизи поверхности ядра, которому соответствует небольшой ($\approx 2^\circ$) интервал углов упругого рассеяния возле какого-то среднего угла рассеяния $\bar{\chi} \approx \chi_2$.

На рис. 1 видно, что кривая α , соответствующая точному интегрированию в (9),

почти совпадает с кривой δ , построенной по формуле (10), т.е. практически всегда можно пользоваться более простым выражением для углового распределения (10).

4. Энергетическое распределение

Если в выходном канале регистрируется только энергия α -частиц, то энергетическое распределение можно получить из (6) интегрированием по всем углам наблюдения θ :

$$F(\epsilon_a) = \sqrt{\epsilon_a} \int_0^\pi d\Omega_\theta \int_{\chi_2}^{\chi_1} d\chi \sigma_{\text{упр}}(\chi) \exp[-4ak_0^2 - 4ak_a^2 + 4\sqrt{a}k_a Z(\theta, \chi)] . \quad (11)$$

В случае $\sigma_{\text{упр.}} = \sigma_{\text{кул.}}$ можно получить окончательное выражение, раскладывая \exp в двойной ряд и интегрируя каждый член этого ряда. Получается следующий результат:

$$F(\epsilon_a) = \sqrt{\epsilon_a} \left[\sum_{\eta=3}^{\infty} \sum_{q=3}^{\eta} \frac{(ak_a)^\eta}{(\eta-q)!q!} \cdot \frac{\{\Delta x\}^{q-2}}{q-2} B\left(\frac{\eta-q+1}{2}; \frac{q+2}{2}\right) + \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(ak_a)^p}{p!} \left\{ \frac{\{\Delta x\}^{-2}}{(-2)} B\left(\frac{p+1}{2}; 1\right) + ak_a \frac{\{\Delta x\}^{-1}}{(-1)} B\left(\frac{p+1}{2}; \frac{3}{2}\right) + (ak_a)^2 \frac{\ln \frac{x_1}{x_2}}{2} B\left(\frac{p+1}{2}; 2\right) \right\} \right], \quad (12)$$

$$\text{где } B(a, b) = \frac{\Gamma(a)\Gamma(b)}{\Gamma(a+b)}; \quad \{\Delta x\}^\kappa = x_1^\kappa - x_2^\kappa; \quad \{\Delta x\}^{-\kappa} = x_1^{-\kappa} - x_2^{-\kappa};$$

$$x_1 = \sin \frac{\chi_1}{2}; \quad x_2 = \sin \frac{\chi_2}{2}; \quad k_a = \text{const} \sqrt{\epsilon_a} .$$

Это выражение можно аппроксимировать некоторой функцией, однако мы этого делать не будем, так как экспериментально обычно наблюдается энергетический спектр α -частиц под данным углом θ_0 :

$$F_{\theta_0}(\epsilon_a) = \sqrt{\epsilon_a} \int_{\chi_2}^{\chi_1} d\chi \sigma_{\text{упр}}(\chi) \exp[-4ak_a^2 + 4\sqrt{a}k_a Z(\theta_0, \chi)] . \quad (13)$$

Здесь тоже подинтегральная функция быстро падает с уменьшением χ , и поэтому можно записать:

$$F_{\theta_0}(\epsilon_a) = \sigma_{\text{упр}}(\bar{\chi}) \sqrt{\epsilon_a} \exp[-4ak_a^2 + 4\sqrt{a}k_a Z(\theta_0, \bar{\chi})] . \quad (14)$$

На рис. 2 построены энергетические распределения, рассчитанные для упомянутой выше реакции по формулам (13) - кривая α и (14) - кривая δ . Видно, что интегрирование не сильно изменяет картину, даваемую простой формулой (14).

