



11
К17

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Б.Н.Калинкин, Т.П.Кочкина, Б.И.Пустыльник

P-1244

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УПРУГОГО
РАССЕЯНИЯ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

Дубна 1963г.

Б.Н.Калинкин, Т.П.Кочкина, Б.И.Пустыльник

P-1244

КВАЗИКЛАССИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ УПРУГОГО
РАССЕЯНИЯ СЛОЖНЫХ ЯДЕР

Объединенный институт
ядерных исследований
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1983г.

Как уже было показано ранее^{/1,2/}, упругое рассеяние тяжелых ионов можно анализировать с помощью квазиклассического метода. Прежде всего, удалось установить, что отношение сечения упругого рассеяния к Резерфордскому σ/σ_c в угловом интервале, который соответствует таким значениям прицельного параметра, при которых существенную роль начинают играть ядерные силы, можно удовлетворительно описать сравнительно несложной аналитической формулой^{/1/}. Параметры, входящие в эту формулу, были найдены путем численных расчетов на электронной машине. Они являются функциями от параметров ядерного потенциала, в качестве которого был принят потенциал Саксона-Вуда. Оказалось, что параметры ядерного потенциала, приводящие к удовлетворительному согласию с экспериментальными данными в указанном угловом интервале, имеют близкие значения для разных комбинаций сталкивающихся ядер.

Однако исследование было проведено в сравнительно узком угловом интервале, что обусловлено условием применимости аналитического выражения для отношения σ/σ_c , основанного на представлении амплитуды рассеяния в виде интеграла. Кроме того, было использовано приближение резкого включения поглощения. Парциальные волны с $\ell \leq \ell_1$ полностью поглощаются (ℓ_1 - значение ℓ , при котором $\theta(\ell)$ классическая функция отклонения становится отрицательной).

В дальнейшем^{/2/} были проведены расчеты в частном случае рассеяния $O^{16} + Au^{197}$, в которых оба эти ограничения отсутствовали. Именно, отношение σ/σ_c было вычислено приближенно путем непосредственного суммирования в выражении для амплитуды рассеяния. Был также рассмотрен более реалистичский вариант, когда поглощение при уменьшении ℓ (т.е. при уменьшении прицельного параметра) включается плавно. Плавный характер поглощения был учтен путем введения в выражение для фазы члена:

$$b \cdot \ln \left(\frac{\ell - \ell_1}{\ell_r - \ell_1} \right),$$

где b - соответствует степени поглощения, а ℓ_r - значение ℓ , при котором $\theta(\ell)$ становится максимальной.

Было показано, что от значения параметра b в сильной степени зависит величина рассеяния на большие углы. Именно этим обстоятельством объясняется выбор случая $O^{16} + Au^{197}$; ему соответствовали экспериментальные оценки величины σ/σ_c при больших значениях угла рассеяния θ . Удалось также воспроизвести дифракционный максимум, который наблюдается в эксперименте.

Однако работа^{/2/} не была удовлетворительной в двух отношениях. Во-первых, суммирование по парциальным волнам в выражении для σ/σ_c было проведено недостаточно точно - установлено, что осциллирующий характер кривой обусловлен именно этим обстоятельством. Во-вторых, расчеты были ориентированы на экспериментальные данные для больших углов рассеяния, которые указывали только на верхнюю границу эффекта^{/3/}.

Недавно были опубликованы новые, значительно более точные, данные^{/4/} по упругому рассеянию $O^{16} + Pb^{208}$ ($E_{с.п.м} = 154,2$ МэВ). Выяснилось, что на больших углах $\sigma/\sigma_c = 10^{-5}$, т.е. на порядок меньше по сравнению с прежними оценками для случая $O^{16} + Au^{197}$ при сопоставимой энергии.

В связи с этим были предприняты новые расчеты. По-прежнему используем формулу:

$$\sigma/\sigma_c = \frac{2}{\pi \eta^2} \frac{\sin^4(\theta/2)}{\sin \theta} \left\{ \sum_{\ell=\ell_i+1}^{\ell_r} (\ell + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \cos [2\delta_\ell - (\ell + \frac{1}{2})\theta - \pi/4] \exp [b \ln (\frac{\ell - \ell_i}{\ell_r - \ell_i})] \right\} +$$

$$+ \sum_{\ell=\ell_r+1}^{\infty} (\ell + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \cos [2\delta_\ell - (\ell + \frac{1}{2})\theta - \pi/4] \left\{ \sum_{\ell=\ell_i+1}^{\ell_r} (\ell + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \sin [2\delta_\ell - (\ell + \frac{1}{2})\theta - \pi/4] \exp [b \ln (\frac{\ell - \ell_i}{\ell_r - \ell_i})] \right\} +$$

$$+ \sum_{\ell=\ell_r+1}^{\infty} (\ell + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \sin [2\delta_\ell - (\ell + \frac{1}{2})\theta - \pi/4] \left\{ \sum_{\ell=\ell_i+1}^{\ell_r} (\ell + \frac{1}{2})^{\frac{1}{2}} \cos [2\delta_\ell - (\ell + \frac{1}{2})\theta - \pi/4] \exp [b \ln (\frac{\ell - \ell_i}{\ell_r - \ell_i})] \right\}^2,$$

