ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Лю И-чень и И.Т. Тодоров

P-1272

ОСОБЕННОСТИ НЕКОТОРЫХ ДИАГРАММ ФЕЙНМАНА

Nucl. Phys., 1964, v 50, n 2, p 273-280.

Дубна 1963 год

Лю И-чень и Тодоров И.Т. Р-1272

"ОСОБЕННОСТИ НЕКОТОРЫХ ДИАГРАММ ФЕЙНМАНА"

Рассмотрены примеры применения полученных ранее параметрических уравнений для собственных особенностей графов Фейнмана к некоторым диаграммам рассеяния.

Препринт Объединенного института ядерных исследований.
Дубна 1963 г.

P - 1272

Lin Yi-chen and Todorov J.T. Singularities of Some Feynman Graphs.

Applications of the parametric equations obtained earlier for the proper singularities of the Feynman graphs to some scattering diagrams are treated.

Preprint.Joint Institute for Nuclear Research.
Dubna. 1963.

Лю И-чень и И.Т. Тодоров

Р - 1272

ОСОБЕННОСТИ НЕКОТОРЫХ ДИАГРАММ ФЕЙНМАНА

Дубна 1963 год

В в е д е н и е

В работе[1] было показано, что собственные особенности произвольной диаграммы Фейнмана описываются параметрическими уравнениями

$$p_i = \sum_{\nu=1}^{\ell} \epsilon_{i\nu}\, m_\nu \frac{R_\nu}{|R_\nu|}\,, \qquad i = 1, \dots, n, \qquad /1.1/$$

где

$$R_\nu = \sum_{j=1}^{n} \epsilon_{j\nu}\, x_j\,, \qquad \nu = 1, \dots, \ell. \qquad /1.2/$$

Здесь n – число узлов рассматриваемого графа, ℓ – число его внутренних линий, m_ν – масса на линии ν, $\{\epsilon_{i\nu}\}$ –матрица инциденций графа:

$\epsilon_{i\nu} = 1$, если линия ν выходит из узла i,
$\epsilon_{i\nu} = -1$, если линия ν входит в узел i,
$\epsilon_{i\nu} = 0$, если узел i не принадлежит линии ν,

/см. также[3]/. Четырехмерные векторы x_i /координаты узлов/ являются параметрами в уравнениях поверхности особых точек /1.1/. Комплексные особые точки получаются при комплексных значениях составляющих векторов x_i. Если узел i_0 внутренний, то мы полагаем $p_{i_0} = 0$ и /1.1/ дает тогда некоторую связь между параметрами x_i.

Уравнения /1.1/ эквивалентны уравнениям Ландау[2] для собственных особенностей диаграммы. Параметры Фейнмана a_ν связаны с длинами $|R_\nu|$ формулой $m_\nu a_\nu = C|R_\nu|$, где C – положительная постоянная /если a_ν нормированы условием $\sum_{\nu=1}^{\ell} m_\nu^2 a_\nu = 1$, то $C = 1$/.

В записи /1.1/ обнаруживается тесная связь между аппаратом, использованным в теории мажорирования графов Фейнмана[3], и уравнениями для особых точек диаграммы. Кроме того, уравнения /1.1/ дают практически удобное средство для нахождения собственных особенностей конкретных диаграмм, так как они позволяют выразить все импульсы на особой поверхности через минимальное число независимых векторов. Особенно упрощаются выкладки в случае, когда диаграмма симметрична и все массы равны /даже если в диаграмме имеется несколько независимых контуров/.

В настоящей заметке мы проиллюстрируем эффективность уравнений /1.1/ на нескольких нетривиальных примерах. Изучение таких примеров полезно для проверки справедливости различных гипотетических спектральных представлений /в первую очередь для проверки представления Мандельстама/. Отметим, однако, что ценность подобных исследований несомненно возрастет, если будет найден общий алгебраический критерий, позволяющий решать, какие комплексные точки, удовлетворяющие уравнениям особой поверхности, действительно являются особыми точками на физическом листе амплитуды.

