



6  
E91

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

В.Н. Ефимов

P - 1213

РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ НА ДЕЙТРОНАХ  
ПРИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЯХ

Дубна 1963 год

В.Н.Ефимов

P - 1213

РАСSEЯНИЕ НЕЙТРОНОВ НА ДЕЙТРОНАХ  
ПРИ МАЛЫХ ЭНЕРГИЯХ

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

Дубна 1963 год

1824/3 48.

### А н н о т а ц и я

Рассчитаны  $s$  - фазы рассеяния нейтронов на дейтронах при малых энергиях вариационным методом с учётом деформации дейтрона. Взаимодействие нуклонов предполагалось центральным, зарядово-инвариантным и имеющим обменный характер. Радиальная зависимость потенциала ядерных сил выбрана в форме кривой Гаусса, параметры которой согласованы с данными по  $n-p$  - взаимодействию при малых энергиях. При выборе пробных функций наряду с деформацией дейтрона учитывалась возможность образования дублетного состояния с квазитритонной радиальной зависимостью.

Полученные значения квартетной длины рассеяния  $a_4 = 5,8 f$  и дублетной  $a_2 = 0,9 f$  хорошо согласуются с одним из двух наборов экспериментальных значений:  $a_4 = 6,38 \pm 0,06 / f$ ,  $a_2 = 0,7 \pm 0,3 / f$ , а  $s$  - фазы удовлетворительно совпадают со значениями, полученными Кристианом и Гаммелем из анализа угловых распределений рассеяния и согласованными с приведенными выше экспериментальными значениями длин рассеяния.

V.N.Efimov

### LOW-ENERGY NEUTRON-DEUTERON SCATTERING

#### Abstract

The  $S$ -scattering phases of neutrons on deuterons at low energies have been calculated by using the variational method with account of the deuteron deformation. The nucleon interaction was assumed to be central, charge-invariant and to have a charge exchange character. The radial dependence of the potential of nuclear forces was chosen in the form of the Gaussian curve whose parameters are brought into agreement with the data on  $n-p$  interaction at low energies. In choosing the probe functions besides the deuteron deformation a possibility of forming a doublet state with a quasitriton radial dependence was taken into account.

The obtained values of the quartet scattering length  $a_4 = 5,8 f$  and the doublet  $a_2 = 0,9 f$  are in good agreement with one of the two sets of the experimental values  $a_4 = (6,38 + 0,06) f$ ,  $a_2 = (0,7 + 0,3) f$ , and the  $s$  - phases coincide satisfactorily with the values obtained by Christian and Gammel from the analysis of the angular distributions of scattering and brought into agreement with the above experimental values of the scattering lengths.

## 1. В в е д е н и е

Рассеяние нейтронов на дейтронах является одним из простейших ядерных процессов с участием более чем двух нуклонов. Интерес к таким процессам обусловлен тем, что они могут служить для проверки сведений о ядерных силах, полученных из исследований системы двух нуклонов и для получения дополнительной информации о взаимодействии нуклонов.

Выполнено большое число экспериментальных работ, в которых измерялось угловое распределение нейтронов, рассеянных на дейтронах в интервале энергий от 0 до 10 Мэв. Даже при сравнительно небольших энергиях  $\sim 0,5$  Мэв/ угловое распределение не изотропно: отчетливо проявляется увеличение сечения для больших углов. С ростом энергии максимум в области больших углов рассеяния становится более резким и появляется также максимум при малых углах. Такой характер угловых распределений объясняется большим радиусом дейтрона и наличием обменных эффектов в процессе рассеяния.

При анализе угловых распределений обычно предполагается, что спин-орбитальное взаимодействие отсутствует и, следовательно, полный спин  $S$  и орбитальный момент  $l$  являются константами движения. В этом случае сечение определяется набором фаз  ${}^{(l)}\delta_{2s+1}$ . В предельном случае нулевой энергии нейтронов вводятся две длины рассеяния: квартетная  $a_4$  для полного спина  $S = 3/2$  и дублетная  $a_2$  для полного спина  $S = 1/2$ . Эти длины рассеяния связаны с соответствующими фазами соотношением /1/, стр. 198/:

$$-\frac{1}{a_{2s+1}} = \lim_{k \rightarrow 0} (k \operatorname{ctg} {}^{(0)}\delta_{2s+1}),$$

где  $k$  - волновое число нейтрона.