Запишем теперь условие \max энергетического распределения. В точке $\epsilon_{a \max}$, очевидно, имеем:

$$\frac{dF_{\theta_0}(\epsilon_{a \max})}{d\epsilon_{a \max}} = 0 . \quad (15)$$

Отсюда в соответствии с (13) получаем следующее условие в точке $\epsilon_{a \max}$:

$$k_{a_{max}} - \frac{1}{8 \alpha k_{a_{max}}} = k_0 (\cos \theta_0 + \bar{x} \sin \theta_0), \quad (16)$$

где

$$x = \frac{\int_{\chi_2}^{\chi_1} d\Omega_{\chi} \sigma_{\text{упр.}}(\chi) \cdot x \cdot \exp [8 \alpha k_{a_{max}} k_0 \sin \theta_0 x]}{\int_{\chi_2}^{\chi_1} d\Omega_{\chi} \sigma_{\text{упр.}}(\chi) \exp [8 \alpha k_{a_{max}} k_0 x \sin \theta]} \quad (17)$$

Уравнение (16) дает интересную возможность проверить предлагаемую модель. Действительно, если известна экспериментальная кривая энергетического распределения под данным углом θ_0 , то из (16) можно сразу получить \bar{x} или средний угол $\bar{\chi}$ упругого рассеяния падающего иона. Подставляя это значение в формулу (10), можно построить теоретическую кривую углового распределения. Результат такой проверки показан на рис.3, где по экспериментальному значению $\epsilon_{a_{max}} = 33 \text{ МэВ}^{1/3}$ при $a = 1,5 f^2$ найден угол $\bar{\chi} = 29^\circ$, а на рис. 1 показана теоретическая кривая b , построенная для этого значения $\bar{\chi}$. Согласие с экспериментом указывает на внутреннюю непротиворечивость предлагаемой модели. Кроме того, интересно отметить, что если отложить угол $\bar{\chi} = 29^\circ$ на экспериментальном графике упругого рассеяния $C + Au$, то оказывается, что этот угол соответствует началу резкого спада сечения, как функции угла χ . Но, с другой стороны, известно^{/3/}, что этот резкий спад вызывается включением ядерных сил у поверхности ядра. Это еще раз подтверждает правильность модели, описывающей процесс прямого типа возле ядерной поверхности.

5. Сравнение с экспериментом

В том случае, когда \bar{x} можно определить по энергетическому распределению с помощью уравнения (16), угловое распределение можно объяснить по формуле (10) без привлечения какой-либо модели для упругого рассеяния падающего иона. Таким образом построена кривая b на рис. 1 ($C + Au$; $E_{\text{лаб.}} = 126 \text{ МэВ}$). Для реакции $C + Bi$ с выходом a -частиц^{/1/} энергетическое распределение не приведено, поэтому \bar{x} определяется по формуле $x = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{2E_{\text{о.п.м}} R - Z_1 Z_2 e^2}$. На рис.4 показаны экспериментальные точки^{/1/} и соответствующие теоретические кривые, рассчитанные по формуле (10) с $\sigma_{\text{упр.}}(\chi) = \sigma_{\text{кулон}}(\chi) = \frac{\text{const}}{E_{\text{о.п.м}}^2} / x = \sin \frac{\chi}{2}$, $a = 1,58 f^2$ "Сшивание" с экспериментом производилось только для верхней кривой ($E_{\text{лаб.}} = 126 \text{ МэВ}$), относительно которой откладывались две другие. Как видно из рисунка, с уменьшением энергии падающих частиц сечение захвата a -частицы уменьшается, а кривые сдвигаются в сторону больших углов, что вызвано действием кулоновского поля отталкивания. Укажем, что наклон кривых углового распределения возрастает с ростом a . Это можно понять, если учесть, что $a = \frac{\text{const}}{\epsilon_{\text{св}}}$, и в пределе $a = \infty$, $\epsilon_{\text{св}}^{\text{св}} = 0$ получим свободное движение несвязанных a -частиц в поле $\epsilon_a^{\text{св}}$ ядра, которые уже не будут испытывать размазки из-за разрыва внутренней связи.

На рис. 5 показано угловое распределение α -частиц в реакции $O + Bi$, $O + Au$, $E_{\text{лаб.}} = 168 \text{ Мэв}^{1/1}$. В этом случае нами рассматривается захват Be^8 с вылетом двух α -частиц, чему соответствует $\alpha = 0,53 f^2$, а $K_{\text{вн.}}^2$ опять определяется векторным сложением импульсов в точке поворота.

