ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В.В.Толмачев и С.В.Тябликов x)

О НОВОМ МЕТОДЕ В ТЕОРИИ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

1957 г.

x) Математический институт им.В.А.Стеклова АН СССР

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В.В.Толмачев и С.В.Тябликов x)

О НОВОМ МЕТОДЕ В ТЕОРИИ СВЕРПРОВОДИМОСТИ

1957 г.

x) Математический институт им.В.А.Стеклова АН СССР

В адиабатическом приближении устанавливается эквивалентность гамильтониана Бардина гамильтониану Ферлиха и вычисляются методом канонического преобразования энергия основного состояния и элементарных возбуждений.

В работе I[x)] Н.Н.Боголюбов показал в соответствии с более ранними результатами Бардина, Купера и Шриффера [2], что свойством сверхпроводимости обладает модель электронного газа, в которой пренебрегается взаимодействием электронов друг с другом, не учитывается их взаимодеиствие с фононным полем. Эти результаты были установлены при использовании для описания системы, гамильтонина Френиха [3]

$$H = H_{el} + H_{int} + H_{ph} \tag{I}$$

$$H_{el} = \sum_{(k,\sigma)} (E(k) - \lambda) a^{+}_{k\sigma} a_{k\sigma}$$

$$H_{ph} = \sum_{(q)} \hbar\omega(q) b^{+}_{q} b_{q} \tag{2}$$

$$H^{\Gamma}_{int} = \frac{g}{\sqrt{2V}} \sum_{(k,k',\sigma)} (a^{+}_{k'\sigma} a_{k\sigma} b_{k-k'} + a^{+}_{k\sigma} a_{k'\sigma} b^{+}_{k'-k}) \sqrt{\hbar\omega(k'-k)} \tag{3}$$

где $E(k)$ – энергия электрона; $\hbar\omega(q)$ – энергия фонона; k, q – волновые вектора; σ – спиновая переменная $(\sigma = \pm 1/2)$, V – объем системы; g – константа связи; λ – химический потенциал. Операторы порождения и уничтожения электронов (a^{+}, a) и фононов (b^{+}, b) удовлетворяют обычным перестановочным соотношениям, а λ – определяется из условия

x) Как I цитируется первая работа этой серии [I]

$\sum\limits_{k,\sigma} a^+_{k,\sigma} a_{k\sigma} = N$, где N - заданное число электронов.

Результаты Бардина были получены при использовании вместо гамильтониана (3) некоторого эквивалентного гамильтониана электронно-электронного взаимодействия при не совсем ясных предпосылках о выгодности образования электронных пар на поверхности Ферми - сферы. Мы покажем ниже эквивалентность гамильтонианов систем Бардина и Фрелиха и установим свойство сверхпроводимости для полученного таким образом гамильтониана Бардина. Для вычислений мы используем метод работы I.

Характерной чертой электронно-фононного взаимодействия (3) является то, что оно эффективно только в весьма тонком слое у поверхности Ферми и быстро ослабляется с удалением от нее. Поэтому существенный вклад во все эффекты будут давать электронные переходы у поверхности Ферми. В этом случае энергия электронных переходов может рассматриваться как малая по сравнению с энергией фононов $\hbar\omega$, и мы имеем типичную адиабатическую связь, когда частоты одной подсистемы (электронов) считаются малыми по сравнению с частотами другой подсистемы (фононов). Замечая далее, что $H_{int} \sim \sqrt{\hbar\omega}$ будем считать H_{int} первого порядка малости, а H_{el} - второго порядка малости. Для удобства промежуточных вычислений введем в соответствии с этим малый параметр ε , который в окончательных результатах положим равным единице. В этих предположениях гамильтониан системы (I) можно записать в виде:

$$H = \varepsilon^2 H_{ph} + \varepsilon H_{int} + H_{el} \tag{4}$$

Воспользуемся далее операторной формой теории возмущений [4] . Обозначим для этого через P проекционный оператор проектирующий собственные функции C оператора H на подпространство собственных функций оператора H_{ph} , а через C_0 обозначим собственные функции из этого подпространства $C_0 = PC$ x) .

