ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Л.Д. Соловьев

Р-1110

ИНФРАКРАСНЫЕ ОСОБЕННОСТИ В ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЯНИИ

Phys. Lett, 1963, v 3, N4, p 172-173.

Дубна 1962 год

Л.Д. Соловьев

Р-1110

ИНФРАКРАСНЫЕ ОСОБЕННОСТИ В ЭЛЕКТРОН-ПРОТОННОМ РАССЕЯНИИ

Дубна 1962 год

А н н о т а ц и я

С помощью ренормализационной группы получен вид особенности амплитуды электрон-протонного рассеяния вблизи нулевого значения квадрата переданного импульса. Эта особенность является полюсом, умноженным на фазовый множитель, представляющий собой релятивистское обобщение кулоновского фазового множителя. Найдено также релятивистское обобщение траектории Редже для атома водорода.

A b s t r a c t

The form of singularity of electron-proton scattering amplitude near the zero value of squared momentum transfer is found with the aid of renormalization group. This singularity is a pole,multiplied by a phase factor which is a relativistic generalization of the Coulomb phase factor. A relativistic generalization of a Regge trajectory for Hydrogen atom is also obtained.

В работе[1] были рассмотрены аналитические свойства вершинной функции и матричных элементов фотон-электронного и электрон-позитронного рассеяния в квантовой электродинамике. Здесь мы продолжим это рассмотрение на случай упругого рассеяния двух заряженных частиц разной массы (электрона и протона).

Мы будем рассматривать лишь электромагнитное взаимодействие электрона и протона. Учет сильных взаимодействий, по-видимому, не может изменить полученных ниже результатов об инфракрасных особенностях.

Прежде всего, матричный элемент электрон-протонного рассеяния содержит инфракрасные расходимости. Обозначая матричный элемент, вычисленный с введением массы $\sqrt{\lambda}$ в фотонную функцию распространения, через M_λ, мы учтем инфракрасные расходимости с помощью формулы[2]

$$M_\lambda = \exp(\bar{F}_\lambda)\, M_1 , \tag{1}$$

где $\bar{F}_\lambda$ - известная функция (равная αB, α - постоянная тонкой структуры, B дается формулой (4,9) работы[2]). Обозначая через s, u и t переменные Мандельстама для прямого, перекрестного и третьего каналов реакции и через m и M массы электрона и протона, мы можем представить $\bar{F}_\lambda$ в виде

$$\bar{F}_\lambda = 2F_\lambda(s,m,M) - 2F_\lambda(u,m,M) + F_\lambda(t,m,m) + F_\lambda(t,M,M) , \tag{2}$$

$$2F_\lambda(s,m,M) = \beta(s,m,M)\,\ell n(mM/\lambda) - \epsilon(s,m,M) , \tag{3}$$

$$\beta(s,m,M) = (\alpha/\pi)[s-(m-M)^2] \int\limits_{(m+M)^2}^{\infty} \frac{(s'-m^2-M^2)\, ds'}{\sqrt{k(s')}\,[s'-(m-M)^2](s'-s-i\epsilon)} \tag{4}$$

$$k(s) = [s-(m-M)^2][s-(m+M)^2] \tag{5}$$

$$\epsilon(s,m,M) = (\alpha/\pi)[s-(m-M)^2] \int\limits_{(m+M)^2}^{\infty} \left[\frac{s'-m^2-M^2}{\sqrt{k(s')}}\,\ell n \frac{mMs'}{k(s')} + \frac{\sqrt{k(s')}}{2s'} \right] \frac{ds'}{[s'-(m-M)^2](s'-s-i\epsilon)} . \tag{6}$$

Рассмотрим аналитические свойства M_1 в низших порядках теории возмущений. Оказывается, что уже в четвертом порядке M_1 имеет особенности вида $t^{-1}\,\ell n\, t$, а также полюсные особенности t^{-1}, не сводящиеся к дополнительным магнитным моментам электрона и протона. Однако все эти особенности имеют такую же спинорную структуру, как и борновский член. Уравнение ренормализационной группы[3] позволяет просуммировать главные (по α) особенности такого вида, в результате чего мы получаем для M_1 следующее представление

$$M_1 = \exp(F_1)\, M_B + M_A . \tag{7}$$

Здесь M_B - борновский член, в котором учтены дополнительные магнитные моменты электрона и протона, F_1 - вообще говоря, ряд по a, первый член которого равен

$$F_1 = [\beta(s,m,M) - \beta(u,m,M)]\, \ln(-t/mM) + \epsilon(s,m,M) - \epsilon(u,m,M), \qquad (8)$$

M_A в четвертом порядке является аналитической функцией s, u и t с точками ветвления в качестве особенностей.

Объединяя формулы (1) и (7), мы можем представить матричный элемент M_λ в виде

$$M_\lambda = \exp\{[\beta(s,m,M) - \beta(u,m,M)]\ln(-t/\lambda) + F_\lambda(t,m,m) + F_\lambda(t,M,M)\}\, M, \qquad (9)$$

где величина M не зависит от λ и при $t \to 0$ в физической области переменных s и u не имеет более сильных особенностей, чем полюс в M_B.