Рис. 3 иллюстрирует тот факт, что с уменьшением энергии связи (рост α) уменьшается средняя полуширина энергетического распределения.

На рис. 6 показана рассчитанная из уравнения (16) функция $\epsilon_{\alpha \text{ max}}(\theta_{\text{ц.м.}})$. Характерное уменьшение $\epsilon_{\alpha \text{ max}}$ с ростом угла $\theta_{\text{ц.м.}}$ наблюдается экспериментально ^{1/1}.

Рис. 7 дает изменение формы энергетического распределения с изменением угла наблюдения.

Все это указывает на то, что предложенная модель правильно отражает основные черты эксперимента. Следует отметить, что можно было бы добиться лучшего согласия с опытом, варьируя α как параметр, однако такая задача нами не ставилась. Главное заключается в том, что модель является внутренне непротиворечивой и что с использованием α -частичной волновой функции для C^{12}, O^{16} получается согласие с наблюдаемыми закономерностями.

В заключение авторы благодарят Б.Н.Калинкина за постоянный интерес к работе и обсуждение полученных результатов.

Л и т е р а т у р а

1. H.C.Britt, A.R.Quinton. Phys. Rev. 124, 877 (1961).
2. Е.В.Инопин. Укр. физ. ж. У, (8), 744 (1960).
3. Б.Н.Калинкин, Б.И.Пустыльник. Acta Phys. Pol. 23 (3), 375 (1963); Препринт ОИЯИ Р-989, Дубна, 1962.
4. H.L.Reynolds, E.Goldberg. Phys. Rev. 119, 2009 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел
6 мая 1963 г.