где $\eta = \frac{z_1 z_2 e^2}{h v}$. Фаза δ_ℓ определяется, если известна классическая функция отклонения:

$$\theta(\ell) = \pi - 2 \int_{R_0}^{\infty} \left[\frac{2\mu}{h^2} (E - V(r)) - \frac{(\ell + \frac{1}{2})^2}{r^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \frac{\ell + \frac{1}{2}}{r^2} dr, \quad /2/$$

причем $V(r)$ - сумма кулоновского и ядерного потенциалов, а R_0 - классическая точка поворота. Функция $\theta(\ell)$, найденная численно, аппроксимируется с помощью логарифмической параболы:

$$\theta(\ell) = \theta_r - \rho \left[\ln \left(\frac{\ell - \ell_i}{\ell_r - \ell_i} \right) \right]^2. \quad /3/$$

Аппроксимация функции /2/ по формуле /3/ оказывается весьма точной вплоть до $\ell \approx 150$.

С точностью до членов, не зависящих от ℓ , квазиклассическая фаза, выраженная через параметры $\theta_r, \ell_r, \ell_i, \rho$, равна:

$$\delta_\ell = \frac{1}{2} \theta_r (\ell - \ell_i) - \frac{1}{2} \rho (\ell - \ell_i) \left\{ \left[\ln \left(\frac{\ell - \ell_i}{\ell_r - \ell_i} \right) - 1 \right]^2 + 1 \right\} \quad /4/$$

Суммирование в формуле /1/ производилось в пределах первых четырех периодов соответствующих функций: оценка показывает, что пятый период дает вклад $\sim 2\%$ от суммы первых четырех. Для области больших углов можно использовать аналитическую формулу, полученную в работе /5/ для описания упругого рассеяния α -частиц. В нашем случае квазиклассическое приближение справедливо с гораздо более высокой точностью. Таким образом, при больших значениях θ имеем:

$$\sigma/\sigma_c = \frac{2}{\pi \eta^2} \frac{\sin^4(\theta/2)}{\sin \theta} (\ell^* + \frac{1}{2}) \frac{2\pi b}{\rho^2} \frac{\exp [2b(\ln \zeta - 1)]}{(\gamma^2 - \pi^2/4)^2}, \quad /5/$$

где $\zeta = b / [\rho (\ell_r - \ell_i) (\gamma^2 - \pi^2/4)]$, $\gamma = [(\theta - \theta_r) / \rho]^{1/2}$

ℓ^* - номер парциальной волны, дающей наибольший вклад в амплитуду.

Была исследована зависимость отношения σ/σ_c от изменения различных параметров, характеризующих потенциал Саксона-Вуда:

$$U(r) = -V_0 \left[1 + \exp \left(\frac{r-R}{a} \right) \right]^{-1} \quad /6/$$

и от изменения параметра b , дающего степень поглощения.

На рис. 1,2,3,4 представлены результаты такого исследования в конкретном случае упругого рассеяния ядер O на Pb . В таблице 1 приведены значения параметров, для которых вычислены кривые σ/σ_c . Мы видим /рис. 1/, что даже малое изменение значения r_0 приводит к заметному сдвигу кривой, т.е. зависимость от r_0 очень сильная.

Сильную зависимость кривая σ/σ_c обнаруживает также и от значения параметра

а (рис. 2). Однако в этом случае, помимо некоторого сдвига кривой σ/σ_c , происходит существенное изменение ее наклона. Например, $[\sigma/\sigma_c(33^\circ)]/[\sigma/\sigma_c(39^\circ)] = 3,83$ при $a = 0,35 f$ и $[\sigma/\sigma_c(33^\circ)]/[\sigma/\sigma_c(39^\circ)] = 6,7$ при $a = 0,45 f$ σ/σ_c слабо зависит от значения V_0 (рис. 3). Этого и следовало ожидать, так как результаты определяются величиной эффективного потенциала, являющегося суммой кулоновского, центробежного и ядерного потенциалов. Но при указанной вариации V_0 эффективный потенциал мало меняется.

На рис. 4,5 представлены кривые σ/σ_c в зависимости от значения параметра b при фиксированных значениях остальных. Прежде всего видно, что в интервале малых углов θ /рис. 4/ результаты очень слабо изменяются при вариации b в значительных пределах: 1,4 - 2,0. Напротив, обнаруживается очень сильная зависимость величины σ/σ_c от b в области больших углов. Из рис. 5 мы видим, что когда θ - велико, то $[\sigma/\sigma_c(b=1,0)]/[\sigma/\sigma_c(b=1,4)] = 10$. Этот результат становится понятным, если принять во внимание, что большим углом рассеяния соответствуют малые прицельные параметры и характеристики поглощающего слоя становятся важными.

