ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

А.А. Логунов, А.Н. Тавхелидзе, О.А. Хрусталев

Р - 1185

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПРИРОДА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МАНДЕЛЬСТАМА

Phys. Lett, 1963, v4, n6, p 325-326.

Дубна 1963 год

А.А. Логунов, А.Н. Тавхелидзе, О.А. Хрусталев

Р - 1195

КВАЗИПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ПРИРОДА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ МАНДЕЛЬСТАМА

Направлено в Phys. Letters.

Дубна 1963 год

А н н о т а ц и я

В работе показано, что предположение о существовании представления Мандельстама приводит к требованию, чтобы система описывалась потенциалом, являющимся суперпозицией потенциалов Юкава с интенсивностями, зависящими от энергии.

A.A.Logunov, A.N.Tavkhelidze, O.A.Khrustalev

QUASIPOTENTIAL CHARACTER OF THE MANDELSTAM REPRESENTATION

A b s t r a c t

It is shown that the assumption about the existence of the Mandelstam representation leads to the requirement that the system should be described by a potential which is a superposition of Yukawa potentials with energy dependent intensities.

Согласно гипотезе Мандельстама, амплитуду рассеяния можно представить в виде:

$$T(s,t) = \frac{1}{\pi^2}\iint\limits_{4m^2}^{\infty} ds'\,dt' \frac{\rho_1(s',t')}{(s'-s)(t'-t)} + \frac{1}{\pi^2}\iint\limits_{4m^2}^{\infty} ds'\,du' \frac{\rho_2(s',u')}{(s'-s)(u'-u)} \qquad /1/$$

$$+ \frac{1}{\pi^2}\iint\limits_{4m^2}^{\infty} dt'\,du' \frac{\rho_3(t',u')}{(t'-t)(u'-u)} .$$

Это представление для наших целей удобно записать в форме

$$T(s,t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} ds' \int\limits_{4m^2}^{+\infty} dt' \frac{R_1(s',t')}{(s'-s)(t'-t)} + \int\limits_{-\infty}^{\infty} ds' \int\limits_{4m^2}^{\infty} dt' \frac{R_2(s',u')}{(s'-s)(u'-u)}, \qquad /2/$$

где

$$R_1(s,t) = \rho_1(s,t)\,\theta(s-4m^2)\,\theta(t-4m^2) - \rho_3(t,u)\,\theta(u-4m^2)\,\theta(t-4m^2),$$

$$/3/$$

$$R_2(s,t) = \rho_2(s,u)\,\theta(s-4m^2)\,\theta(u-4m^2) - \rho_3(t,u)\,\theta(t-4m^2)\,\theta(u-4m^2).$$

Как показано в /1/, проекции амплитуды, допускающей представления вида /2/, на четные и нечетные состояния относительно $z = \cos\theta$ имеют квазипотенциальный характер x/. Поясним это подробнее: так как

$$t = 2\nu(z-1), \quad u = -2\nu(z+1), \quad \nu = \frac{s-4m^2}{4},$$

то замена $z \to -z$ в переменных Мандельстама эквивалентна замене $t \to u$, поэтому из /1.2/ следует

$$T^{+}(s,t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} ds' \int\limits_{4m^2}^{\infty} dt' \frac{R_1(s',t') + R_2(s',t')}{(s'-s)(t'-t)}, \qquad /4/$$

$$T^{-}(s,t) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} ds' \int\limits_{4m^2}^{\infty} \frac{R_1(s',t') - R_2(s',t')}{(s'-s)(t'-t)} . \qquad /5/$$

В физической области реакции, где s –полная энергия, а t –передача импульса $(t = -k^2)$

---

x/ Проекции амплитуды $T(s,z)$ на четные и нечетные состояния $\Phi^{\pm}(z) = \pm\Phi^{\pm}(-z)$ есть четная и нечетная амплитуда $T\Phi^{+} = T^{+}\Phi^{+}$, $T\Phi^{-} = T^{-}\Phi^{-}$. Пример такого проектирования дает переход к парциальным волнам $T_{\ell}(s) = \int\limits_{-1}^{1} T(s,z)P_{\ell}(z)dz$.

$$T^{\pm}(s,t) = \int\limits_{4m^2}^{\infty} d\kappa^2 \frac{\rho^{\pm}(s,\kappa^2)}{\kappa^2 + k^2}\ , \qquad /6/$$

где $\rho^{\pm}(s,\kappa^2)$, согласно /4/ и /5/, - аналитические функции комплексной переменной s с разрезом вдоль действительной оси.