§ 2. Диаграмма рассеяния с трехчастичным промежуточным состоянием

В качестве первого примера рассмотрим диаграмму рассеяния частиц с одинаковой массой / m = 1/, изображенную на рис. 1

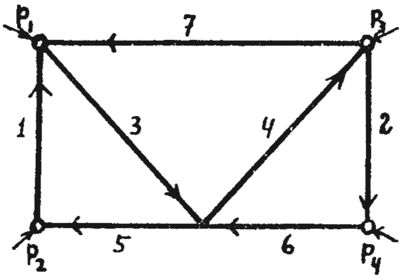

Рис. 1

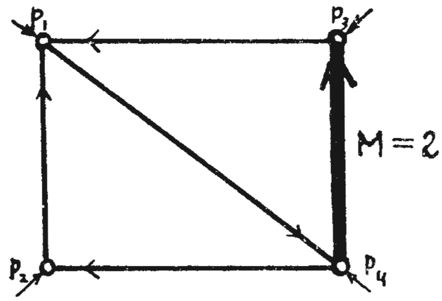

Рис. 2

"Нормальные" пороги этой диаграммы /являющиеся особенностями низших диаграмм/ равны

$$s = 9, \qquad t = 16. \qquad /2.1/$$

Мы найдем все остальные особенности графа рис. 1, которые складываются из собственных особенностей этого графа [/1,2/] и из особенностей графов, полученных стягиванием линии 6 или линии 5 в точку /первый из этих графов изображен на рис 2/. Покажем, что на физическом листе у вклада от диаграммы рис. 1 в амплитуду рассеяния нет комплексных особенностей по t при вещественных s .

Начнем с изучения собственных особенностей диаграммы рис. 1. Введем следующие обозначения:

$$\lambda_\nu = |R_\nu| = \sqrt{R_\nu^2}\ , \qquad \eta_{ij} = \frac{(R_i\ R_j)}{\lambda_i\ \lambda_j}\ , \qquad /2.2/$$

где векторы R_ν заданы формулой /1.2/. Из /1.2/ следует, что сумма векторов R_ν по любому замкнутому контуру графа равна нулю. Таким образом, мы получаем три независимых векторных равенства:

$$R_1 + R_3 + R_5 = 0\ , \qquad R_2 + R_6 + R_4 = 0, \qquad R_3 + R_4 + R_7 = 0\ . \qquad /2.3/$$

Условие, что внешние импульсы p_i лежат на поверхности масс

$$p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = p_4^2 = 1\ , \qquad /2.4/$$

дает четыре дополнительных связи на параметры λ и η /в силу /1.1//. Наконец, равенство нулю внешнего импульса в узле 5 приводит в силу /1.3/ к соотношению:

$$\frac{R_3}{\lambda_3} + \frac{R_6}{\lambda_6} = \frac{R_4}{\lambda_4} + \frac{R_5}{\lambda_5}\ . \qquad /2.5/$$

Наша цель - выразить все параметры λ_ν и η_{ij} через один из них /например, через λ_7/λ_1/ при помощи уравнений /2.2/-/2.5/ и подставить полученные выражения в уравнениях для s и t :

$$s=(p_1+p_2)^2=3-2(\eta_{35}+\eta_{37}-\eta_{57}),$$
$$t=(p_1+p_3)^2=4-2(\eta_{12}+\eta_{13}+\eta_{24}+\eta_{34}-\eta_{14}-\eta_{23}). \qquad /2.6/$$

Наметим основные этапы этой, в принципе элементарной, но весьма громоздкой процедуры исключения 21 параметра η_{ij} и шести параметров λ_ν .

Равенства /2.3/ выражают тот /очевидный геометрически/ факт, что диаграмма рис. 1 состоит из трех треугольников, образованных соответственно из векторов (R_1, R_3, R_5), (R_3, R_4, R_7) и (R_4, R_2, R_6) . Девять из двадцати одного параметра η_{ij} определяются тем, что они равны, с точностью до знака, косинусам углов в этих треугольниках:

$$\eta_{15}=\frac{\lambda_3^2-\lambda_1^2-\lambda_5^2}{2\lambda_1\lambda_5}, \quad \eta_{34}=\frac{\lambda_7^2-\lambda_3^2-\lambda_4^2}{2\lambda_3\lambda_4}, \ldots \qquad /2.7/$$