Рассмотрим некоторые следствия соотношений (7) и (9).

1) Мнимая часть показателя экспоненты в (9) в физической области равна $i\,\mathrm{Im}\,\beta \ln(-t/\lambda)$, что для M_λ дает фазовый множитель

$$\exp\{ia(s-m^2-M^2)[k(s)]^{-1/2} \ln(-t/\lambda)\}, \qquad (10)$$

который в нерелятивистском пределе ($p \ll M$, где p - импульс в с.ц.м.) равен

$$\exp\{2ia v^{-1} \ln[(2p\sin(\theta/2))/\sqrt{\lambda}]\} \qquad (11)$$

(v - скорость электрона, θ - угол рассеяния). Фаза этого выражения в точности совпадает с расходящейся фазой амплитуды в кулоновском поле, которая возникает при суммировании ряда теории возмущений в нерелятивистской теории [4].

2) При $s<(m-M)^2$ и $s>(m+M)^2$ функция β в (4) обладает следующим свойством

$$\mathrm{Re}\,[\beta(s,m,M) - \beta(2m^2+2M^2-s,m,M)] = 0. \qquad (12)$$

Вследствие этого при $t \to 0$ реальная часть показателя экспоненты в (9) стремится к нулю. Это значит, что при $t \to 0$ инфракрасные сингулярности в M_λ сводятся к фазовому множителю (10).

3) Этот результат означает, что для электрон-протонного рассеяния на малые углы при любых энергиях учет бесконечного числа мягких квантов не приводит к отличию амплитуды от борновского члена. Таким образом, проведенный здесь анализ инфракрасных особенностей не снимает вопроса об элементарности фотона, поставленного в работе [5]. Этот вывод отличается от заключения, сделанного недавно в работе [6] из анализа неупругого рассеяния на потенциале.

4) В заключением заметим, что присутствие в первом члене в (7) множителя $t^{a(s)}$, где

$$a(s) = -1 + \beta(s,m,M), \qquad (13)$$

наводит на мысль о связанных состояниях электрона и протона с уровнями, определяемыми уравнением Редже $a(s) = \ell$ [17]. Выражение (13) обобщает полученное в [1] выражение для позитрониевой траектории Редже. Позитрониевая траектория с точностью до нормировки была получена также в [5]. Действительно, при $s<(m+M)^2$ величина $a(s)$ вещественна и равна

$([s-(m-M)^2]/4mM=x)$:

$$a(s)=-1+(\alpha/\pi)\{1+(2x-1)[x(x-1)]^{-1/2}\ \ln(\sqrt{-x}+\sqrt{1-x})\} \qquad (14)$$

для $s<(m-M)^2$ и

$$a(s)=-1+(\alpha/\pi)\{1+(2x-1)[x(1-x)]^{-1/2}\ \mathrm{arctg}\,[x/(1-x)]^{1/2}\} \qquad (15)$$

для $(m-M)^2<s<(m+M)^2$. При $s>(m+M)^2$ величина $a(s)$ комплексна. Ее мнимая часть дается формулой (4), а реальная получается из (4) заменой x на $1-x$.

Уравнение $a(s)=\ell$ имеет решения при $(m-M)^2<s<(m+M)^2$ и в нерелятивистском пределе дает водородные уровни для радиального квантового числа, равного 0.

Заметим, что водородная траектория обращается в -1 при $s=(m-M)^2$. При $s=0$ она проходит ниже -1. Это значит, что член Редже для аннигиляции двух частиц в две частицы другой массы убывает при $s=0$ быстрее, чем в случае частиц с равными массами.

Автор признателен А.А.Логунову и Г.Домокошу за обсуждение затронутых здесь вопросов.

Литература

1. Л.Д.Соловьев. О дисперсионных соотношениях в квантовой электродинамике. Послано в ЖЭТФ в июле 1962 г.
2. D.R.Yennie, S.C.Frautschi, H.Suura. Ann. of Phys. 13, 379 (1961). (Эта работа содержит ссылки на более ранние исследования инфракрасных расходимостей).
3. Н.Н.Боголюбов, Д.В.Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Гостехиздат, 1957 г. гл. УIII.
   В.З.Бланк. Диссертация ОИЯИ, 1957 г.
4. R.H.Dalitz, Proc. Roy.Soc. A206, 509 (1951). C.Kacser, Nuovo Cim. 13, 303 (1959).
5. R.Blankenbecler, L.F.Cook, M.L.Goldberger. Phys. Rev. Lett. 8, 463 (1962).
6. M.Levy. Phys .Rev. Lett. 9, 235 (1962).
7. Б.А.Арбузов, А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустов. Phys. Lett. 2, 150 (1962). Препринт ОИЯИ, Е-1030.

   Б.А.Арбузов, А.А.Логунов, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустов, А.Т.Филиппов. Препринт ОИЯИ, Е-1061.

   Б.А.Арбузов, Б.М.Барбашов, А.А.Логунов, Нгуен Ван Хьеу, А.Н.Тавхелидзе, Р.Н.Фаустов, А.Т.Филиппов (в печати).

Рукопись поступила в издательский отдел
27 октября 1962 года.