При этом задача нахождения собственных функций и собственных значений уравнения

$$(H - E)C = 0 \tag{5}$$

сводится к решению уравнения с некоторым "деформированным" оператором. С точностью до членов ε^2 включительно, которой мы ниже и ограничимся, это уравнение имеет вид:

$$(E - E_0)C_0 =$$

$$= P\left\{\varepsilon H_{int} + \varepsilon^2 H_{e\ell} \mp \varepsilon^2 (H_{int} - PH_{int}P)(H_0 - E_0)^{-1}(H_{int} - PH_{int}P)\right\} PC_0 \tag{6}$$

где E_0 - собственное значение оператора H_{ph}.

Мы рассмотрим случай фононного вакуума и положим в соответствии с этим $E_0 = 0$. Заметим далее, что $PH_{e\ell}P = H_{e\ell}P$, т.к. $H_{e\ell}$ не действует на фононные переменные, и что $PH_{int}P = 0$ т.к. H_{int} линеен по операторам b^+ и b. Таким образом, третий член в фигурной скобке в (6) принимает вид

$$PH_{int}(H_0 - E_0)^{-1} H_{int} P =$$

$$= g^2/2V \sum_{\substack{(k_1, k_2, k_1', k_2', \sigma_1, \sigma_2) \\ k_1 - k_1' = k_2' - k_2 = 0}} a^+_{k_1' \sigma_1} a_{k_1, \sigma_1} a^+_{k_2' \sigma_2} a_{k_2, \sigma_2} \tag{7}$$

В этом выражении отличны от нуля, как легко видеть, только члены с $\sigma_1 \neq \sigma_2$. Перенося операторы порождения влево, а уничтожения - вправо и присоединяя выделяющуюся при этом

---

x) Оператор определен следующим образом: $PC = \varphi_0(\varphi_0, C)$ где φ_0 - собственная функция оператора H_{ph}, круглые скобки обозначают скалярное произведение.

квадратичную по a^+a форму к оператору кинетической энергии, запишем уравнение (6) в следующем виде:

$$E C_0 = (H_0 + H^B_{int}) C_0 \tag{8}$$

где

$$H_0 = \sum_{(k,\sigma)} \varepsilon(k) a^+_{k,\sigma} a_{k,\sigma}; \quad \varepsilon(k) = E(k) - \frac{g^2}{2V} \sum_{k'} (1-\lambda) \tag{9}$$

$$H^B_{int} = \frac{g^2}{V} \sum_{\left(\begin{smallmatrix} k_1 k_2;\, k_1' k_2' \\ k_1 - k_2' = k_2' - k_2 \neq 0 \end{smallmatrix}\right)} a^+_{k_1', \frac{1}{2}} a^+_{k_2', -\frac{1}{2}} a_{k_1, 1/2} a_{k_2, -\frac{1}{2}} \tag{10}$$

(здесь и ниже формальный малый параметр ε положен равным единице). Второе слагаемое в $\varepsilon(k)$ учитывает обычную поправку к химическому потенциалу.

В форме (10) член взаимодействия H^B_{int} совпадает с соответствующим выражением, использовавшимся в работах Купера и Бардина, Купера и Шриффера. При нашем выводе уравнения (8) мы считали энергию электронных переходов малой по сравнению с энергией фононов $\hbar\omega$, что справедливо только для переходов в шаровом слое около поверхности Ферми. Ширина этого слоя будет, очевидно, порядка некоторой эффективной частоты $\hbar\tilde{\omega}$. Использование первоначального фрелиховского гамильтониана H^F_{int} (3) ведет, как это показано Н.Н.Боголюбовым в I к аналогичному результату.

Применение теории возмущений к оператору (8) - (10) ведет к логарифмическим расходимостям при удалении от поверхности Ферми. Причина появления их лежит в том, что при выводе уравнения (8) в адиабатическом приближении энергия электронных переходов считалась малой по сравнению с энергией фононов. Однако последнее справедливо только около поверхности Ферми для некоторого шарового слоя толщины порядка "эффективной энергии фонона" $\hbar\tilde{\omega}$.

В более точном варианте работы Н.Н.Боголюбова I видно, что основной вклад во все величины дают именно эффекты происходящие в этом слое.

В соответствии с этими соображениями мы введем в уравнение (8) - (I0) параметр обрезания и будем рассматривать уравнение в шаровом слое $k_F \pm \Delta$, где k_F -фермиевский волновой вектор, определяемый из условия $\varepsilon(k) = 0$.