Анализ экспериментальных данных по рассеянию нейтронов с энергией  $E \rightarrow 0$  на кристаллах, содержащих дейтерий, или на орто- и парадейтерия, приводит к двум возможным наборам значений длин рассеяния  $a_4$  и  $a_2$  /2-4/:

$$a_4 = /6,38 \pm 0,06/ f ; \quad a_2 = /0,7 \pm 0,3/ ; \quad /1a/$$

$$a_4 = /2,6 \pm 0,2/ f ; \quad a_2 = /8,2 \pm 0,12/ ; \quad /1b/$$

где  $f = 10^{-13}$  см.

Фазовый анализ угловых распределений был проведен Кристианом и Гаммелем /5/ и Адэром /6/. Ими были получены два различных набора фаз, удовлетворительно объясняющих угловые распределения. При этом  $s$  - фазы Кристиана и Гаммеля согласуются с длинами рассеяния /1a/, а  $s$  - фазы Адэра - с длинами рассеяния /1b/. Таким образом, существующие экспериментальные данные не позволяют однозначно определить фазы  $n - d$  - рассеяния. Для однозначного определения фаз необходимы эксперименты с поляризованным пучком нейтронов и поляризованной дейтериевой мишенью. Так как получение поляризованной мишени является очень сложной задачей, то до сих пор такие эксперименты не осуществлены.

Поэтому представляет интерес на основе теоретического анализа выбрать правильные значения фаз  $n - d$  - рассеяния. Основная трудность, возникающая при этом, заключает-

ся в необходимости решать уравнение Шредингера для системы трех нуклонов, что весьма сложно даже при наличии только центрального взаимодействия между нуклонами. Учет таких свойств ядерных сил, как примесь тензорных сил и наличие отталкивательного кора, чрезвычайно усложняет задачу. Ввиду этого почти во всех расчетах по рассеянию нейтронов на дейтронах потенциал взаимодействия между нуклонами выбирается центральным, причем параметры потенциала обычно согласуются с экспериментальными данными по взаимодействию двух нуклонов при малых энергиях. Строго говоря, возникает вопрос о правомерности использования такого феноменологического потенциала для описания состояний системы трех нуклонов. Известно, например, что этот потенциал приводит к неправильному значению энергии связи тритона. Однако можно предположить, что при рассеянии медленных нейтронов на дейтронах наиболее существенными будут эффекты, обусловленные свойствами самого дейтрона (большой размер и рыхлая структура), принципом Паули и короткодействующим характером ядерных сил. Нет особых причин считать, что такие свойства ядерных сил, как отталкивание на малых расстояниях, примесь тензорных сил или детальная форма потенциала будут играть определяющую роль в процессе  $n-d$ -рассеяния при малых энергиях.

Одним из наиболее часто используемых приближений при рассмотрении  $n-d$ -рассеяния является бесполяризованное приближение<sup>/1,7,8/</sup>, согласно которому предполагается, что в процессе рассеяния дейтрон не возмущается падающим нейтроном. В этом случае волновая функция системы записывается как произведение волновой функции основного состояния дейтрона на функцию, описывающую движение падающего нейтрона относительно центра тяжести дейтрона. Это приближение было использовано рядом авторов<sup>/5,9-12/</sup> для расчета  $s$ -фаз  $n-d$ -рассеяния. Однако бесполяризованное приближение для дублетного состояния трудно обосновать. Действительно, если в квартетном состоянии принцип Паули препятствует сближению двух нейтронов на малые расстояния, то в дублетном состоянии такого запрета нет. Поэтому в дублетном состоянии возможны такие конфигурации, когда все три нуклона взаимодействуют между собой, т.е. падающий нейтрон будет сильно деформировать дейтрон.

Другим весьма эффективным методом расчета  $n-d$ -рассеяния является вариационный метод для фаз рассеяния<sup>/13-16/</sup>. Этот метод дает возможность путем соответствующего выбора пробных функций учесть деформацию дейтрона в процессе рассеяния т.е. отказаться от бесполяризованного приближения<sup>/17-19/</sup>.