/равенства /2.7/ могут быть, конечно, получены и чисто аналитически из уравнений /2.3//. Умножая скалярно на R_ν / $\nu = 1, \ldots 7$/ каждое из уравнений /2.3/, мы получаем, наряду с равенствами типа /2.7/, еще следующие 9 независимых уравнений:

$$\begin{aligned}
\gamma_{12} &= \tfrac{1}{2}(-\lambda_1^2-\lambda_2^2+\lambda_5^2+\lambda_6^2+\lambda_7^2)+\gamma_{56}-\gamma_{57}-\gamma_{67},\\
\gamma_{14} &= \tfrac{1}{2}(\lambda_1^2+\lambda_4^2-\lambda_5^2-\lambda_7^2)+\gamma_{57},\\
\gamma_{16} &= \tfrac{1}{2}(\lambda_2^2-\lambda_4^2-\lambda_6^2)-\gamma_{56}+\gamma_{67},\\
\gamma_{17} &= \tfrac{1}{2}(\lambda_3^2-\lambda_4^2+\lambda_7^2)-\gamma_{57},\\
\gamma_{23} &= \tfrac{1}{2}(\lambda_2^2+\lambda_3^2-\lambda_6^2-\lambda_7^2)+\gamma_{67},\\
\gamma_{25} &= \tfrac{1}{2}(\lambda_1^2-\lambda_3^2-\lambda_5^2)-\gamma_{56}+\gamma_{57},\\
\gamma_{27} &= \tfrac{1}{2}(-\lambda_3^2+\lambda_4^2+\lambda_7^2)-\gamma_{67},\\
\gamma_{36} &= \tfrac{1}{2}(-\lambda_2^2+\lambda_4^2+\lambda_6^2)-\gamma_{67},\\
\gamma_{45} &= \tfrac{1}{2}(-\lambda_1^2+\lambda_3^2+\lambda_5^2)-\gamma_{57},
\end{aligned} \qquad (2.8)$$

где

$$\gamma_{\mu\nu}=\lambda_\mu\lambda_\nu\eta_{\mu\nu}. \qquad /2.9/$$

Уравнение /2.5/ эквивалентно, со своей строны, системе скалярных уравнений:

$$\eta_{36}=\eta_{45}, \quad \eta_{34}=\eta_{56}, \quad \eta_{35}=\eta_{46}, \quad \eta_{34}+\eta_{35}-\eta_{36}=1 . \qquad /2.10/$$

Уравнения /2.7/–/2.10/ позволяют легко выразить все косинусы η_{ij} через длины λ_ν

Перейдем теперь к исключению параметров λ_ν. Равенства $p_2^2=p_4^2=1$ могут быть записаны в виде:

$$\eta_{15}=\eta_{26}=½, \qquad /2.11/$$

где η_{15} и η_{26} η выражаются через λ_ν посредством /2.7/. Из условия совместности уравнений /2.3/ /см.[1,2]/ следует, что

$$K(\eta_{15},\eta_{13},\eta_{35})=K(\eta_{34},\eta_{37},\eta_{47})=K(\eta_{26},\eta_{46},\eta_{24})=0, \qquad /2.12/$$

где

$$K(z_1,z_2,z_3)=z_1^2+z_2^2+z_3^2-2z_1z_2z_3-1. \qquad /2.13/$$

Из /2.10/–/2.12/ следует, что углы в треугольниках со сторонами /1,3,5/ и /2,6,4/ соответственно равны, и, следовательно, эти два треугольника подобны:

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{\lambda_4}{\lambda_3}=\frac{\lambda_6}{\lambda_5}\equiv\rho. \qquad /2.14/$$

С другой стороны, из /2.11/ находим

$$\lambda_5=½\left(\sqrt{4\lambda_3^2-3\lambda_1^2}-\lambda_1\right). \qquad /2.15/$$

Равенства $p_1^2=p_3^2=1$ с учетом /2.14/ и /2.15/ могут быть приведены к форме:

$$(\rho+1)^2\lambda_3^3=[-(\rho+1)^2\lambda_3^2+(\rho+1)\lambda_1\lambda_3+\lambda_7(\lambda_1+\lambda_7)]\,½\sqrt{4\lambda_3^2-3\lambda_1^2}+$$

$$+½(3-\rho)(1+\rho)\lambda_1\lambda_3^2+\lambda_3\left[(\lambda_1+\lambda_7)^2+\frac{3\rho+1}{2}\lambda_1^2\right]+\frac{\lambda_1\lambda_7}{2}(\lambda_7+3\lambda_1), \qquad /2.16а/$$

$$(\rho+1)^2\lambda_3^3=½[-(\rho+1)^2\lambda_3^2+\rho(\rho+1)\lambda_1\lambda_3+\lambda_7(\lambda_7+\rho\lambda_1)]\sqrt{4\lambda_3^2-3\lambda_1^2}+$$

$$+½(3\rho-1)(1+\rho)\lambda_1\lambda_3^2+\lambda_3[(\rho\lambda_1+\lambda_7)^2+\rho/2\,(3+\rho)\lambda_1^2]+½\,\lambda_1\lambda_7(\lambda_7+3\rho\lambda_1) \qquad /2.16б/,$$