Таким образом, отношение σ/σ_c различным образом зависит от разных параметров, характеризующих взаимодействие сталкивающихся ядер. Это обстоятельство в сильной степени облегчает выбор их оптимальных значений.

Результаты анализа некоторых экспериментальных данных по упругому рассеянию тяжелых ионов приведены на рис. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Рассмотрено упругое рассеяние: $O^{15} + Pb^{208}$ (Рис. 5,6), $O^{16} + Bi^{209}$ (Рис. 7), $N^{14} + Bi^{209}$ (Рис. 8) $O^{16} + Au^{197}$ (Рис. 9), $C^{12} + Ta^{181}$ (Рис. 10), $C^{12} + Ag^{107}$ (Рис. 11). Набор оптимальных значений параметров, энергия, а также ссылки на экспериментальные работы указаны в таблице 11.

Сравнение теоретических кривых σ/σ_c с экспериментальными данными свидетельствует об удовлетворительном согласии (угловая ошибка эксперимента на рисунках не показана; она составляет $\approx \pm 0,8^\circ$). Квазиклассическая теория дает возможность воспроизвести ход экспериментальной кривой σ/σ_c в большом угловом интервале (например, случай $O^{16} + Pb^{208}$), несмотря на то, что значение σ/σ_c может меняться в исключительно широких пределах: от 1 до 10^{-5} . Из таблицы 11 видно, что значения параметров весьма близки для самых различных случаев, соответствующих разным комбинациям сталкивающихся ядер.

Некоторое расхождение между теоретической кривой и экспериментальными точками наблюдается лишь на самых малых углах (эта часть кривой представлена пунктиром). По-видимому, это расхождение можно объяснить неточностью аппроксимации функции $\theta(\ell)$ при больших значениях ℓ по формуле /3/. Действительно, основной вклад в рассеяние на малые углы должны давать большие прицельные параметры, а, следовательно, и парциальные волны с большим ℓ . Однако в то время как $\theta(\ell)$ при $\ell \rightarrow \infty$ стремится к нулю, оставаясь положительной, $\theta(\ell)$, определяемая формулой /3/, при достаточно больших значениях может стать отрицательной. Поэтому ясно, что дальнейшее уточнение теории должно быть связано с учетом этого факта.

a (рис. 2). Однако в этом случае, помимо некоторого сдвига кривой σ/σ_c , происходит существенное изменение ее наклона. Например, $[\sigma/\sigma_c(33^\circ)]/[\sigma/\sigma_c(39^\circ)] = 3,83$ при $a = 0,35 f$ и $[\sigma/\sigma_c(33^\circ)]/[\sigma/\sigma_c(39^\circ)] = 6,7$ при $a = 0,45 f$. σ/σ_c слабо зависит от значения V_0 (рис. 3). Этого и следовало ожидать, так как результаты определяются величиной эффективного потенциала, являющегося суммой кулоновского, центробежного и ядерного потенциалов. Но при указанной вариации V_0 эффективный потенциал мало меняется.

На рис. 4,5 представлены кривые σ/σ_c в зависимости от значения параметра b при фиксированных значениях остальных. Прежде всего видно, что в интервале малых углов θ /рис. 4/ результаты очень слабо изменяются при вариации b в значительных пределах: 1,4 - 2,0. Напротив, обнаруживается очень сильная зависимость величины σ/σ_c от b в области больших углов. Из рис. 5 мы видим, что когда θ - велико, то $[\sigma/\sigma_c(b=1,0)]/[\sigma/\sigma_c(b=1,4)] \approx 10$. Этот результат становится понятным, если принять во внимание, что большим углам рассеяния соответствуют малые прицельные параметры и характеристики поглощающего слоя становятся важными.

Таким образом, отношение σ/σ_c различным образом зависит от разных параметров, характеризующих взаимодействие сталкивающихся ядер. Это обстоятельство в сильной степени облегчает выбор их оптимальных значений.

Результаты анализа некоторых экспериментальных данных по упругому рассеянию тяжелых ионов приведены на рис. 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Рассмотрено упругое рассеяние: $O^{15} + Pb^{208}$ (Рис. 5,6), $O^{16} + Bi^{209}$ (Рис. 7), $N^{14} + Bi^{209}$ (Рис. 8), $O^{16} + Au^{197}$ (Рис. 9), $C^{12} + Ta^{181}$ (Рис. 10), $C^{12} + Ag^{107}$ (Рис. 11). Набор оптимальных значений параметров, энергия, а также ссылки на экспериментальные работы указаны в таблице 11.