Ввиду логарифмической особенности величины должны быть мало чувствительны к выбору параметра обрезания Δ.

Заметим, что соответствующее уравнение в работах Бардина, Купера и Шриффера понимается именно в таком смысле.

Произведем над операторами $a^+_{k,\sigma}, a_{k,\sigma}$ каноническое преобразование [I]

$$a_{k,1/2} = u_k \alpha_{k,1} + v_k \alpha^+_{-k,0}; \quad a_{k,-1/2} = u_k \alpha_{k,0} - v_k \alpha^+_{-k,1};$$
$$a^+_{k,1/2} = u_k \alpha^+_{k,1} + v_k \alpha_{-k,0}; \quad a^+_{k,-\frac{1}{2}} = u_k \alpha^+_{k,0} - v_k \alpha_{-k,1}; \tag{II}$$

$$u_k^2 + v_k^2 = 1 \; ; \quad (u_{-k} = u_k \; ; \quad v_{-k} = v_k) \tag{I2}$$

где α, α^+ - новые ферми-операторы; u_k, v_k - коэффициенты преобразования, которые будут определены ниже.

В новых переменных гамильтониан уравнения (8) может быть записан в виде:

$$H = \varepsilon_0 + H_0 + H_1 + H_2 \tag{I3}$$

где

$$\varepsilon_0 = 2\sum_{(k)} \varepsilon(k) v_k^2 \tag{I4}$$

$$H_0 = \sum \varepsilon(k)(u_k^2 - v_k^2)(\alpha^+_{k,1}\alpha_{k,1} + \alpha^+_{k,0}\alpha_{k,0}) \tag{I5}$$

$$H_1 = 2\sum \varepsilon(k) u_k v_k (\alpha^+_{k,1}\alpha^+_{-k,0} + \alpha_{-k,0}\alpha_{k,1}) \tag{I6}$$

$$H_2 = \frac{g^2}{V}\sum (u_{k_1'}u_{k_2'}\alpha^+_{k_1',1}\alpha^+_{k_2',0} - v_{k_1'}v_{k_2'}\alpha_{-k_1',0}\alpha_{-k_2',1} - u_{k_1'}v_{k_2'}\alpha^+_{k_1',1}\alpha_{-k_2',1} +$$
$$+ v_{k_1'}u_{k_2'}\alpha_{-k_1',0}\alpha^+_{k_2',0}) \times \tag{I7}$$
$$\times (u_{k_1}u_{k_2}\alpha_{k_1,1}\alpha_{k_2,0} - v_{k_1}v_{k_2}\alpha^+_{-k_1,0}\alpha^+_{-k_2,1} - u_{k_1}v_{k_2}\alpha_{k_1,1}\alpha^+_{-k_2,1} + v_{k_1}u_{k_2}\alpha^+_{-k_1,0}\alpha_{k_2,0}$$

Будем далее рассматривать H_0 как оператор нулевого приближения, а H_1, H_2 - как возмущение.

В работе I было показано, что в ряду теории возмущений опасными будут члены соответствующие порождению двух частиц, там было показано, что это связано с наличием логарифмических особенностей на поверхности Ферми.

Для гамильтониана (I3) положение совершенно аналогичное. Для устранения трудностей с расходимостью в первом порядке по g^2 просуммируем все графы, ведущие из вакуума к двухчастичным состояниям, и выберем функции u_k, v_k, так чтобы они скомпенсировали друг друга. Один такой граф есть в гамильтониане H_1:

$$2\sum \varepsilon(k) u_k v_k \alpha^+_{k,1}\alpha^+_{-k,0}$$

и два - в гамильтониане H_2

$$\frac{g^2}{V}\sum_{\substack{k_1, k_2, k_1', k_2' \\ k_1 - k_1' = k_2' - k_2 \neq 0}} \{-v_{k_1'}u_{k_2'}v_{k_1}v_{k_2}\alpha_{-k_1',0}\alpha^+_{k_2',0}\alpha^+_{-k_1,0}\alpha^+_{-k_2,1} -$$
$$-u_{k_1'}u_{k_2'}u_{k_1}v_{k_2}\alpha^+_{k_1',1}\alpha^+_{k_2',0}\alpha_{k_1,1}\alpha^+_{-k_2,1}\} =$$
$$= -\frac{g^2}{V}\sum_{(k_1)} u_{k_1}v_{k_1}\sum_{(k)}(u_k^2 - v_k^2)\alpha^+_{k,1}\alpha^+_{-k,0}$$