## 2. Вариационный метод для $s$ -фаз $n-d$ -рассеяния

Припишем падающему нейтрону индекс 1, нейтрону и протону, образующим дейтрон, соответственно индексы 2 и 3, и введем следующие координаты:

$$\vec{r} = \frac{\sqrt{3}}{2} (\vec{r}_3 - \vec{r}_2), \quad \vec{q} = -\vec{r}_1 + \frac{1}{2}(\vec{r}_2 + \vec{r}_3), \quad \vec{R} = \frac{1}{3} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \vec{r}_3),$$

где  $\vec{r}_i$  - радиус-вектор  $i$ -го нуклона. Тогда после отделения движения центра масс уравнение Шредингера запишется в следующем виде:

$$(\nabla_{\vec{r}}^2 + \nabla_{\vec{q}}^2 + k^2 - k_d^2 + W) \Psi^{(s)}(\vec{r}, \vec{q}, \sigma) = 0, \quad (2)$$

где  $k^2 = 4ME_n / 3h^2$ ,  $k_d^2 = 4ME_d / 3h^2$ ,  $M$  - масса нуклона;  $E_n$  - энергия нейтрона в лабораторной системе;  $E_d$  - энергия связи дейтрона ( $E_d = 2,226$  Мэв);  $S$  - полный спин системы, принимающий значения  $3/2$  и  $1/2$ ;  $\sigma$  - совокупность спиновых переменных;  $W = V(12) + V(13) + V(23)$  - полный потенциал взаимодействия трех нуклонов, умноженный на  $4M/3h^2$ ;  $V(ik)$  - потенциал взаимодействия между нуклонами  $i$  и  $k$ . Он предполагается парным, центральным, зарядово-инвариантным и обменного характера:

$$V(ik) = U(ik)(w + bP_{ik}^\sigma + mP_{ik}^r + hP_{ik}^\sigma P_{ik}^r), \quad (2a)$$

где  $U(ik)$  - функция расстояния между  $i$ -м и  $k$ -м нуклонами;  $P_{ik}^\sigma, P_{ik}^r$  - операторы перестановки соответственно спиновых и пространственных координат нуклонов  $i$  и  $k$ ;  $w, b, m, h$  - константы, определяющие веса соответствующих обменных сил, причем  $w + b + m + h = 1$ .

Волновые функции  $\Psi^{(s)}$  антисимметричны относительно перестановки двух нейтронов и при  $q \rightarrow \infty$  принимают следующий асимптотический вид:

$$\Psi_a^{(3/2)} = \chi^{(3/2)}(\sigma)(fkctg \delta_4 + g), \quad (3)$$

$$\Psi_a^{(1/2)} = \chi^{(1/2)}(\sigma)(fkctg \delta_2 + g),$$

где  $\delta_4, \delta_2, s$  - фазы рассеяния соответственно в состояниях с полным спином  $S = 3/2$  и  $S = 1/2$ ;  $\chi^{(3/2)}(\sigma), \chi^{(1/2)}(\sigma)$  - спиновые функции, соответствующие полным спином  $3/2$  и  $1/2$  и построенные из спиновых функций дейтрона и падающего нейтрона; эти функции симметричны по спиновым переменным  $\sigma_2$  и  $\sigma_3$ ;

$$f = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \phi_d(r) \frac{\sin kq}{kq}; \quad g = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \phi_d(r) \frac{\cos kq}{q}, \quad (3a)$$

$\phi_d(r)$  - волновая функция дейтрона.