Сравнение теоретических кривых σ/σ_c с экспериментальными данными свидетельствует об удовлетворительном согласии (угловая ошибка эксперимента на рисунках не показана; она составляет $\approx \pm 0,8^\circ$). Квазиклассическая теория дает возможность воспроизвести ход экспериментальной кривой σ/σ_c в большом угловом интервале (например, случай $O^{16} + Pb^{208}$), несмотря на то, что значение σ/σ_c может меняться в исключительно широких пределах: от 1 до 10^{-5} . Из таблицы 11 видно, что значения параметров весьма близки для самых различных случаев, соответствующих разным комбинациям сталкивающихся ядер.

Некоторое расхождение между теоретической кривой и экспериментальными точками наблюдается лишь на самых малых углах (эта часть кривой представлена пунктиром). По-видимому, это расхождение можно объяснить неточностью аппроксимации функции $\theta(\ell)$ при больших значениях ℓ по формуле /3/. Действительно, основной вклад в рассеяние на малые углы должны давать большие прицельные параметры, а следовательно, и парциальные волны с большим ℓ . Однако в то время как $\theta(\ell)$ при $\ell \rightarrow \infty$ стремится к нулю, оставаясь положительной, $\theta(\ell)$, определяемая формулой /3/, при достаточно больших значениях может стать отрицательной. Поэтому ясно, что дальнейшее уточнение теории должно быть связано с учетом этого факта.

Л и т е р а т у р а

1. Б.Н.Калинкин, Б.И.Пустыльник. Препринт ОИЯИ, Р-989 /1962/, направлено в Acta Physica Polonica.
2. С.П.Иванова, Б.Н.Калинкин. Препринт ОИЯИ, Р-1153 /1962/, направлено в Acta Physica Polonica.
3. H.L.Reynolds, E.Goldberg, D.D. Kerlee . Phys. Rev. 113, 2009 (1960).
4. D.D.Kerlee, H.L.Reynolds, E.Goldberge. Phys. Rev. 127, 1224 (1962).
5. K.W.Ford, J.A.Wheeler. Ann. Phys. 7, 259 (1959).
6. J.Alster, H.E.Conzett. Proc. of the Second Conference on Reactions between Complex Nuclei, J.Wiley a Sons, Inc., N.Y. 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 марта 1963 г.

