ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Лю Юань

Р - 1216

ВЫЧИСЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР НА ОСНОВЕ СВЕРХТЕКУЧЕЙ МОДЕЛИ

Изв. АН СССР, сер. физ., 1964, т28, № 1, с18-21.

Дубна 1963 год

Лю Юань

Р - 1216

ВЫЧИСЛЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДЕР НА ОСНОВЕ СВЕРХТЕКУЧЕЙ МОДЕЛИ

Дубна 1963 год

1. Как известно, в последние годы многие авторы[1,2,3] неоднократно обсуждали вопрос о необходимости вычисления момента инерции ядра на основе сверхтекучей модели. Однако в работах[4,5] авторы ограничивались исследованием момента инерции основного состояния ядер. Совершенно не исследовано влияние эффекта блокировки, играющего большую роль в сверхтекучей модели, на момент инерции основного и возбужденного состояний. Как показано в работе[3], момент инерции возбужденного состояния типа $(K, K+1)$ должен повыситься. Поэтому представляет интерес исследовать влияние эффекта блокировки на момент инерции, а также вычислить момент инерции возбужденного состояния типа $(K, K+1)$ на основе теории Инглиса[6] и сверхтекучей модели и выяснить вклад четырехквазичастичных возбужденных состояний в величину момента инерции двухквазичастичного состояния. В данной работе проведен детальный расчет для двух четно-четных ядер Yb^{172} и W^{182} и вычислены моменты инерции основного состояния, а также моменты инерции двухквазичастичных возбужденных состояний.

2. В теории Инглиса[6] для любого состояния (s) момент инерции выражается формулой

$$J_s = \frac{\hbar^2}{2}\sum_{s'} \frac{/\langle s'/J_x/s\rangle/^2}{E_{s'} - E_s} . \qquad (1)$$

Для удобства вычисления вводим $J_+ = J_x + iJ_y$ в (1), тогда получаем

$$J_s = \frac{\hbar^2}{2}\sum_{s'} \frac{/\langle s'/J_+/s\rangle/ + /\langle s/J_+/s'\rangle/^2}{E_{s'} - E_s} . \qquad (2)$$

Исходя из (2), согласно сверхтекучей модели[3] легко получить формулу момента инерции с учетом парных корреляций. Для основного состояния четной системы мы получаем

$$J_0 = \frac{\hbar^2}{2}\sum_{\substack{s_1, s_2\\ \sigma_1, \sigma_2}} \frac{(\sigma_1 U_{s_2} V_{s_1} - \sigma_2 U_{s_1} V_{s_2})^2 [/\langle s_1\sigma_1/J_+/s_2\sigma_2\rangle/^2 + /\langle s_2\sigma_2/J_+/s_1\sigma_1\rangle/^2]}{E_{s_1} + E_{s_2}} \qquad (3)$$

без учета эффекта блокировки[x)]

$$J_0 = \frac{\hbar^2}{2}\sum_{\substack{s_1, s_2\\ \sigma_1\sigma_2}} \frac{(\sigma_1 U^{(0)}_{s_2} V^{(0)}_{s_1} - \sigma_2 U^{(0)}_{s_1} V^{(0)}_{s_2})^2 [/\langle s_1\sigma_1/J_+/s_2\sigma_2\rangle/^2 + /\langle s_2\sigma_2/J_+/s_1\sigma_1\rangle/^2]}{E(s_1, s_2) - E_0}$$

$$\times \prod_{s \neq s_1, s_2} [U_s^{(s_1, s_2)} U_s^{(0)} + V_s^{(s_1, s_2)} V_s^{(0)}]^2 \qquad (4)$$

с учетом эффекта блокировки[x)].

---

x) Аналогичные формулы были получены в [5].