Для системы трех нуклонов полному спину  $S = 3/2$  соответствует одна спиновая функция  $\chi^{(3/2)}(\sigma)$ , симметричная по всем спиновым переменным, а спину  $S = 1/2$  - две линейно-независимых функции. В качестве таковых выберем функции  $\chi_1^{(1/2)}(\sigma)$  и  $\chi_2^{(1/2)}(\sigma)$ , причем  $\chi_1^{(1/2)}(\sigma)$  антисимметрична, а  $\chi_2^{(1/2)}(\sigma)$  - симметрична относительно спиновых переменных двух нейтронов. Тогда полные волновые функции для  $S = 3/2$  и  $S = 1/2$  можно записать следующим образом:

$$\Psi^{(3/2)} = \chi^{(3/2)}(\sigma) \psi(\vec{r}, \vec{q})$$

$$\Psi^{(1/2)} = \chi_1^{(1/2)}(\sigma) \phi_1(\vec{r}, \vec{q}) + \chi_2^{(1/2)}(\sigma) \phi_2(\vec{r}, \vec{q}). \quad (4)$$

Заметим, что из характера построения спиновых функций  $\chi^{(1/2)}(\sigma)$ ,  $\chi_1^{(1/2)}(\sigma)$  и  $\chi_2^{(1/2)}(\sigma)$  легко получить, что

$$\chi^{(1/2)}(\sigma) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \chi_1^{(1/2)}(\sigma) - \frac{1}{2} \chi_2^{(1/2)}(\sigma). \quad (5)$$

Учитывая это соотношение, определим "внутренние" волновые функции  $y_4$ ,  $y_2^{(1)}$  и  $y_2^{(2)}$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \psi &= (1 - P_{12})(fk \operatorname{ctg} \delta_4 + g - y_4), \\ \phi_1 &= -\frac{\sqrt{3}}{2} (1 + P_{12})(fk \operatorname{ctg} \delta_2 + g - y_2^{(1)}), \\ \phi_2 &= -\frac{1}{2} (1 - P_{12})(fk \operatorname{ctg} \delta_2 + g - y_2^{(2)}), \end{aligned} \quad (6)$$

где  $P_{12}$  - оператор перестановки координат нейтронов 1 и 2.

Если все  $y \rightarrow 0$  при  $q \rightarrow \infty$  и все  $y - g$  конечны и непрерывны, то из (4), (5), (6) и (3а) следует, что полные волновые функции  $\Psi^{(3/2)}$  и  $\Psi^{(1/2)}$  конечны, непрерывны, имеют необходимую симметрию и при  $q \rightarrow \infty$  принимают нужный асимптотический вид (3). Представление волновых функций в виде (6) удобно при использовании вариационного метода определения фаз рассеяния и учитывает то обстоятельство, что дублетному состоянию соответствуют две независимые функции пространственных координат.

Следует заметить, что возможны различные формулировки вариационного принципа для фаз рассеяния, что связано с различной нормировкой асимптотического вида волновых функций сплошного спектра<sup>/13/</sup>. Воспользуемся вариационным методом в формулировке Рубинова<sup>/16/</sup>. Применительно к  $n - d$  -рассеянию этот метод сводится к следующему: определяется функционал

$$L^{(s)} = k \operatorname{ctg} \delta_{2s+1}^{(t)} - \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{q} d\sigma \Psi_t^{*(s)} L \Psi_t^{(s)}, \quad (7)$$

где  $L = \nabla_{\vec{r}}^2 + \nabla_{\vec{q}}^2 + k^2 - k_d^2 + W$ ; символ  $d\sigma$  означает суммирование по всем спиновым переменным,  $\Psi_t^{(s)}$  - пробные функции, определяемые выражениями (4) и (6), но при условии, что функции  $y$  варьируются и фазы  $\delta_{2s+1}$  заменены на варьируемые фазы  $\delta_{2s+1}^{(t)}$ . Тогда легко показать, что функционал (7) стационарен относительно вариаций пробных функций  $\Psi_t^{(s)}$  и пробных фаз  $\delta_{2s+1}^{(t)}$ , если  $\Psi_t^{(s)}$  удовлетворяют уравнению (2) и  $\delta_{2s+1}^{(t)} = \delta_{2s+1}$ . Экстремальное значение функционала (7) определяет фазу рассеяния:

$$\langle L^{(s)} \rangle_{\text{экстр.}} = k \operatorname{ctg} \delta_{2s+1}. \quad (8)$$