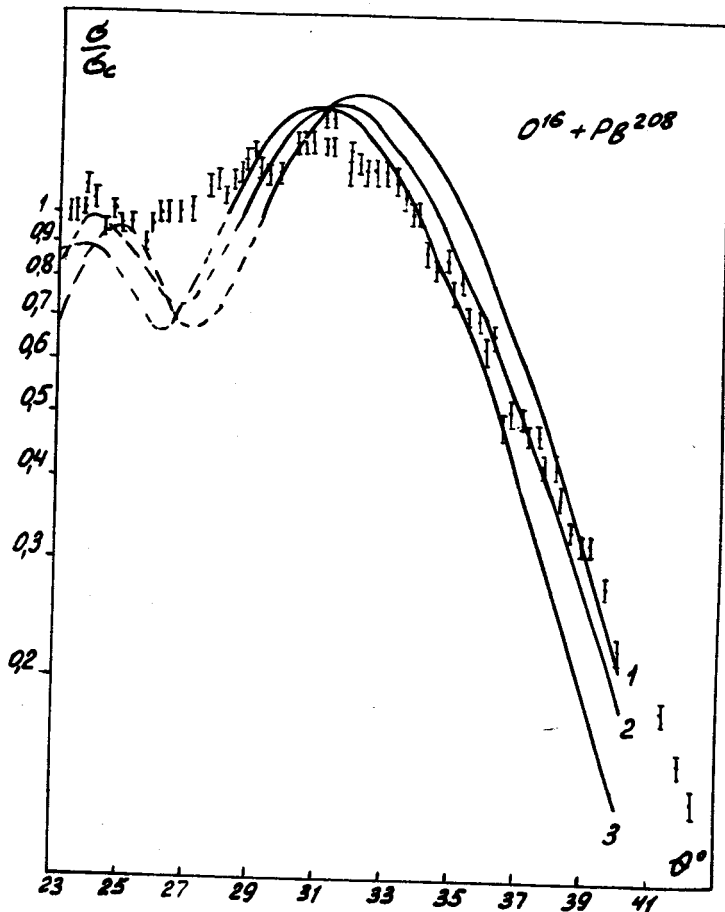
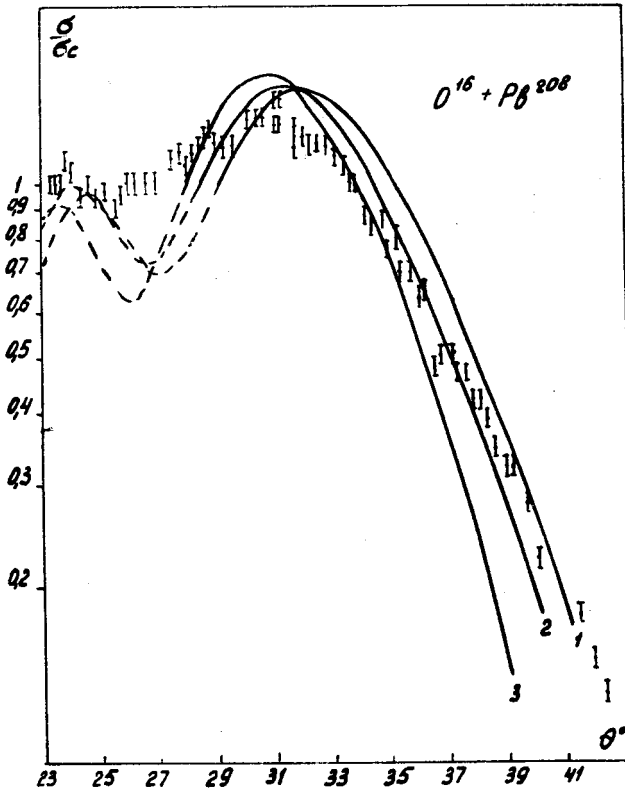
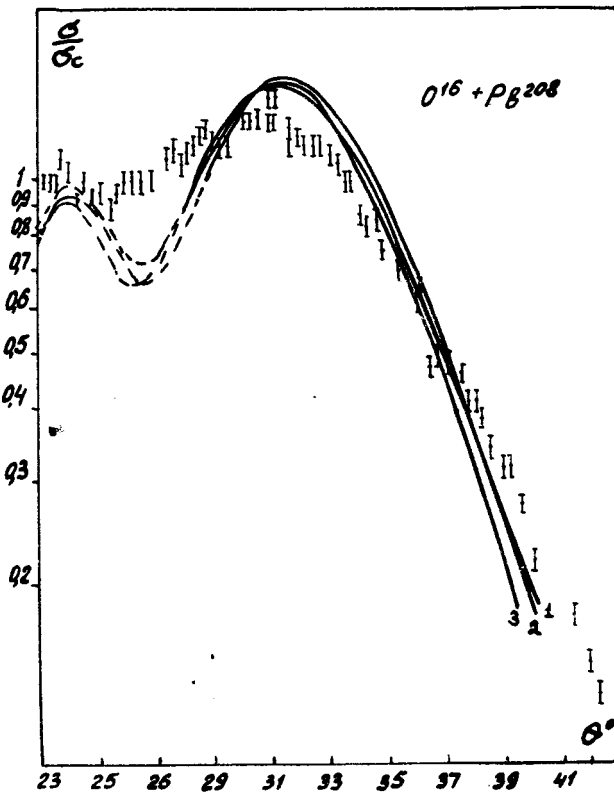