Из равенства нулю коэффициентов при $\alpha^+_{k,1}\,\alpha^+_{-k,0}$ получаем систему уравнений для функций u_k, v_k:

$$2\varepsilon(k)u_k v_k = (u_k^2 - v_k^2)\frac{g^2}{V}\sum_{(k_1)} u_{k_1} v_{k_1} \tag{18}$$

Отметим прежде всего, что система (18) имеет тривиальное решение $u_k v_k = 0$ и соответственно:

$$u_k^2 = \begin{cases} 0, & |k| < k_F \\ 1, & |k| > k_F \end{cases}$$

$$v_k^2 = \begin{cases} 1, & |k| < k_F \\ 0, & |k| > k_F \end{cases} \tag{19}$$

Это решение, как будет видно из дальнейшего, соответствует нормальному (не сверхпроводящему) состоянию системы.

Для того, чтобы найти нетривиальное решение, введем обозначение:

$$C = \frac{g^2}{V}\sum_{(k)} u_k v_k \tag{20}$$

Тогда, используя условие нормировки (12) для функций u_k, v_k, не трудно решить систему (18) относительно u_k^2 и v_k^2:

$$u_k^2 = \frac{1}{2}\left\{1 + \frac{\varepsilon(k)}{\sqrt{c^2+\varepsilon^2(k)}}\right\}; \quad v^2 = \frac{1}{2}\left\{1 - \frac{\varepsilon(k)}{\sqrt{c^2+\varepsilon^2(k)}}\right\} \tag{21}$$

Подставляя найденное отсюда выражение для $u_k v_k$ в (20), получаем уравнение для определения постоянной C:

$$1 = \frac{g^2}{2V}\sum_{(k)}\frac{1}{\sqrt{c^2+\varepsilon^2(k)}} \tag{22}$$

Переходя в (22) от суммы к интегралам и принимая во внимание, что область интегрирования по k лежит в интервале $(k_F-\Delta, k_F+\Delta)$, можно получить для c следующее асимптотическое решение:

$$c = 2\tilde{\Delta} e^{-\frac{1}{\rho}}; \quad \rho = \frac{2g^2 k_F^2}{(2\pi)^2 \varepsilon'(k_F)}; \quad \tilde{\Delta} = \varepsilon'(k_F)\Delta . \tag{23}$$

Вычислим теперь в первом по g^2 приближении энергию элементарных возбуждений.

$$\Omega(k,1) = \varepsilon(k)(u_k^2 - v_k^2) + 2u_k v_k \frac{g^2}{V} \sum_{(k_1)} u_{k_1} v_{k_1}$$

Или, используя формулы (20), (21):

$$\Omega(k,\gamma) = \sqrt{c^2 + \varepsilon^2(k)} \tag{24}$$

где постоянная c определяется выражением (23)[x].

Для нормального состояния, очевидно:

$$\Omega(k,\gamma) = \varepsilon(k). \tag{25}$$

Из (24) видим, что в отличие от нормального состояния, энергия элементарных возбуждений отделена от основного уровня щелью

$$\Delta\Omega = c \tag{26}$$

Точно так же, как в I, можно рассмотреть токовое состояние, т.е. состояние с полным импульсом системы, отличным от нуля.

---

x) Формула (24) получена Бардиным и др., на что имеется указание в статье Бернардеса, см. Phys. Rev. 107, 354, (1957).

При этом можно показать, что при достаточно малых скоростях и величина щели убывает пропорционально u .

Переходя к вычислению поправки к энергии основного состояния, заметим, что вклад даст единственный член. В результате получаем:

$$\Delta\mathcal{E}_o = -\frac{g^2}{V}\Big(\sum_{(k)} u_k v_k\Big)^2 = -\frac{V}{g^2}c^2 \tag{27}$$

(для нормального состояния $c = 0$, $\Delta\mathcal{E}_o = 0$).