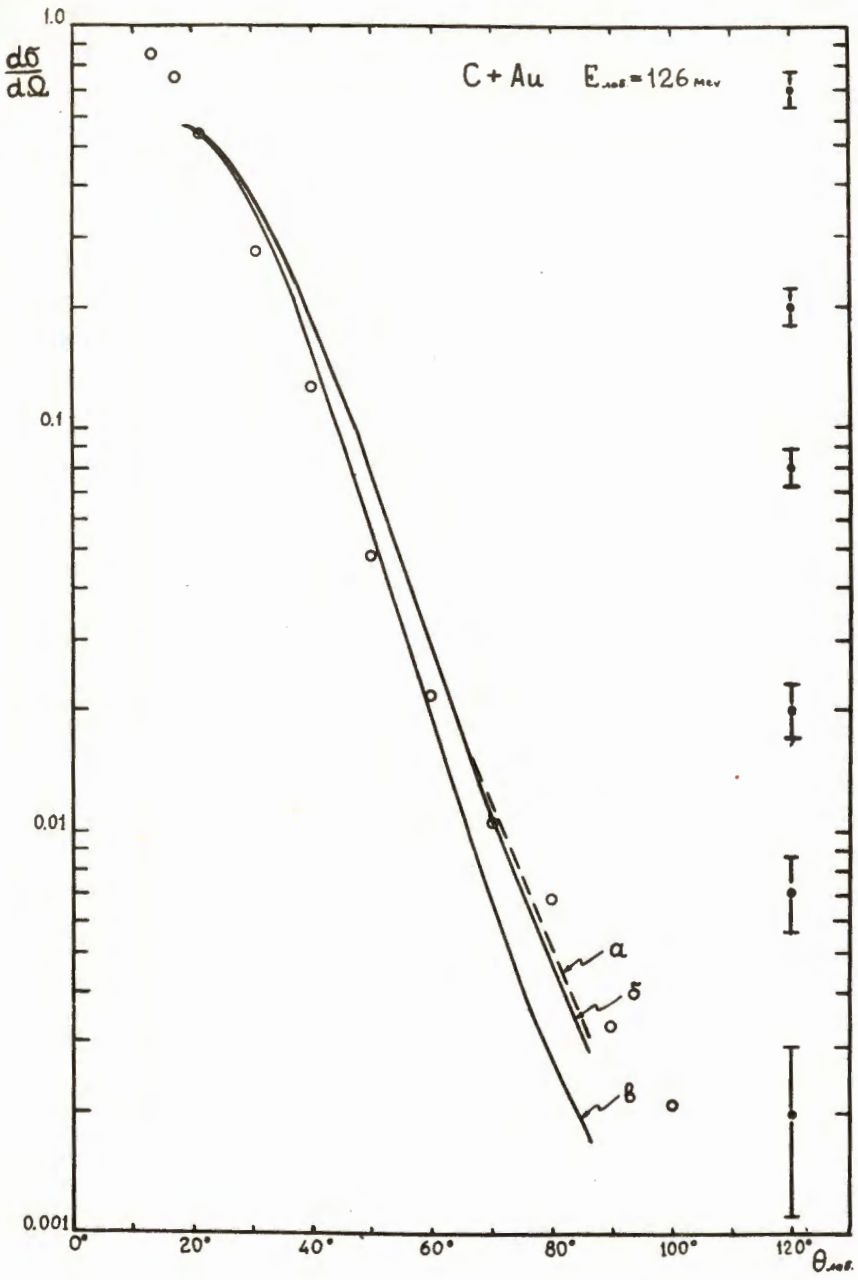


Рис. 1.

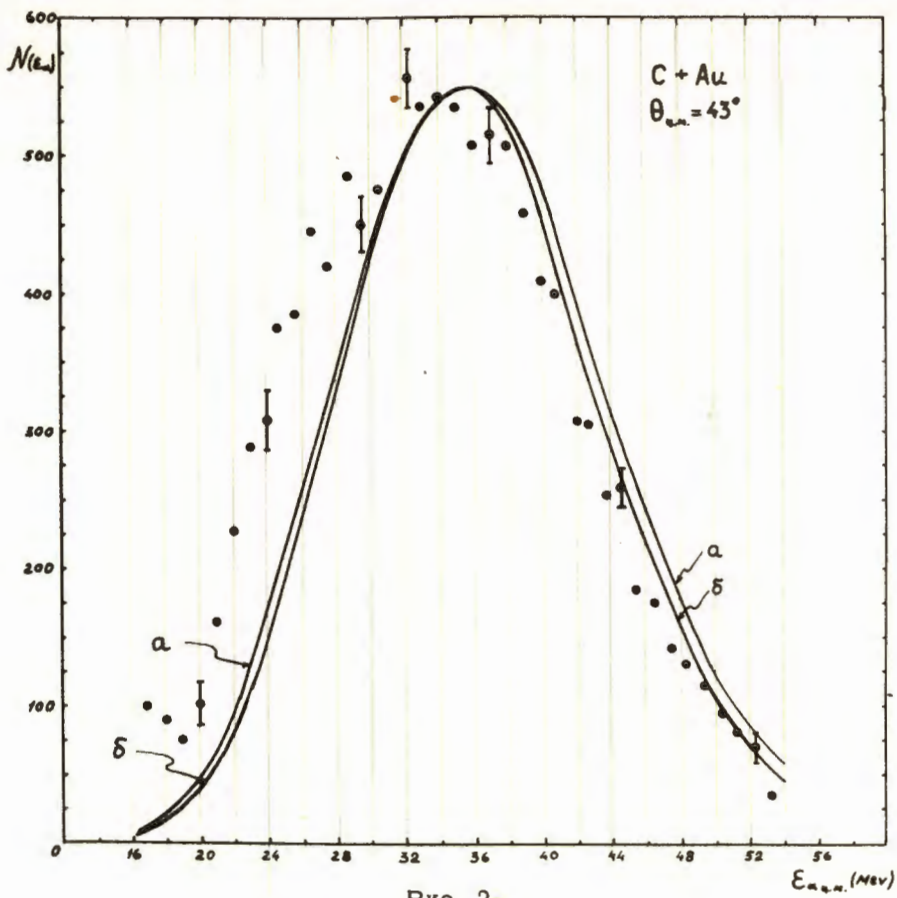


Рис. 2.