Рис. 1



Puc. 2



Puc. 3

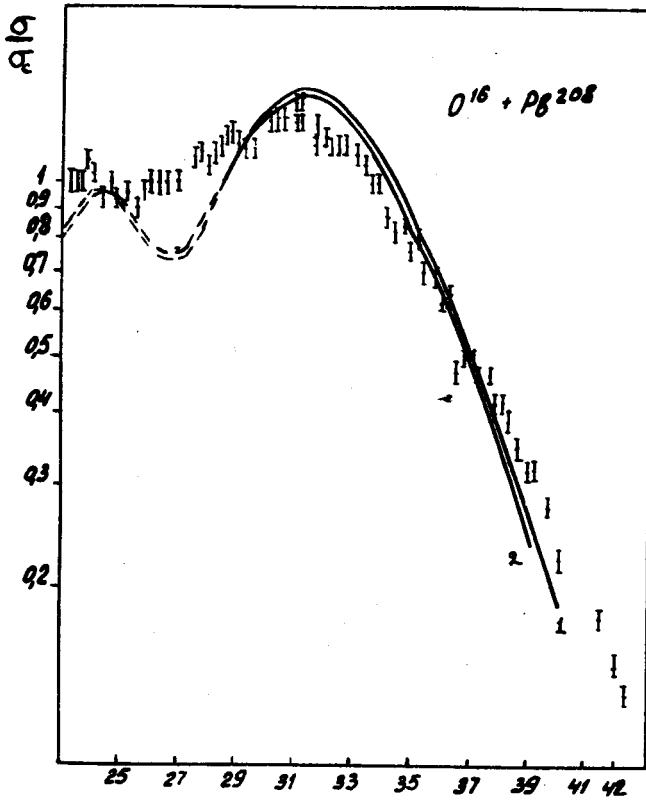


Рис. 4

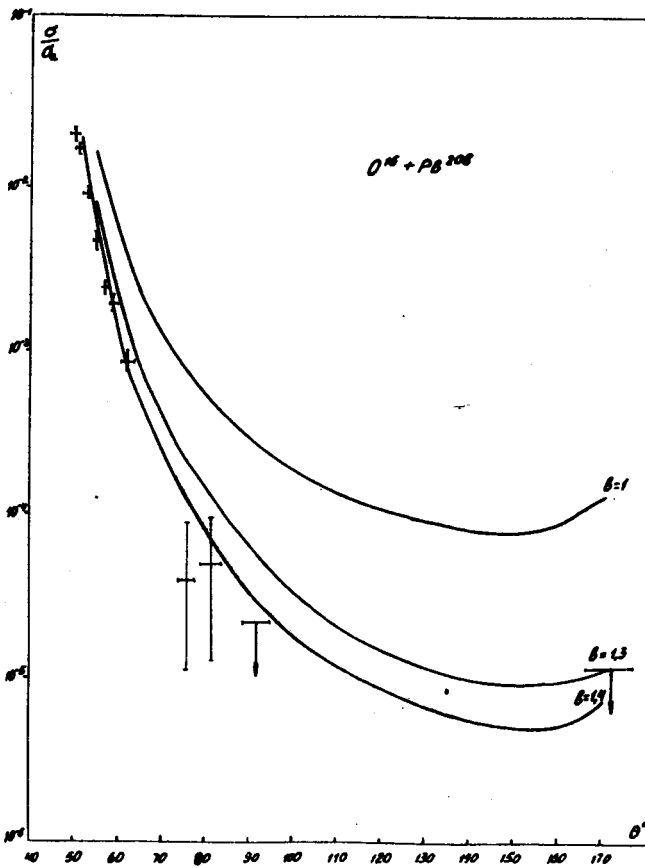


Рис. 5

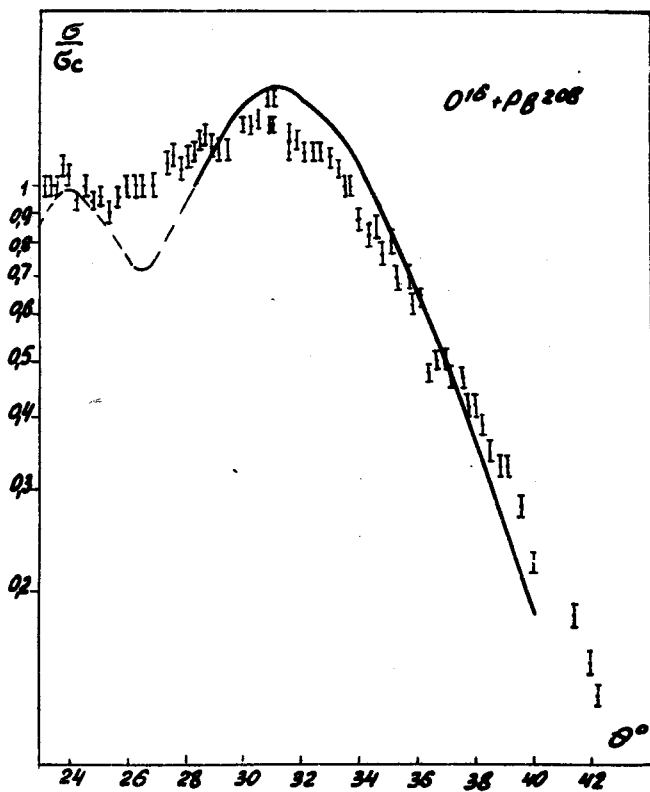