Покажем теперь, что сверхпроводящее состояние энергетически выгоднее нормального. Используя формулы (I4), (27) и (2I), получаем для разности низших энергетических уровней сверхпроводящего и нормального состояний:

$$\Delta E = \mathcal{E}_o + \Delta\mathcal{E}_o - \sum_{(k)}\mathcal{E}(k)\left\{1 - \frac{\mathcal{E}(k)}{|\mathcal{E}(k)|}\right\} = \sum_{(k)}\left\{|\mathcal{E}(k)| - \frac{\mathcal{E}^2(k)}{\sqrt{c^2+\mathcal{E}^2(k)}}\right\} - \frac{V}{g^2}c^2 \tag{28}$$

Отсюда с той же степень точности, что и асимптотическое решение для c , получаем окончательно

$$\Delta E = -V\frac{k_F^2(2\tilde{\Delta})^2}{(2\pi)^2\mathcal{E}'(k_F)}e^{-\frac{2}{\rho}} \tag{29}$$

Величину

$$\frac{2k_F^2}{(2\pi)^2\mathcal{E}'(k_F)} = \frac{1}{V}\left\{\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{4\pi k^2 dk}{dE}\right\}_{k=k_F}.$$

можно интерпретировать как относительную плотность электронных уровней $\frac{dn}{dE}$. Тогда (29) перепишется следующим образом:

$$\frac{1}{V}\Delta E = -\frac{dn}{dE}\frac{(2\tilde{\Delta})}{2}e^{-\frac{2}{\rho}}$$

$$\rho = g^2\frac{dn}{dE} \tag{30}$$

Отождествляя толщину слоя $2\tilde{\Delta}$ с величиной $\tilde{\omega}$ (I4.I) мы получаем совпадение со всеми результатами Н.Н.Боголюбова [I], полученными при использовании гамильтониана Фрелиха. Если в (30) произвести замену обозначений: $\Delta \to \omega$, $g^2 \to V$, $\frac{dn}{dE} \to N$, то становится очевидным совпадение полученных результатов и с результатами Бардина [2] (Минимальная энергия, необходимая для разрушения пары, вычисленная в [4], равна, очевидно, удвоенной величине щели в спектре элементарных возбуждений (26).

Этим самым устанавливается полное соответствие гамильтонианов Фрелиха и Бардина и результатов получаемых с их помощью.

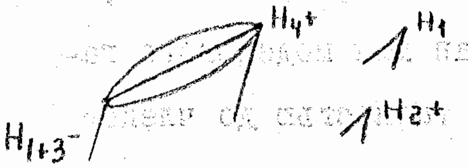
Следует отметить, что полученные нами формулы (26),(30) мало чувствительны к изменению формы принятого нами взаимодействия. Так, если в (I0) вместо постоянной g^2 входила бы величина $g^2(k_1 - k_2)$, сконцентрированная около поверхности Ферми, то выражения (26), (30) сохранились с тем единственным отличием, что вместо величины g^2 входило бы среднее значение от $g^2(k_1 - k_2)$ а вместо $\tilde{\Delta}$ - некоторая средняя ширина $g(k_1 - k_2)$. Напротив того, бозевская часть спектра существенно зависит от детального вида функции $g(k_1 - k_2)$. Мы не рассматриваем эту зависимость поскольку она не представляет интереса для нас.

Приведенные выше результаты получены в первом порядке теории возмущений. Не трудно убедиться, что компенсация графов во втором порядке (g^4) не меняет результатов. Действительно, в операторе возмущения H_2 (I7) имеются члены, описывающие при действии на вакуум, порождение 4-х частиц H_{4+}, порождение I-й частицы и уничтожение 3-х частиц H_{1+3^-} и т.д. Во втором порядке теории возмущений вклад в графы с двумя частицами на выходе дадут члены вида

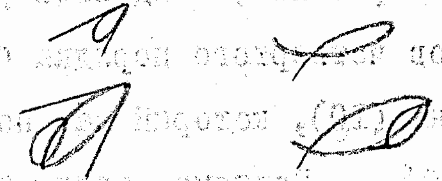
$$H_{1+3^-}(H_0 - E_0)H_{4+} \qquad (3I)$$

которые графически изображены на фиг.I.

Мы потребуем теперь, чтобы они компенсировались в сумме с графами, получающимися из H_1 и из H_2 в первом порядке, изображенными на этом же рисунке.



фиг.I



фиг.2

Заметим, что графы вида, изображенного на фиг.2 компенсируются при этом автоматически в силу правила компенсации.