Согласно стандартному методу Ритца, в качестве варьируемых функций  $y$  выбираются некоторые функции определенного вида, содержащие варьируемые параметры  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). Наилучшее приближение для экстремального значения функционала (7) дадут те функции выбранного вида, для которых параметры  $c_i$  и  $\delta^{(t)}$  определяются из системы уравнений:

$$\frac{\partial L^{(s)}}{\partial c_i} = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad \frac{\partial L^{(s)}}{\partial (k \operatorname{ctg} \delta^{(i)})} = 0.$$

Следует заметить, что в общем случае не доказано, что вариационный принцип для фаз рассеяния является принципом минимума, как это имеет место для задач на связанные состояния. Это означает, что с добавлением новых параметров в пробных функциях стационарное значение функционала (7) не обязательно будет стремиться монотонно к точному значению  $k \operatorname{ctg} \delta$ . Однако в предельном случае нулевой энергии Шпрухом и Розенбергом<sup>/20-21/</sup> было показано, что вариационный принцип Кона для длин рассеяния является принципом минимума и, следовательно, он дает верхнюю оценку точного значения длины рассеяния. Хотя это утверждение не распространяется на вариационный метод Рубинова, но и в этом случае можно получить выражение для верхней границы длины рассеяния. Так, для квартетной длины  $a_4$   $n-d$  -рассеяния имеет место соотношение<sup>/22/</sup>:

$$a_4 \leq (a_4)_{\text{гр.}} = -A + B^2/C, \quad (9)$$

где  $a_4$  - точное значение квартетной длины рассеяния, соответствующее выбранному потенциалу,  $A$ ,  $B$  и  $C$  определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{q} d\sigma \chi^{*(3/2)}(\sigma)(1-P_{12}) f L (1-P_{12}) \chi^{(3/2)}(\sigma) f, \\ B &= \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{q} d\sigma \chi^{*(3/2)}(\sigma)(1-P_{12})(y_4 - g) L \chi^{(3/2)}(\sigma)(1-P_{12}) f, \\ C &= \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{q} d\sigma \chi^{*(3/2)}(\sigma)(1-P_{12})(y_4 - g) L \chi^{(3/2)}(\sigma)(1-P_{12})(y_4 - g), \end{aligned} \quad (10)$$

где  $L, f, g, y_4$  были определены выше.

Соотношение, аналогичное (9) и (10), имеет место и для дублетной длины рассеяния<sup>/23/</sup>.

### Результаты

Наиболее удобной формой радиальной зависимости потенциала является зависимость в форме кривой Гаусса. Поэтому в расчетах был использован потенциал взаимодействия между двумя нуклонами в виде

$$U(r) = U_0 \exp(-\lambda^2 r^2),$$

где  $U_0 = 86,4$  Мэв,  $\lambda^{-1} = 1,332 \cdot 10^{-13}$  см.

Значения параметров согласованы с данными по  $n-p$  -взаимодействию при малых энергиях. С потенциалом (11) уравнение Шредингера для дейтрона не решается аналитически, однако известно хорошее приближенное выражение для волновой функции дейтрона<sup>/5/</sup>:

$$\phi_d(\rho) = 0,02133 e^{-0,63\rho^2} + 0,08582 e^{-0,16\rho^2} + 0,18115 e^{-0,76\rho^2}, \quad (12)$$

где  $\rho = \lambda r$ ,  $r$  - расстояние между нейтроном и протоном. Обменный характер взаимо-



действия нуклонов учтен введением в общее выражение (2а) для потенциала соответствующих обменных операторов. Веса различных обменных сил определяются константами  $w, b, m, h$ , удовлетворяющими двум условиям:  $w + b + m + h = 1$ ,  $w - b + m - h = x$ ,

где  $x$  - отношение глубин двух потенциалов, соответствующих виртуальному и связанному состояниям дейтрона. В расчетах было принято значение  $x = 0,69$ .

Обычно рассматриваются обменные силы следующих типов:

- 1) Необменные силы:  $m = h = 0$ ,  $w = \frac{1}{2}(1+x)$ ,  $b = \frac{1}{2}(1-x)$ ,
- 2) Силы Майорана:  $w = b = 0$ ,  $m = \frac{1}{2}(1+x)$ ,  $h = \frac{1}{2}(1-x)$ ,
- 3) Силы Сербера:  $w = m = \frac{1}{4}(1+x)$ ,  $b = h = \frac{1}{4}(1-x)$ ,
- 4) Силы Розенфельда:  $w = \frac{1}{2}h = \frac{1}{6}(1-3x)$ ,  $b = \frac{1}{2}m = \frac{1}{6}(1+3x)$ .