Аналогично можно получить формулу момента инерции возбужденного состояния типа (s_1, s_2), когда на уровне s_1 находится одна квазичастица, а другая – на уровне s_2.

$$J_{(s_1,s_2)} = \frac{\hbar^2}{2}\sum_{kr} \frac{(\sigma_2 U_{s_2}^{(k,s_1)} U_k^{(s_1,s_2)} + r V_{s_2}^{(k,s_1)} V_k^{(s_1,s_2)})^2 [|<kr|J_+|s_2\sigma_2>|^2 + |<s_2\sigma_2|J_+|kr>|^2]}{E(k,s_1) - E(s_1,s_2)}$$

$$\times \prod_{s\neq k,s_1,s_2} [U_s^{(s_1,s_2)} U_s^{(k,s_1)} + V_s^{(s_1,s_2)} V_s^{(k,s_1)}]^2 +$$

$$+ \frac{\hbar^2}{2}\sum_{k,r} \frac{(\sigma_1 U_{s_1}^{(k,s_2)} U_k^{(s_1,s_2)} + r V_{s_1}^{(k,s_2)} V_k^{(s_1,s_2)})^2 [|<kr|J_+|s_1\sigma_1>|^2 + |<s_1\sigma_1|J_+|kr>|^2]}{E(k,s_2) - E(s_1,s_2)}$$

$$\times \prod_{s\neq k,s_1,s_2} [U_s^{(s_1,s_2)} U_s^{(k,s_2)} + V_s^{(k,s_2)} V_s^{(k,s_2)}]^2$$

$$+ \frac{\hbar^2}{2}\sum_{k,r} \frac{(\sigma_1 U_{s_1}^{(k,s_1,s_1,s_2)} V_k^{(s_1,s_2)} - r V_{s_1}^{(k,s_1,s_1,s_2)} U_k^{(s_1,s_2)})^2 [|<kr|J_+|s_1\sigma_1>|^2 + |<s_1\sigma_1|J_+|kr>|^2]}{E(k,s_1,s_1,s_2) - E(s_1,s_2)}$$

$$\times \prod_{s\neq k,s_1,s_2} [U_s^{(k,s_1,s_1,s_2)} U_s^{(s_1,s_2)} + V_s^{(k,s_1,s_1,s_2)} V_s^{(s_1,s_2)}]^2$$

$$+ \frac{\hbar^2}{2}\sum_{k,r} \frac{(\sigma_2 U_{s_2}^{(k,s_1,s_2,s_2)} V_k^{(s_1,s_2)} - r V_{s_2}^{(k,s_1,s_2,s_2)} U_k^{(s_1,s_2)})^2 [|<kr|J_+|s_2\sigma_2>|^2 + |<s_2\sigma_2|J_+|kr>|^2]}{E(k,s_1,s_2,s_2) - E(s_1,s_2)}$$

$$\times \prod_{s\neq k,s_1,s_2} [U_s^{(s_1,s_2)} U_s^{(k,s_1,s_2,s_2)} + V_s^{(s_1,s_2)} V_s^{(k,s_1,s_2,s_2)}]^2$$

$$+ \frac{\hbar}{2}\sum_{\substack{k,k' \\ r,r'}} \frac{(r' U_k^{(s,s)} V_k^{(s_1,s_2)} - r U_k^{(s_1,s_2)} V_k^{(s_1,s_2)})^2 [|<k'r'|J_+|kr>|^2 + |<kr|J_+|k'r'>|^2]}{E(k,k',s_1,s_2) - E(s_1,s_2)}$$

$$\times \prod_{s\neq k,k',s_1,s_2} [U_s^{(k,k',s_1,s_2)} U_s^{(s_1,s_2)} + V_s^{(k,k',s_1,s_2)} V_s^{(s_1,s_2)}]^2,$$

где k, s – набор квантовых чисел, характеризующих состояния. σr – знак проекции полного момента на ось симметрии $\sigma = \pm 1$. (Между s_1 и s_2 правило отбора для J_+ не выполняется) .