Операторы H_{4+} и H_{1+3-} имеют вид

$$H_{4+} = -\frac{g^2}{V} \sum_{\substack{k_1 k_2 k_1' k_2' \\ k_1 - k_1' = k_2' - k_2 \neq 0}} u_{k_1'} u_{k_2'} v_{k_1} v_{k_2} \alpha^+_{k_1',1} \alpha^+_{k_2',0} \alpha^+_{-k_1,0} \alpha^+_{-k_2,0} \tag{32}$$

$$H_{1+3-} = -\frac{g^2}{V} \sum_{\substack{k_1 k_2 k_1' k_2' \\ k_1 - k_1' = k_2' - k_2 \neq 0}} (v_{k_1'} v_{k_2'} u_{k_1} v_{k_2} - u_{k_1'} u_{k_2'} v_{k_1} u_{k_2}) \alpha^+_{-k_2,1} \alpha_{-k_2',1} \alpha_{k_1,1} \alpha_{-k_1',0} -$$

$$-\frac{g^2}{V} \sum_{\substack{k_1 k_2 k_1' k_2' \\ k_1 - k_1' = k_2' - k_2 \neq 0}} (v_{k_1'} v_{k_2'} v_{k_1} u_{k_2} - u_{k_1'} u_{k_2'} u_{k_1} v_{k_2}) \alpha^+_{-k_1,0} \alpha_{-k_1',0} \alpha_{-k_2',1} \alpha_{k_2,0} \tag{33}$$

Так как второй член получается из первого заменой $0 \leftrightarrow 1$ то очевидно, что он только удваивает эффект первого члена.

В результате получаем для u_k, v_k следующую систему уравнений

$$2\left\{ \varepsilon(k) - \left(\frac{g^2}{V}\right)^2 \sum_{\substack{k_1 k_2 k_3 \\ k_2 - k_1 + k_3 = k}} \frac{\{u^2_{k_1} v^2_{k_2} - (u_{k_1} v_{k_1})(u_{k_2} v_{k_2})\}(u^2_{k_3} - v^2_{k_3})}{\varepsilon(k) + \varepsilon(k_1) + \varepsilon(k_2) + \varepsilon(k_3)} \right\} u_k v_k =$$

$$= (u_k^2 - v_k^2)\left\{ \frac{g^2}{V} \sum_{(k_1)} u_{k_1} v_{k_1} + \right. \tag{34}$$

$$+\left(\frac{g^2}{V}\right)^2 \sum_{\substack{k_1 k_2 k_3 \\ k_2-k_1-k_3=k}} \frac{u_{k_1} v_{k_1} \left\{ (u_{k_2} v_{k_2})(u_{k_3} v_{k_3}) - u_{k_2}^2 v_{k_3}^2 \right\}}{\mathcal{E}(k)+\mathcal{E}(k_1)+\mathcal{E}(k_2)+\mathcal{E}(k_3)} \Bigg\} .$$

Ввиду того, что добавочные члены четвертого порядка по g содержат произведения uv с одним и тем же индексом, последние дают экспоненциально малый вклад, ~~то~~, можно видеть, не меняет асимптотики решений, найденной ранее. Заметим, кроме того, что учет членов четвертого порядка был сделан для модельного гамильтониана (I0), который сам получен с точностью до членов порядка g^2. Поэтому, если пытаться получить правильные поправки от членов g^4, необходимо предварительно улучшить модельный гамильтониан (I0), продолжив метод проектирования до членов четвертого порядка.

В заключение авторы пользуются случаем выразить признательность за весьма ценное обсуждение работы Н.Н.Боголюбову, а также Д.Н.Зубареву и Ю.А.Церковникову.

ЛИТЕРАТУРА

I. Н.Н.Боголюбов, ЖЭТФ, в печати.

2. J. Bardeen, L.N. Cooper and J.R. Schrieffer, Phys.Rev. 106, 162 (1957)

3. H. Fröhlich, Phys. Rev. 79, 845 (1950); Proc. Roy. Soc. (London) A 215, 291 (1952).

4. Н.Н.Боголюбов и С.В.Тябликов, Вестник МГУ, № 3, 35, (I949), ЖЭТФ, I9, 25I (I949).

Примечание: В самое последнее время, при подготовке рукописи к печати, нам стал известен препринт весьма интересной работы Бардина, Купера и Шриффера, в котором имеются формулы аналогичные нашим.