Для фурье-образов

$$T^{\pm}(s,r) = \int e^{i\vec{k}\vec{r}}\, T^{\pm}(s,k^2)\, d\vec{k}\ . \qquad /7/$$

из /6/ следует

$$T^{\pm}(s,r) = \int\limits_{4m^2}^{\infty} \frac{e^{-\kappa r}}{r}\, \rho^{\pm}(s,\kappa^2)\, d\kappa^2, \qquad /8/$$

поэтому амплитуду, допускающую представление /6/, будем называть квазипотенциальной.

Ранее было показано[1], что система из двух взаимодействующих частиц может быть описана уравнением типа Шредингера с обобщенным комплексным потенциалом, зависящим от энергии и импульсов частиц. Обобщенный потенциал V -аналитическая функция переменной E с разрезом вдоль действительной оси. Такой подход позволяет с одной стороны найти амплитуду рассеяния, а с другой - изучить структуру связанных состояний /виртуальные процессы/. Если ограничиться описанием только амплитуды рассеяния, то обобщенный потенциал в этом случае будет функцией только переменных s и t . Такой потенциал будем называть локальным. Если амплитуда представлена в виде /8/, то можно построить локальный потенциал, являющийся суперпозицией потенциалов Юкавы с зависящими от энергии интенсивностями[2]:

$$V^{\pm}(s,r) = \int\limits_{\kappa_0^2}^{\infty} \frac{e^{-\kappa r}}{r}\, \rho_V^{\pm}(\kappa^2, s)\, d\kappa^2. \qquad /9/$$

Из /9/, в частности, следует оценка Фруассара о возможном росте сечения взаимодействия при больших энергиях. В самом деле, сечение будет в основном определяться значением предельного параметра a , равным

$$a = \frac{1}{\kappa_0} \ln |\rho(s,\kappa^2)|\ , \qquad /10/$$

отсюда

$$\sigma \le \frac{1}{\kappa_0^2} \ln^2 |\rho(s,m^2)|\ . \qquad /11/$$

Но так как функция $\rho(s,m^2)$ - обобщенная функция s медленного роста и может возрастать не быстрее полинома, то сечение может расти самое большее как квадрат логарифма энергии

$$\sigma \leq c \ln^2 s. \qquad /12/$$

Таким образом, согласно представлению Мандельстама, проекции амплитуды $T^{\pm}$, а также локальные потенциалы $V^{\pm}(s,r)$ являются суперпозициями юкавских потенциалов с интенсивностями, зависящими от энергии и являющиеся аналитическими функциями по s с разрезами вдоль действительной оси. В этом смысле мандельстамовское представление является достаточно сильным требованием к структуре амплитуды. Приведенные выше утверждения о характере локального потенциала основывались на представлении Мандельстама. Для изучения аналитических свойств в ℓ -плоскости в квантовой теории поля часто обращаются к гипотетическим одномерным дисперсионным соотношениям по передаче импульса для любых фиксированных значений энергии s . Предположение о существовании таких соотношений является менее сильным, чем предположение о существовании представления Мандельстама.

Из этих соотношений непосредственно следует, что амплитуды $T^{\pm}$ могут быть записаны в форме /6/ с той лишь разницей, что в данном случае мы ничего не можем сказать об аналитических свойствах функций $\rho(s,\kappa^2)$ по переменной s . На основе этих представлений для $T^{\pm}$ мы опять получим потенциалы $V^{\pm}$ вида:

$$V^{\pm}(s,r) = -\int_{\mu^2}^{\infty} \frac{e^{-\nu r}}{r} \rho_{\nu}^{\pm}(\nu, s)\, d\nu . \qquad /13/$$

Таким образом предположение о существовании дисперсионных соотношений по передаче импульса для произвольных значений s также ведет к квазипотенциальной амплитуде, а, следовательно, к локальному потенциалу /13/, являющемуся суперпозицией потенциалов Юкавы с плотностями $\rho_{\nu}(s,\nu)$.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н.Н. Боголюбову за ценные советы, а также Д.И. Блохинцеву, Б.А. Арбузову, С.М. Биленькому, Нгуен Ван Хьеу, И.Т. Тодорову, Р.Н. Фаустову и А.Т. Филиппову за плодотворные обсуждения.

Литература

1. А.А. Логунов и А.Н. Тавхелидзе. Препринт ОИЯИ, в печати.
2. А.А. Логунов, А.Н. Тавхелидзе, И.Т. Тодоров и О.А. Хрусталев. Препринт ОИЯИ, в печати.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 февраля 1963 года.