$$E_s = \sqrt{C^2 + (\epsilon_s - \lambda)^2}$$

$$E_0 = 2\sum_s \epsilon_s V_s^2 - C^2/G$$

$$E(s\ , s_2) = \epsilon_{s_1} + \epsilon_{s_2} + 2\sum_{s\neq s_1,s_2} \epsilon_s V_s^2 - C^2/G$$

$$E(k,k',s_1,s_2) = \epsilon_k + \epsilon_{k'} + \epsilon_{s_1} + \epsilon_{s_2} + 2\sum_{s \neq s_1, s_2, k, k'} \epsilon_s V_s^2 - C^2/G .$$

$G, \epsilon_s, C, \lambda, U_s, V_s$ те же, что и в [3]. Матричные элементы в представлении Нильссона [7] вычисляются по формулам: ($\sigma = \pm 1/2$)

$$\langle s'\sigma' | J_+ | s\sigma \rangle = \delta_{\Omega'\Omega+1} \sum_{\ell\sigma} a_{\ell\Omega-\sigma} \left[\delta_{\sigma'\sigma+1} a'_{\ell\Omega-\sigma} + \sqrt{(\ell+m+1)(\ell-m)}\, \delta_{\sigma\sigma'} a_{\ell\Omega+1-\sigma} \right], \quad (6)$$

если хотя бы одна из Ω, Ω' больше 1/2

$$\langle s'\sigma' | J_+ | s\sigma \rangle = \sum_{\ell\sigma} a_{\ell 1/2+\sigma} \left[\delta_{\sigma-1/2} a'_{\ell 0} + \sqrt{(\ell+m+1)(\ell-m)}\, \delta_{\sigma\sigma'} a_{\ell 1/2-\sigma} \right], \quad (7)$$

когда $\Omega = \Omega' = 1/2$.

Чтобы вычислить матричные элементы, мы приближенно использовали для Yb^{172} волновые функции Нильссона с $\eta = 6$, а для W^{182} волновые функции с $\eta = 4$. В численных расчетах еще использовали следующие приближения:

а) Изменение волновых функций в результате модификации одночастичных собственных значений не учтено.

б) Пренебрегается матричными элементами с различными квантовыми числами N (как показывает Нильссон [5]. Они дают 5% поправки к моменту инерции).

в) Считается, что возбуждается только нейтронная или протонная система.

При вычислении моментов инерции возбужденных состояний для того, чтобы получить наибольшее возможное значение для моментов инерции двуквазичастичных возбужденных состояний, расчет проведен для предельного случая $C = 0$, т.е. для такого случая, когда в данном возбужденном состоянии парные корреляции отсутствуют, а в других двухквазичастичных состояниях парные корреляции весьма значительны. Этот случай рассмотрен для того, чтобы избежать появления лишних четырехквазичастичных возбужденных состояний. В случаях $C \neq 0$ увеличение значений моментов инерции возбужденных состояний по сравнению с основным будет меньше, чем в случае $C = 0$.

В таблице I приведены полученные по (3), (4) результаты и соответствующие экспериментальные данные [8] для двух ядер Y^{172} и W^{182}. В таблице II приведены вычисленные по (5) значения моментов инерции двухквазичастичных возбужденных состояний для предельного случая $C = 0$ и экспериментальные данные [8], а также вклады четырехчастичных возбужденных состояний в величины моментов инерции двухквазичастичных возбужденных состояний, которые вычисляются по модели независимых частиц.

3. Известно, что теоретические вычисления момента инерции очень чувствительны к порядку одночастичных уровней. Поэтому в дальнейшем обсуждении мы не будем сравнивать настоящие результаты с другими. Из таблиц видно следующее:

а) При вычислении момента инерции основного состояния эффект блокировки не существенен, причем величина момента инерции с учетом эффекта блокировки меньше, чем без учета такого эффекта. Это связано с тем, что влияние эффекта блокировки на волновые функции более сильное, чем на энергии.