Функционал (7) минимизировался прямым методом Ритца. Внутренние волновые функции  $y$ , подлежащие варьированию, были выбраны следующим образом:

$$y_4 = y_2^{(1)} = y_2^{(2)} = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \phi_d(r) \frac{1}{q} \exp(-\lambda^2 q^2) + \frac{\lambda^{3/2}}{4\pi} \left[ \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^3 b_{p,n} \exp(-a_p \lambda^2 r^2 - n \lambda^2 q^2) + \sum_{m=1}^M a_m \exp\left[-\frac{m}{2} \lambda^2 (r^2 + q^2)\right] \right], \quad (13)$$

где  $\lambda$  - параметр потенциала (11),  $a_1 = 0,03$ ;  $a_2 = 0,16$ ;  $a_3 = 0,76$ ,  $b_{p,n}$  и  $a_m$  - варьируемые коэффициенты. Легко видеть, что пробные функции (13) удовлетворяют необходимым условиям, вытекающим из (6). Действительно, при  $q \rightarrow \infty$   $y \rightarrow 0$ , а при  $q \rightarrow 0$   $y - g$  конечно. В квартетном состоянии, согласно (6), вторая сумма из (13), симметричная по координатам, исчезает. Это имеет место и для дублетного состояния, соответствующего спиновой функции, симметричной по спинам двух нейтронов. Остающаяся первая сумма из (13) для каждого фиксированного  $n$  содержит те же самые экспоненты, что и волновая функция дейтрона (12), т.е. представляет собой сумму соответствующим образом деформированных функций дейтрона. Такой вид пробной функции соответствует тому факту, что в симметричных спиновых состояниях два нейтрона не могут из-за принципа Паули сблизиться на малые расстояния и падающий нейтрон не может очень сильно деформировать дейтрон. Наоборот, в дублетном состоянии, антисимметричном по спинам нейтронов, такого запрета нет, падающий нейтрон может проникнуть вглубь дейтрона и образовать конфигурацию, когда все три нуклона сильно взаимодействуют между собой. Из (6) и (4) видно, что при нашем выборе пробных функций в таком состоянии будут существенны обе суммы из (13), т.е.  $\phi_1$  и  $\phi_2$  из (6) будут существенно различными функциями. В функцию  $\phi_1$  войдет вторая сумма из (13), имеющая "квизитритонную" радиальную зависимость.

В таблицах 1 и 2 приведены значения квартетной  $a_4$  и дублетной  $a_2$  длин рассеяния, полученные при различном количестве параметров в (13). При этом для  $a_2$  приведены также значения, соответствующие пренебрежению (все  $a_m = 0$ ) второй суммой в (13). В таблицах 3, 4 приведены значения верхних границ длин рассеяния, рассчитанные по методу

Шпруха и Розенберга /22,23/.  $s$  - фазы для энергий, больших нуля, представлены на рис. 1 и 2. Там же показаны  $s$  - фазы, полученные Кристианом и Гаммелем /5/, из угловых распределений  $n - d$  - рассеяния.

Из таблиц 1 и 2 видно, что значения длин рассеяния, полученные вариационным методом Рубинова, близки к экспериментальным значениям, определяемым серией (1а). На значение дублетной длины рассеяния весьма существенно влияет наличие второй суммы в пробной функции (13). Верхние оценки длин рассеяния (таблицы 3 и 4) близки как к значениям, приведенным в таблицах 1 и 2, так и к экспериментальным значениям (1а).

Т а б л и ц а 1

Значения квартетной длины рассеяния  $a_4$  (в единицах  $10^{-13}$  см) для различных обменных сил в зависимости от числа членов  $N$  в пробной функции (13).