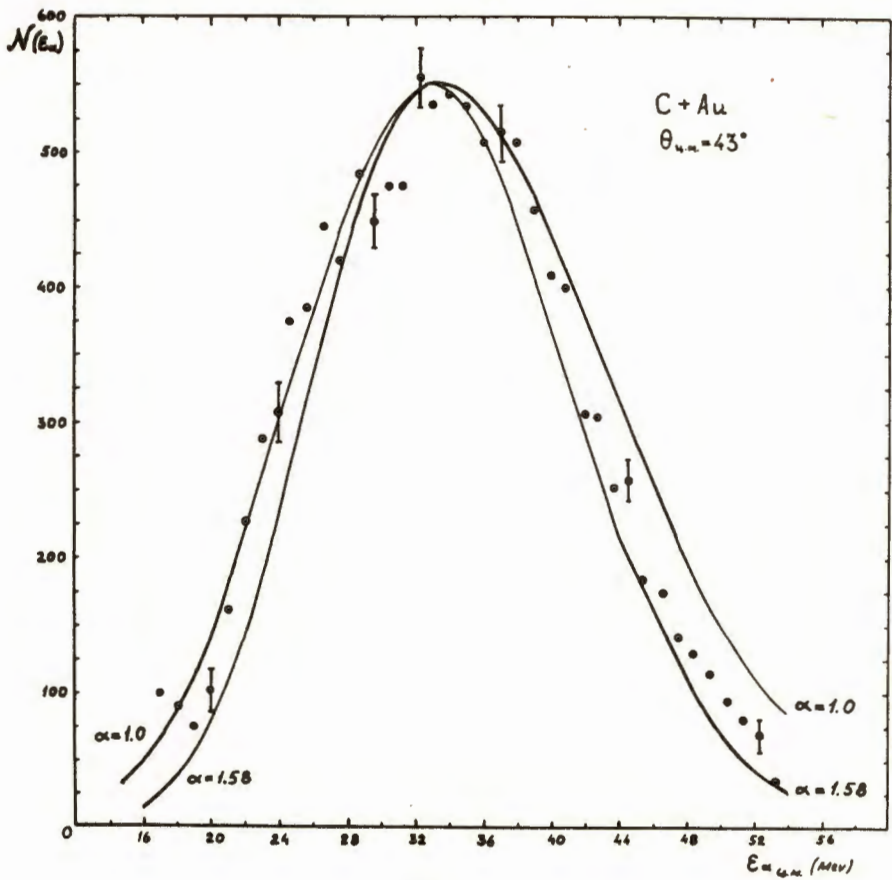


Рис. 3.