б) Как показано в[3], для возбужденных состояний типа $/K, K+1>$ в ряде случаев корреляционная функция $C = 0$. Поэтому моменты инерции таких возбужденных состояний должны быть больше, чем моменты инерции основных состояний. Расчет проведен для возбужденных состояний $/K, K+1>$ в ядрах Yb^{172} и W^{182}. Для ядра W^{182} получается заметное возрастание момента инерции, а для ядра Yb^{172} возрастание слабее.

в) Мы знаем, что при сильных возбуждениях парные корреляции не играют существенной роли. Тогда между сверхтекучей моделей и моделей независимых частиц не должно быть большего расхождения. Поэтому можно вычислить вклады четырехчастичных возбужденных состояний в величину момента инерции двухквазичастичного состояния по формуле (2). Результаты показывают, что при вычислении момента инерции двухквазичастичного состояния необходимо учитывать вклад четырехчастичных возбужденных состояний.

Все это показывает, что сверхтекучая модель в основном правильно отражает общее поведение момента инерции от состояния к состоянию, от ядра к ядру. Теоретические результаты с учетом эффекта блокировки и экспериментальные данные не противоречат друг другу.

Если не использовать проведенные выше приближения, то, по-видимому, возможно улучшить согласие теоретических результатов с экспериментальными.

В заключение автор выражает глубокую благодарность В.Г. Соловьеву за постановку задачи, сотрудникам по группе, особенно Н.М. Плакиде, - за обсуждение и Н.А.Буздавиной - за составление программы и проведение численных расчетов.

Литература

1. A.Bohr, B.Mottelson. Kgl. Danske. Videnskab. Selskab. Mat.-Fys. Medd, 30, NO. 1 (1955).
2. S.T.Belyaev. Mat. Fys. Modd. Dan. Vid,Selsk. 31, NO П (1959).
3. В.Г. Соловьев. ДАН СССР, 133, (1960) 325.
   В.Г. Соловьев. ЖЭТФ, 40 (1961) 659.
   Лю Юань и др. ЖЭТФ, 40 (1961) 1503.
4. J.J.Griffin and M.Rich. Phys. Rev. 118 (1960) 850.
5. S.G.Nilsson and O. Prior.Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 32, NO. 16 (1960).
6. D.R.Inglis. Phys. Rev. 96, (1954) 1059, 97 (1955) 701.
7. S.G. Nilsson. Kgl. Dan. Vid. Selsk. Mat. Fys. Medd. 26, NO. 16 (1955).
8. B.Harmartz, T.H.Handley and I.W.Mihelioh.Phys. Rev., 123 (1961) 1758.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 февраля 1963 года.

Таблица I.

Моменты инерции в основном состоянии.

Ядро		теория		Экс.
	$\frac{2}{\hbar^2} J$ (Mev^{-1})	без блокировки	с блокировкой	$\frac{2}{\hbar^2} J$ (Mev^{-1})
Yb^{172}	n	3I,5	29,0	
	p	25,8	24,2	
	$n + p$	57,3	53,2	76
W^{182}	n	26,9	25,2	
	p	I8,2	I6,9	
	$n + p$	45,I	42,I	59,6

Таблица II.

Моменты инерции двухквазичастичных возбужденных состояний с C=0

Ядро	Теория				Экс.		
	состояние	энергия		$\frac{2}{\hbar^2} J$ (Mev^{-1})	состояние	энергия	$\frac{2}{\hbar^2} J$ (Mev^{-1})
Yb^{172}	$\mid K, K+I \rangle$	I,IMev	p	24,2	3^+	I,I7 (Mev)	88,9
	$2^+, 3^+$		n_b	I4,3			
	нейтронное		n_b^*	26,5	2^+	I,47 (Mev)	72,3
			$p + n_b + n_b^*$	65			
W^{182}	$\mid K, K+I \rangle$	1,3 Mev	n	25,2	2^-	I,29 (Mev)	7I,4
	$2^-, 7^-$		p_b	23,4			
	протонное		p_b^*	I2,5			
			$n + p_b + p_b^*$	6I,I			

n_b^*, p_b^* – вклад четырехчастичных возбужденных состояний по формуле (2).