$N$	Обменные силы				Эксперимент
	I	II	III	IV	
1	8,13	9,17	8,64	8,81	
2	6,17	7,06	6,89	6,95	$6,38 \pm 0,06$
3	6,45	6,71	6,59	6,63	

Т а б л и ц а 2

Значения дублетной длины рассеяния  $a_2$  (в единицах  $10^{-13}$  см) для различных обменных сил в зависимости от числа членов  $N$  и  $M$  в пробной функции (13)

$N$	Обменные силы				Эксперимент
	I	II	III	IV	
	1-й вариант:		$a_m = 0$		
1	1,75	1,86	1,81	1,88	
2	1,67	1,76	1,72	1,78	
3	1,55	1,64	1,60	1,65	
$M$	2-й вариант		$a_m \neq 0; N = 2$		$0,7 \pm 0,3$
1	1,13	1,20	1,17		
2	0,99	1,06	1,02		
3	0,97	1,04	1,01		

Т а б л и ц а 3

Значения верхней границы ( $a_4$ )<sub>гр.</sub> квартетной длины рассеяния (в единицах  $10^{-13}$  см) для различных обменных сил в зависимости от числа членов в пробной функции (13)

$N$	Обменные силы			
	I	II	III	IV
1	6,23	6,54	6,39	6,44
2	5,83	6,00	5,92	5,96
3	5,75	5,90	5,83	5,87

Т а б л и ц а 4

Значения верхней границы  $(a_2)_{гр.}$  дублетной длины рассеяния (в единицах  $10^{-13}$  см) для различных обменных сил в зависимости от числа членов в пробной функции (13)

N	Обменные силы			
	I	II	III	IV
1	0,91		1,00	1,12
2	0,90		0,97	1,05
3	0,89	1,01	0,95	1,03

Л и т е р а т у р а

1. "Строение атомного ядра" ИЛ Москва, 1959.
2. D.G.Hurst, J.Alcock, Can. J. Phys. 29, 36 (1951).
3. E.P.Wollan, C.G.Shull, W.C.Kochler, Phys. Rev. 83, 700 (1951).
4. С.Я.Никитин и др. "Мирное использование атомной энергии", материалы Международной конференции, Женева, август 1955 г. т.2, стр.99.
5. R.A.Christian, J.L.Gammel, Phys. Rev. 91, 100 (1953).
6. R.K.Adair et al., Phys. Rev. 89, 1165 (1953).
7. H.S.W.Massey, Progress in Nuclear Physics, Pergamon Press, 3, 235 (1953).
8. H.S.W.Massey, Nuclear Forces and the Few-Nucleon Problem, Pergamon Press, 2, 345 (1960).
9. R.A.Buckingham, S.J.Hubbard, H.S.W.Massey, Proc. Roy. Soc. A 211, 183 (1952).
10. P.G.Burke, H.H.Robertson, Proc. Phys. Soc. 70, 777 (1957).
11. F.A.Haas, H.H.Robertson, Proc. Phys. Soc. 73, 160 (1959).
12. J.W.Humbertson, Proc. Phys. Soc. 78, 1157 (1961).
13. T.Kato, Prog. Theor. Phys. 6, 394 (1951).
14. L.Hulthen, Kgl. Fysiograf. Sallskap. Lund. Forh. 14, 21, 257 (1944).
15. W.Kohn, Phys. Rev. 74, 1763 (1948).
16. S.I.Rubinow, Phys. Rev. 98, 183 (1955).
17. В.Н.Ефимов. ЖЭТФ, 35, 137 (1958).
18. L.Sartory, S.I.Rubinow, Phys. Rev. 112, 214 (1958).
19. P.G.Burke, F.A.Haas, Proc. Roy. Soc. A 252, 177 (1959).
20. L.Spruch, L.Rosenberg, Phys. Rev. 116, 1033 (1959).
21. L.Rosenberg, L.Spruch, T.O'Malley, Phys. Rev. 118, 184 (1960).
22. L.Spruch, L.Rosenberg, Phys. Rev. 117, 1095 (1960).
23. L.Spruch, L.Rosenberg, Nucl. Phys. 17, 30 (1960).

Рукопись поступила в издательский отдел  
26 февраля 1963 года.