Вычитая /2.16б/ из /2.16а/, находим:

$$\lambda_1(1-\rho)[\lambda_7+(1+\rho)\lambda_3][4\lambda_3+3\lambda_1+\sqrt{4\lambda_3^2-3\lambda_1^2}]=0,$$

откуда для собственных особенностей графа на физическом листе получаем

$$\rho=1, \qquad \lambda_1=\lambda_2, \quad \lambda_3=\lambda_4, \quad \lambda_5=\lambda_6. \qquad /2.17/$$

При ρ 1 каждое из двух уравнений /2.16/ приводится к виду:

$$\lambda_1(\lambda_1+\lambda_3)(\lambda_7+2\lambda_3)[\lambda_7^2+3(\lambda_1-2\lambda_3)\lambda_7+3\lambda_1(\lambda_1-\lambda_3)]=0. \qquad /2.18/$$

В случае собственных особенностей рассматриваемого графа, лежащих на физическом листе, лишь последний множитель в /2.18/ может обращаться в нуль. Поэтому:

$$\lambda_3 = \frac{\lambda_7^2 + 3\lambda_1\lambda_7 + 3\lambda_1^2}{3\lambda_1 + 2\lambda_7} . \qquad /2.19/$$

При этом значении λ_3

$$\sqrt{4\lambda_3^2 - 3\lambda_1^2} = \frac{2\lambda_7^2 + 6\lambda_7\lambda_1 + 3\lambda_1^2}{2\lambda_7 + 3\lambda_1} , \quad \lambda_5 = \frac{\lambda_7(\lambda_7 + 2\lambda_1)}{2\lambda_7 + 3\lambda_1} . \qquad /2.20/$$

Подставляя /2.17/–/2.20/ в решения $\eta_{\mu\nu}$ системы /2.8/ – /2.10/, мы получим в силу /2.6/ следующее параметрическое уравнение для особой кривой диаграммы рис 1:

$$1/3\,(s-9) = 2/\lambda - \frac{1}{\lambda^2 + 3\lambda + 3} = \frac{2\lambda^2 + 5\lambda + 6}{\lambda(\lambda^2 + 3\lambda + 3)} ,$$

$$\frac{1}{3}\, t = \frac{(\lambda + 2)^3}{(\lambda^2 + 3\lambda + 3)^2}\,(4\lambda^2 + 9\lambda + 6) , \qquad /2.21/$$

где

$$\lambda = \frac{\lambda_7}{\lambda_1} . \qquad /2.22/$$

"Физическая" ветвь особой кривой определяется условием, что при $s \to 9$, $\lambda \to \infty$ /можно показать непосредственным исследованием амплитуды, что при вещественном $s \leq 9$ она не может иметь комплексных особенностей по t /. Отсюда следует, что особая кривая на физическом листе при $s > 9$ получается, когда параметр λ в /2.21/ вещественен и положителен:

$$0 < \lambda < \infty . \qquad /2.23/$$

Асимптотами особой кривой являются прямые /2.1/. Вблизи этих прямых особая кривая удовлетворяет следующим асимптотическим соотношениям, полученным из /2.21/ при $\lambda \to \infty$ и $\lambda \to 0$:

$$t \approx \frac{72}{s-9} + 21 \qquad /\text{при } s \to 9, \quad t \to \infty / ,$$

$$s \approx \frac{96}{t-16} + 8 \qquad /\text{при } t \to 16, \quad s \to \infty / .$$

Как известно, /см., например,[/4/] / у диаграммы рис. 2 тоже нет комплексных особенностей на физическом листе. Это можно увидеть и изложенным выше методом, при помощи которого мы приходим к следующему уравнению для собственных особенностей графа рис. 2 на физическом листе:

$$t = 16\,\frac{s(s-4)}{(s-1)(s-9)} , \quad / s > 9 / . \qquad /2.25/$$

В точности такие же особенности и у диаграммы, полученной из графа рис. 1 стягиванием линии 5[x/].

[x/] Результаты этого параграфа показывают неправильность основного утверждения, сделанного в препринте Кима[/5/].