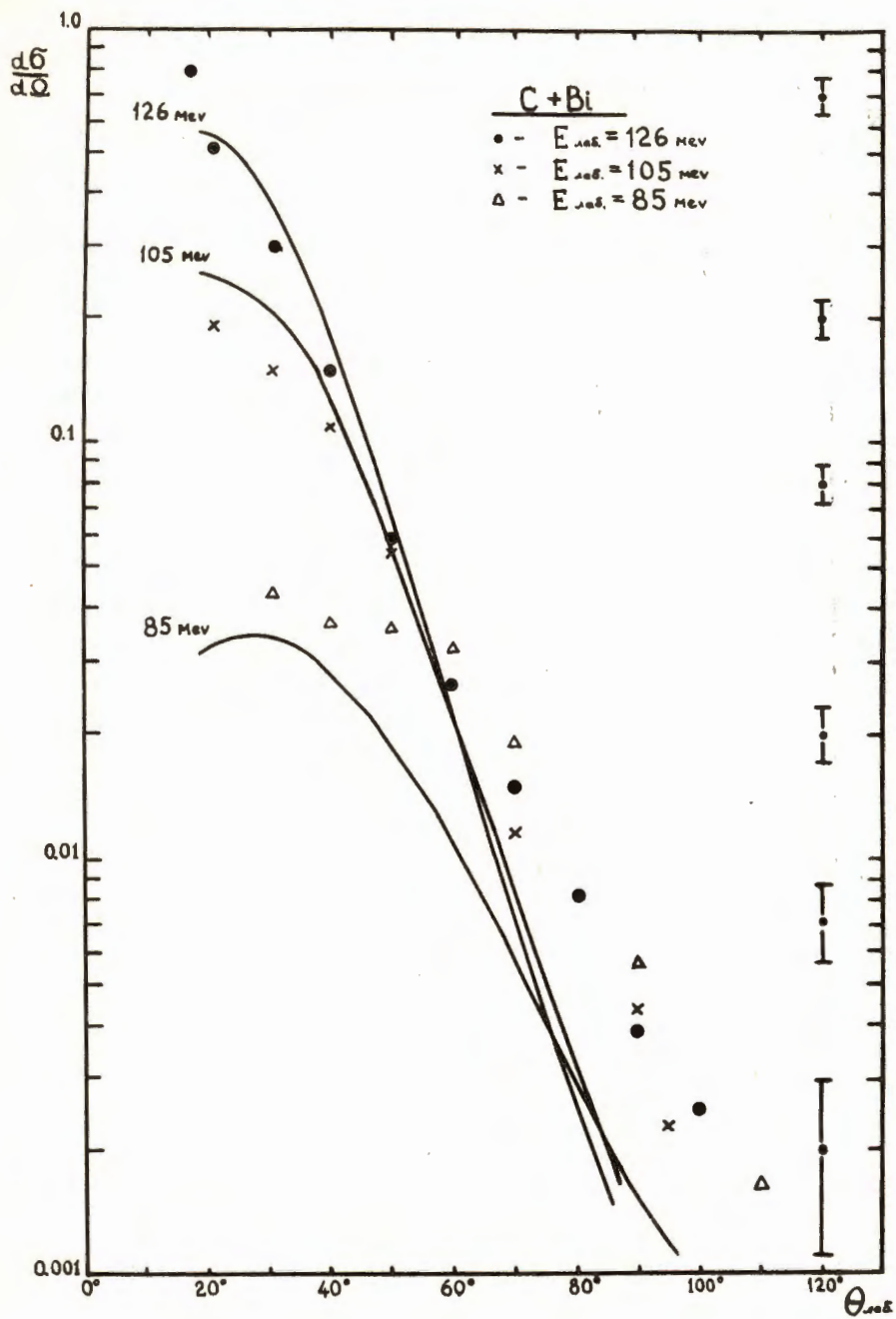


Рис. 4.