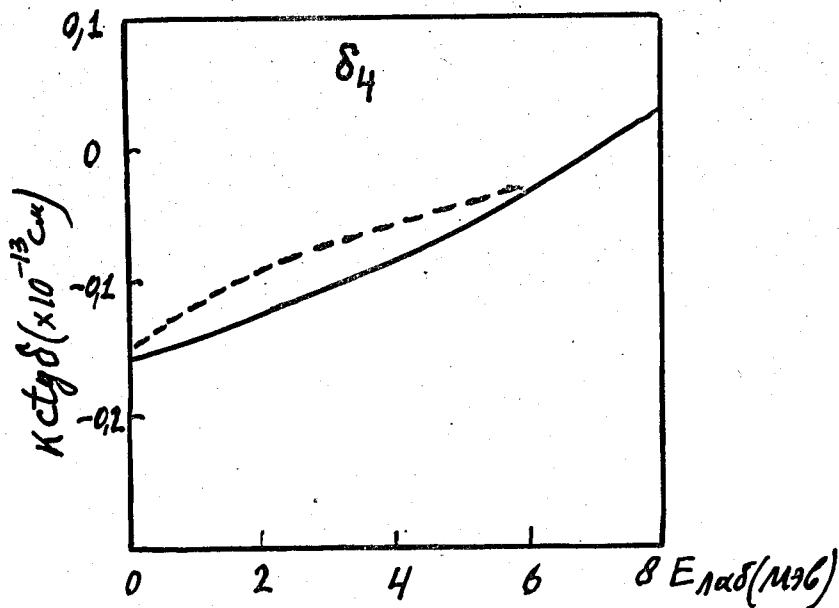


Рис. 1. Зависимость квартетной  $s$ -фазы  $\delta_4$  от энергии для обменных сил Сербера

————— экспериментальная кривая,  
 - - - - - теоретическая кривая.

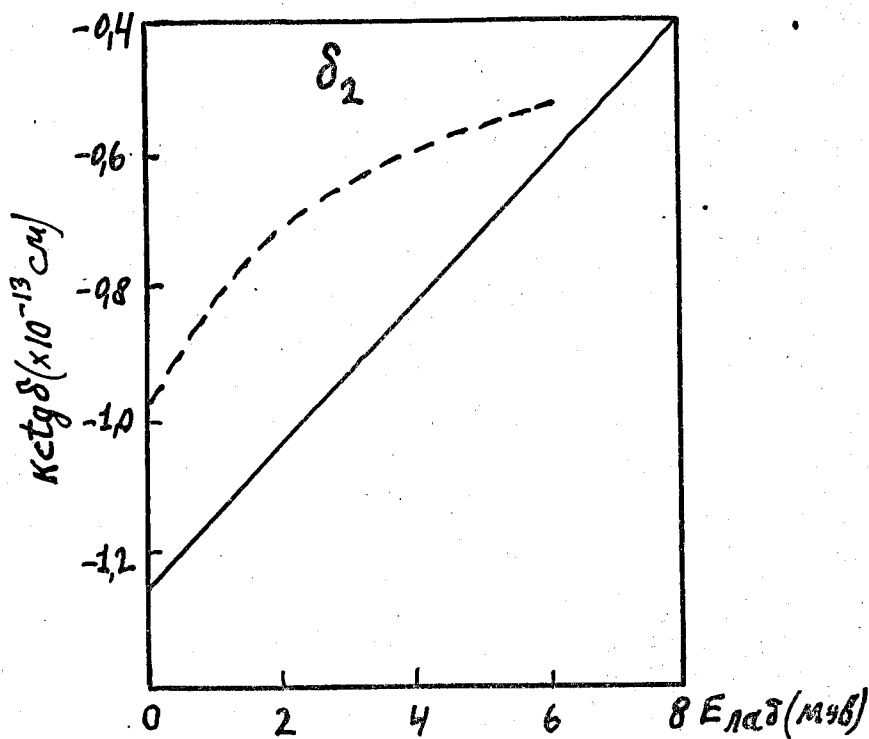


Рис. 2. Зависимость дублетной  $s$ -фазы  $\delta_2$  от энергии для обменных сил Сербера.

————— экспериментальная кривая,  
 - - - - - теоретическая кривая.