

3  
Б70



# ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

---

Д.И. Блохинцев

P-1091

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ СИГНАЛА ВНУТРИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЧАСТИЦЫ

В кренр.: „Блохинцев и др.  
Пространство, время, причинность  
в микромире.“ 1964. с 73-82.

Д.И. Блохинцев

P-1091

РАСПРОСТРАНЕНИЕ СИГНАЛА  
ВНУТРИ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЧАСТИЦЫ

16491, 48

Дубна 1962 год

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

В настоящей работе рассматривается распространение сигнала внутри элементарной частицы. Показано, что именно соотношение неопределенностей гарантирует нас от сигналов, распространяющихся со скоростью, большей скорости света в пустоте.

## § 1. Введение

Современная квантовая теория поля существенно основывается на микрочинности в той ее форме, которая, в сущности, тождественна классической макрочинности (ср., напр. /1/). С другой стороны известно, что взаимодействие в квантовой теории поля описывается "причинной" функцией  $D_0(x_1 - x_2)$ , где  $x_1$  и  $x_2$  пространственно-временные координаты двух мировых точек, в одной из которых сигнал излучается, а в другой принимается. Однако эта функция, в отличие от функций Грина классической теории, не исчезает для пространственного интервала  $s^2 = (x_1^2 - x_2^2) = (\vec{x}_1 - \vec{x}_2)^2 - (t_1 - t_2)^2 > 0$ . Таким образом, кажется, что возможно обнаружить распространение сигнала со скоростью, большей скорости света, в частности, с бесконечно большой скоростью.

Для случая взаимодействия двух точечных частиц этот парадокс был рассмотрен М. Фирцем /2/.

В настоящей работе мы намерены рассмотреть этот парадокс для элементарной частицы, имеющей конечные размеры  $x'$ . В этом случае мы встречаемся, в сущности, с тем же парадоксом, поскольку форм-фактор частицы  $F(q)$  ( $q$  - передаваемый при взаимодействии импульс) не исчезает для пространственно-подобных значений  $q$  и, следовательно, частице можно приписать жесткое пространственное распределение зарядов и токов  $\rho(\vec{x}) = \int F(q) e^{i\vec{q}\vec{x}} d^3x$ , способное передать сигнал с бесконечно большой скоростью.

## § 2. Энергия взаимодействия

Для изучаемого вопроса достаточно ограничиться рассмотрением взаимодействия виртуального фотона со спинорной частицей.

После фотона  $k(\vec{k}, k_0)$  будем описывать вектор-потенциалом  $A_\mu(x)$ , а спинорное поле частицы  $\psi(\vec{p}, p_0)$ ,  $p^2 = -M^2$  ( $M$  - масса частицы) - оператором  $\psi(x)$ . Оператор взаимодействия, в первом приближении по заряду  $e$ , может быть написан в виде:

$$W = \int \psi(x_2) J_\mu(x_2, x_1) \psi(x_1) A_\mu(x_2) d^4x_2 d^4x_1 \quad (1)$$

где  $J_\mu(x_2, x_1)$  - плотность тока, создаваемого спинорной частицей (см. диаграмму на рис. 1). Амплитуда вероятности перехода частицы из состояния  $i$  в состояние  $f$ , вызванного этим взаимодействием, будет равна:

<sup>x/</sup> Под элементарной частицей мы понимаем частицу, которая не может быть разложена на "составляющие" ее компоненты без затраты энергии  $D$ , меньшей, нежели собственная энергия более легкой компоненты. В этом понятии атом водорода неэлементарная частица, так как его масса  $m_H = m_p + m_e - D$ , при этом  $D \ll m_e, m_p$  ( $m_p$  - масса протона,  $m_e$  - масса электрона); напротив, протон элементарная частица, так как  $m_p = m_A + m_B - D$  и  $D \geq m_A, m_B$ , для любых реальных частиц  $A$  и  $B$ .

$$S_{ii} = \frac{i}{\hbar} W_{ii} = \int (f/J_{\mu}(x_2)/i) A_{\mu}(x_2) d^4 x_2, \quad (2)$$