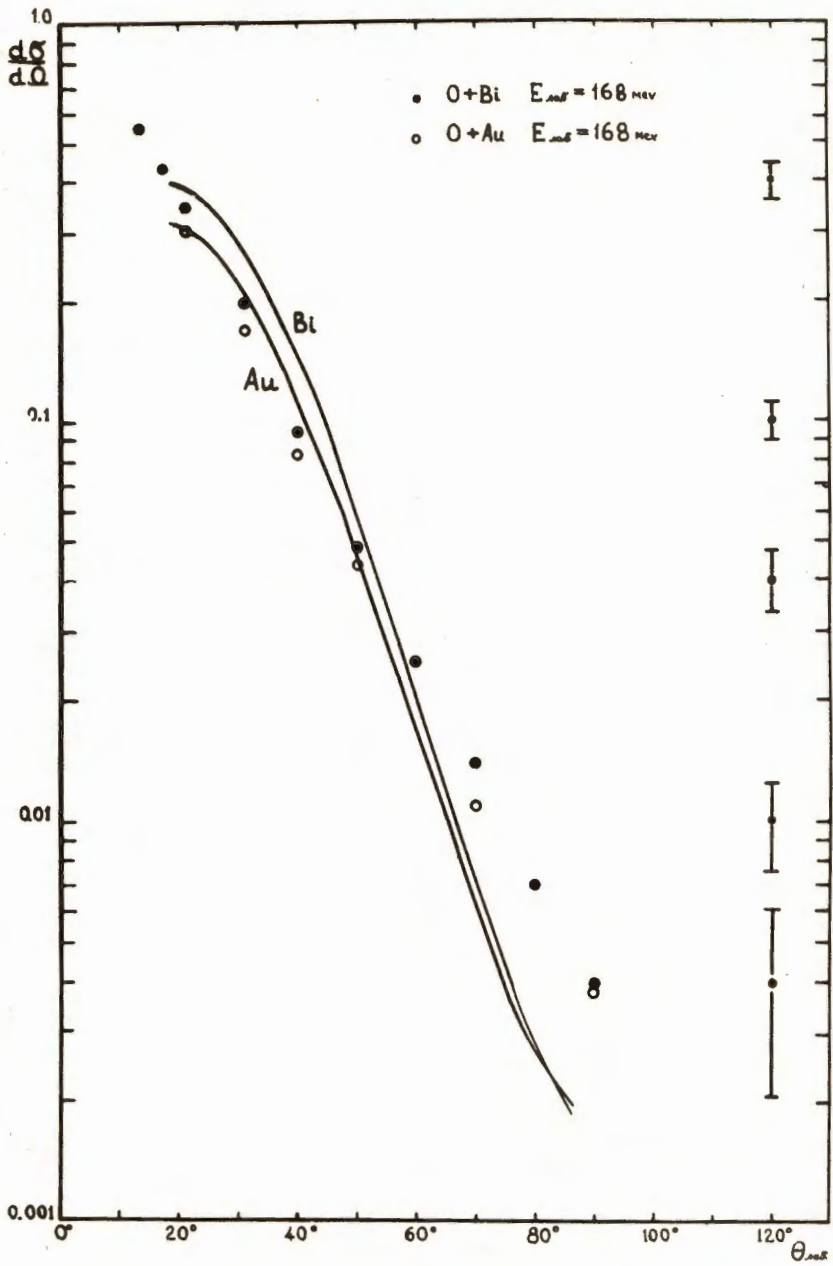


Рис. 5.