В качестве второго примера найдем собственные особенности диаграммы рассеяния в форме тетраэдра, изображенной на рис. 3 /этот граф иногда называется

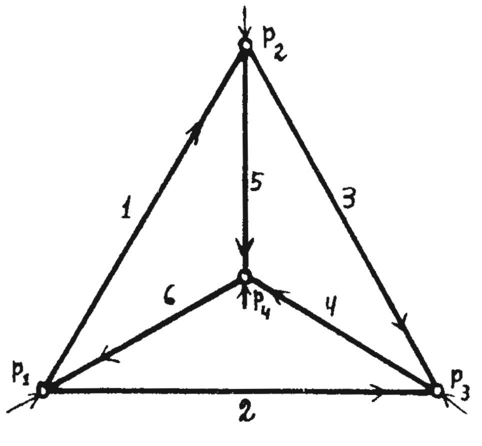

Рис. 3.

распечатанным конвертом /см[6]//. В[1] были найдены собственные особенности этого графа в случае, когда массы на всех линиях /внутренних и внешних/ равны между собой. Здесь мы рассмотрим несколько более общий случай: предположим лишь, что массы на внутренних линиях, не имеющих общих узлов, попарно равны и что все внешние массы равны друг другу:

$$m_1 = m_4 , \quad m_2 = m_5 , \quad m_3 = m_6 , \qquad /3.1/$$

$$p_1^2 = p_2^2 = p_3^2 = p_4^2 = M^2 \qquad /3.2/$$

Из /3.1/ и /3.2/ следует равенство длин λ_ν /2.2/ на линиях 1 и 4, 2 и 5, 3 и 6. Это утверждение можно доказать по аналогии с § 2, исходя из полной системы уравнений для углов и длин, входящих в диаграмму и устанавливая равенство треугольников с вершинами /1,2,4/, /3,4,2/ и /4,3,1/. Проще можно прийти к этому же заключению по следующей схеме.

Равенство квадратов внешних импульсов эквивалентно взаимной ортогональности векторов

$$q_1 = p_1 + p_2 , \qquad q_2 = p_1 + p_3 , \qquad q_3 = p_2 + p_3 , \qquad /3.3/$$

$$q_1 q_2 = q_2 q_3 = q_1 q_3 = 0; \qquad q_1^2 = s, \quad q_2^2 = t , \quad q_3^2 = u . \qquad /3.4/$$

Векторы R_ν /1.2/ инварианты относительно трансляции всех x_i на один и тот же вектор. Поэтому удобно ввести вместо векторов x_i три независимых вектора ξ_1, ξ_2, ξ_3, определяемых равенством

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 + p_3 x_3 + p_4 x_4 = q_1 \xi_1 + q_2 \xi_2 + q_3 \xi_3 . \qquad /3.5/$$

Из сравнения /3.3/ и /3.5/ находим следующие связи между векторами x_i и ξ_i

$$x_1 - x_4 = \xi_1 + \xi_2 , \qquad x_2 - x_4 = \xi_1 + \xi_3 , \qquad x_3 - x_4 = \xi_2 + \xi_3 ;$$

$$\xi_1 = \tfrac{1}{2}(x_1 + x_2 - x_3 - x_4), \quad \xi_2 = \tfrac{1}{2}(x_1 - x_2 + x_3 - x_4), \quad \xi_3 = \tfrac{1}{2}(-x_1 + x_2 + x_3 - x_4) \qquad /3.6/$$

Пользуясь условиями ортогональности /3.4/ и равенствами /3.1/, можно показать /исходя из параметрических уравнений /1.1//, что векторы ξ_i попарно ортогональны:

$$\xi_1 \xi_2 = \xi_2 \xi_3 = \xi_1 \xi_3 = 0 . \qquad /3.7/$$

Отсюда непосредственно следует равенство длин несоседних сторон тетраэдра:

$$|R_1| = |R_4| = \sqrt{\xi_2^2 + \xi_3^2} \equiv \lambda_1 , \quad |R_2| = |R_5| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_3^2} \equiv \lambda_2, \qquad /3.8/$$

$$|R_3| = |R_6| = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2} \equiv \lambda_3 .$$

Квадраты векторов ξ_i выражаются через длины λ по формуле:

$$\xi_i^2 = \tfrac{1}{2}(\lambda_j^2 + \lambda_k^2 - \lambda_i^2), \qquad i = 1,2,3, \qquad /3.9/$$

где (i,j,k) – перестановка чисел /1,2,3/.