Рис. 6

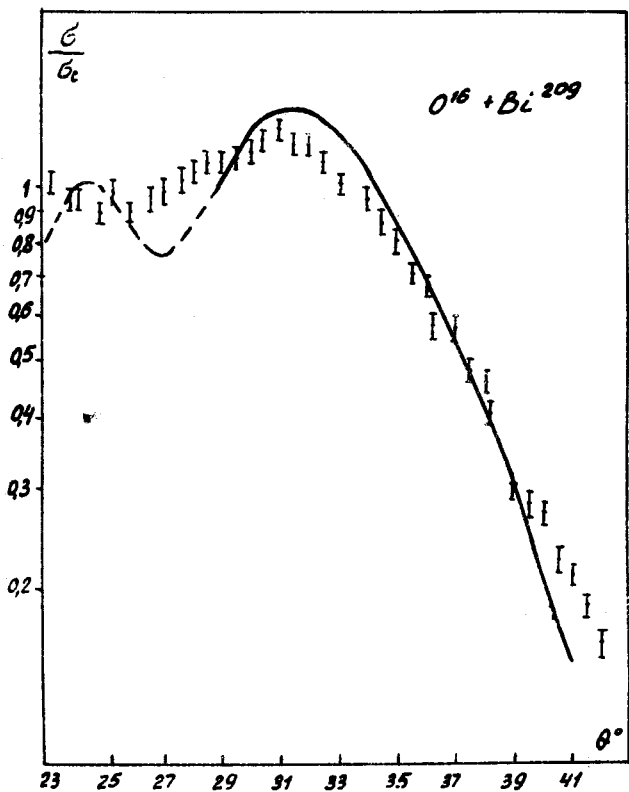
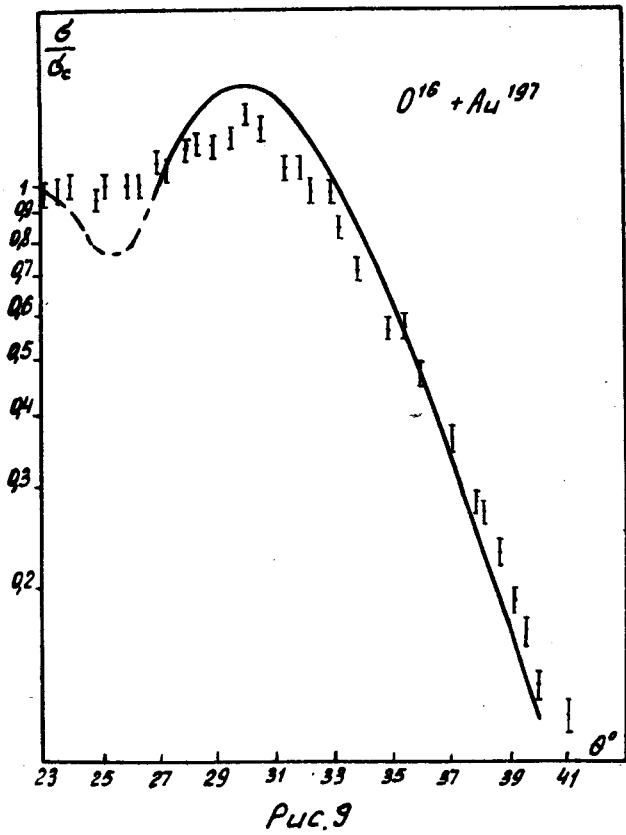
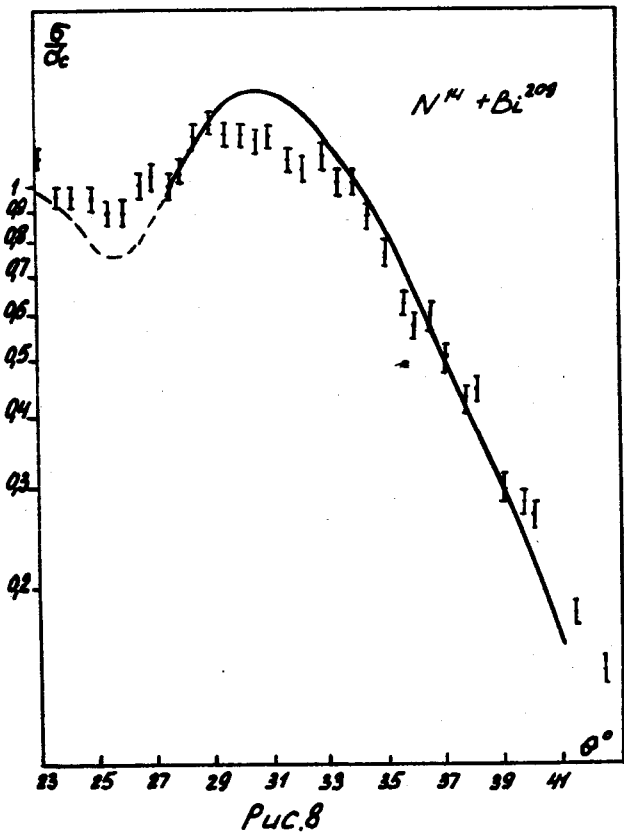
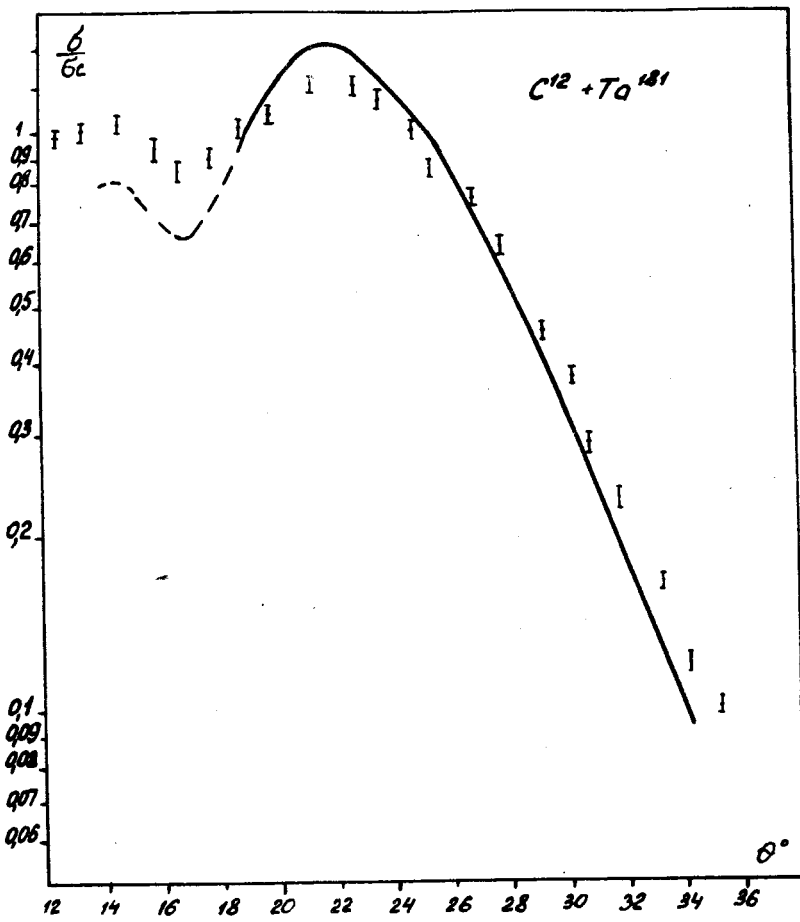