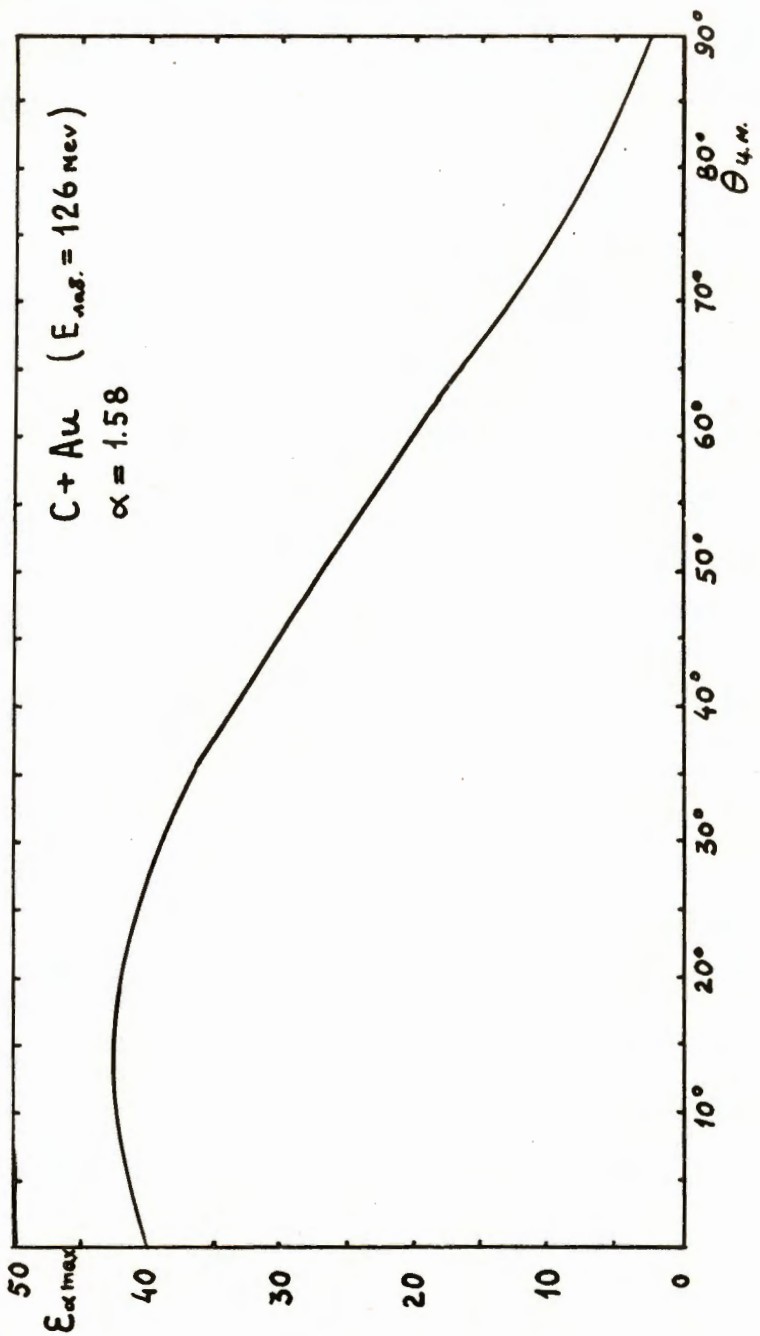


Рис. 6.

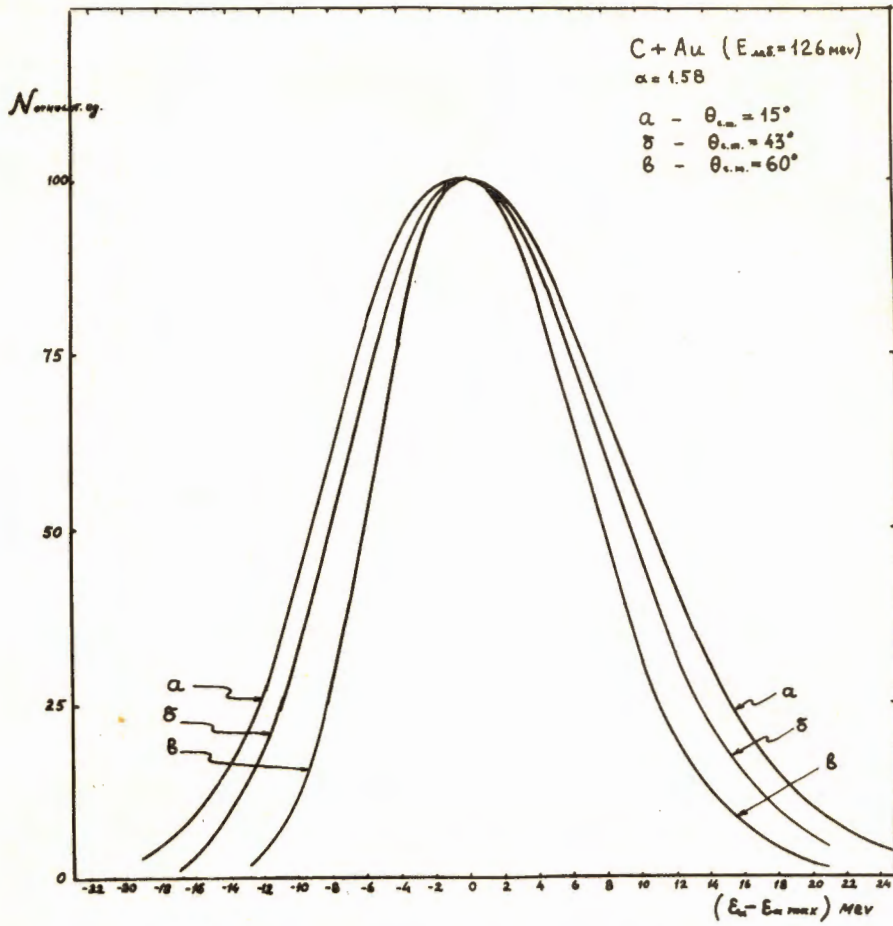


Рис. 7.