В силу /1.1/ и /3.3/ – /3.6/ уравнения особой кривой диаграммы рис. 3 принимают вид:

$$s = 2\left(\frac{m_2}{\lambda_2} + \frac{m_3}{\lambda_3}\right)^2 (\lambda_2^2 + \lambda_3^2 - \lambda_1^2),$$

$$t = 2\left(\frac{m_1}{\lambda_1} + \frac{m_3}{\lambda_3}\right)^2 (\lambda_1^2 + \lambda_3^2 - \lambda_2^2), \qquad /3.10/$$

$$u = 2\left(\frac{m_1}{\lambda_1} + \frac{m_2}{\lambda_2}\right)^2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - \lambda_3^2).$$

В силу однородности правой части /3.10/ относительно λ переменные s, t и u зависят лишь от двух независимых параметров /например, от отношений $\frac{\lambda_1}{\lambda_3}$ и $\frac{\lambda_2}{\lambda_3}$ /. Один из них необходимо исключить из условия

$$s + t + u = 4M^2,$$

которое, в силу /3.10/, может быть записано в виде[x/]

$$M^2 - m_1^2 - m_2^2 - m_3^2 = m_1 m_2 m_3 \Big\{ \frac{\lambda_1}{\lambda_2\lambda_3}\left(\frac{\lambda_2}{m_2} + \frac{\lambda_3}{m_3} - \frac{\lambda_1}{m_1}\right) + \qquad /3.11/$$

$$+ \frac{\lambda_2}{\lambda_1\lambda_3}\left(\frac{\lambda_1}{m_1} + \frac{\lambda_3}{m_3} - \frac{\lambda_2}{m_2}\right) + \frac{\lambda_3}{\lambda_1\lambda_2}\left(\frac{\lambda_1}{m_1} + \frac{\lambda_2}{m_2} - \frac{\lambda_3}{m_3}\right)\Big\} .$$

В случае равных масс на внутренних линиях

$$m_1 = m_2 = m_3 = m \qquad /3.12/$$

уравнение /3.11/ упрощается и, накладывая нормировочное условие

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 ,$$

---

x/ Из /3.10/ и /3.11/ видна, в частности, ошибочность утверждения препринта[7]. Если $M^2 = 2(m_1^2 + m_2^2 + m_3^2)$ и $\frac{\lambda_1}{m_1} = \frac{\lambda_2}{m_2} = \frac{\lambda_3}{m_3}$, то особенность получается лишь в точке $s = 8(m_2^2 + m_3^2 - m_1^2)$, $t = 8(m_1^2 + m_3^2 - m_2^2)$, а не при произвольных s и t, как утверждается в[7].

нетрудно исключить параметры λ_1 и λ_2 :

$$\lambda_1 = \tfrac{1}{2}(1-\lambda+a)\,,\quad \lambda_2 = \tfrac{1}{2}(1-\lambda-{}')\,,\quad \lambda_3 = \lambda\,,$$

$$a = \left\{ \lambda^2 - \frac{(M^2-5m^2)(2\lambda-1)\lambda}{(M^2+3m^2)\lambda-4m^2} \right\}^{1/2}. \qquad /3.13/$$

В случае, когда все массы равны $(M=m)$, мы снова приходим к особенно простому результату[1]:

$$s^{1/3} + t^{1/3} + u^{1/3} = (16\,m\ )^{1/3}. \qquad /3.14/$$

В заключение авторы выражают благодарность В.С. Владимирову, Г.И.Копылову, А.А. Логунову, В.П. Павлову, М.К. Поливанову, А.П. Рудику и Ю.А. Симонову за интерес к работе и полезные обсуждения.

Литература

1. А.А. Логунов, И.Т. Тодоров и Н.А. Черников. Гос.Соф.Унив. Физ.-мат.фак. 55, кн. 2 /1960/61/, 117.
2. Л.Д. Ландау. ЖЭТФ 37, /1959/ 62.
3. А.А. Логунов, И.Т. Тодоров и Н.А. Черников. ЖЭТФ. 42 /1962/ 1285.
4. В.Н. Грибов и И.Г. Дятлов. ЖЭТФ 42 /1962/ 196.
5. Y.S.Kim. Complex Singularities in Equal Mass Scatterin, University of Maryland (Preprint).
6. А.З. Паташинский, А.Н. Рудик и В.В. Судаков. ЖЭТФ 40 /1961/ 298.
7. N.Nakanishi. External Mass Singularity, University of Illinois (Preprint).

Рукопись поступила в издательский отдел
22 апреля 1963 года.