Рис. 7





PAGE 10

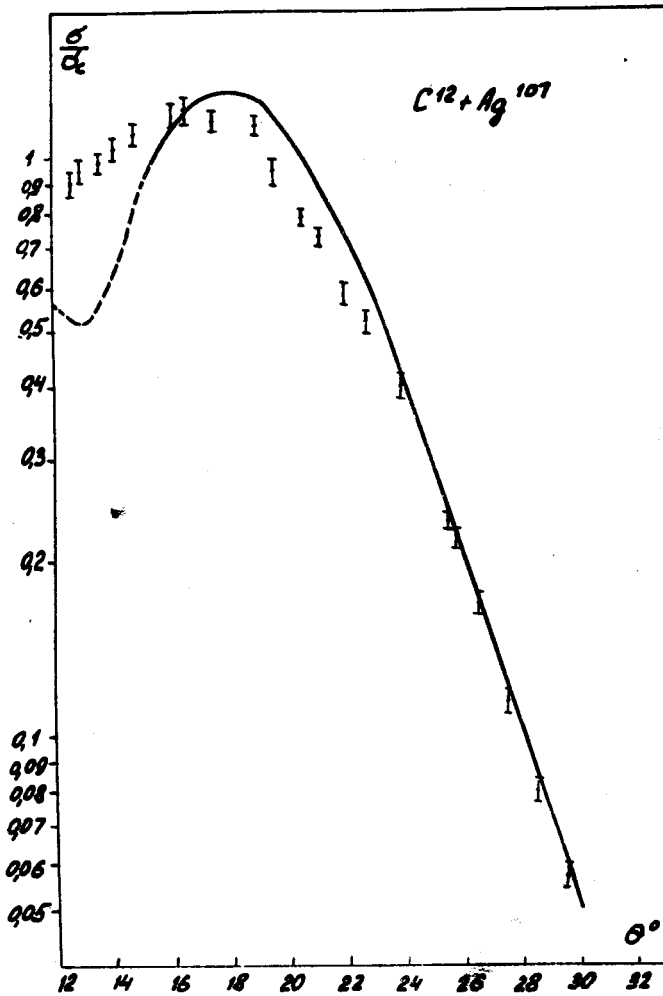


Таблица I.

Рис. №	Вариант	Параметры			
		$(R=r_0 (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}))$	$a(t)$	V_0 (МэВ)	b
1	1	1,28	0,4	40	1,4
	2	1,30			
	3	1,32			
2	1	1,30	0,35	40	1,4
	2		0,40		
	3		0,45		
3	1	1,30	0,40	45	1,4
	2			40	
	3			35	
4	1	1,30	0,40	40	1,40
	2				2,0

Таблица II.

Рис. №	Реакция	$E_{\text{с.п.м.}}$ (МэВ)	V_0 (Мэв)	$r_0(t)$	$a(t)$	b	Экспер.
5,6	$O^{16} + Pb^{208}$	154,2	40	1,30	0,40	1,4	/4/
7	$O^{16} + Bi^{209}$	152,3	45	1,32	0,40	1,4	/3/
8	$N^{14} + Bi^{209}$	136,2	45	1,32	0,40	1,4	/3/
9	$O^{16} + Au^{197}$	151,7	45	1,32	0,40	1,4	/3/
10	$C^{12} + Ta^{181}$	116,8	45	1,32	0,45	1,4	/6/
11	$C^{12} + Ag^{107}$	111,9	45	1,33	0,40	1,4	/6/