где  $(f/J_{\mu}(x_2)/i)$  есть матричный элемент плотности тока  $J_{\mu}(x_2, x_1)$ , отнесенный к переходу  $i \rightarrow f$ :

$$(f/J_{\mu}(x_2)/i) = \int \bar{\Psi}_f(x_2) J_{\mu}(x_2, x_1) \Psi_f(x_1) d^4 x_2 d^4 x_1. \quad (3)$$

Мы будем считать волновые функции  $\bar{\Psi}_f$  и  $\Psi_f$  произвольными, с тем лишь ограничением, что они являются супер-позициями состояний только с положительной энергией:

$$\bar{\Psi}_f(x_2) = \int C_f^*(p_2) \bar{u}_f(p_2) e^{ip_2 x_2} d^3 p_2, \quad (4)$$

$$\Psi_f(x_1) = \int C_f(p_1) u_f(p_1) e^{ip_1 x_1} d^3 p_1, \quad (4^1)$$

(здесь  $\bar{u}_f$ ,  $u_f$  - биспиноры Дирака,  $C_f^*$ ,  $C_f$  - амплитуды состояний с  $p_{0f}$ ,  $p_{0f} > 0$ ). Обозначая  $p_2 - p_1 = q$  и пользуясь соотношением:

$$(p_2/J_{\mu}(x_2)/p_1) = \int e^{ip_2 x_2} J_{\mu}(x_2, x_1) e^{-ip_1 x_1} d^4 x_2 d^4 x_1 = e^{iq x_2} F_{\mu}(q), \quad (5)$$

получим из (3), (4) и (4<sup>1</sup>):

$$(f/J_{\mu}(x_2)/i) = \int C_f^*(p_2) C_f(p_1) \bar{u}_f(p_2) u_f(p_1) e^{iq x_2} F_{\mu}(q), \quad (6)$$

где  $F_{\mu}(q)$  - оператор тока в импульсном представлении. Этот оператор, как известно, может быть записан в виде:

$$F_{\mu}(q) = e F_1(q^2) + \kappa \sigma_{\mu\nu} q_{\nu} F_2(q^2), \quad (7)$$

где  $e$  - заряд частицы,  $\kappa$  - ее магнитный момент, и  $F_1$  и  $F_2$  - электрический и магнитный формфакторы частицы. Величины  $F_1$  и  $F_2$  при таком определении безразмерны и должны зависеть лишь от отношения  $q^2/q_m^2$ , где  $q_m$  - некоторое значение  $q$ , определяющее скорость убывания  $F_1$  и  $F_2$  при  $|q| \rightarrow \infty$ . Размер частицы  $R$  связан с  $q_m$  соотношением  $R \cong \frac{\hbar}{q_m}$ .

### § 3. Необходимые волновые функции

Для того, чтобы рассмотреть распространение сигнала внутри частицы, мы будем считать состояния  $\Psi_f$  и  $\bar{\Psi}_f$ , локализованными волновыми пакетами.

Фотонное поле  $A_{\mu}(x)$  будем также считать локализованным. Для определенности мы положим:

$$C_1(p) = \frac{b_1^{3/2}}{\pi^{3/2}} e^{-\frac{1}{2} b_1^2 (\vec{p} - \vec{p}_1)^2 - i \vec{p} \vec{x}_1} \quad (8)$$

$$C_1(p) = \frac{b_1^{3/2}}{\pi^{3/2}} e^{-\frac{1}{2} b_1^2 (\vec{p} - \vec{p}_1)^2 - i \vec{p} \vec{x}_1} \quad (8^1)$$

$$A_\mu(x) = a_\mu e^{-i[k(\vec{x} - \vec{x}) - k_0(t - T)]} \times e^{-\frac{i}{2a^2} [\vec{x} - \vec{x}] - \frac{i}{2a^2} [(\vec{x} - \vec{u}t) - (\vec{x} - \vec{u}T)]^2} \quad (9)$$

Волновые функции (8) и (8<sup>1</sup>) представляют собою волновые пакеты со средним импульсом  $\vec{p}_1$  (или  $\vec{p}_1$ ), локализованные при  $t = 0$  около  $\vec{x} = \vec{x}_1$  (или  $\vec{x}_1$ ), при средних квадратичных отклонениях:

$$\overline{\Delta(\vec{p} - \vec{p}_1)^2} = \frac{\hbar^2}{b_1^2}, \quad \overline{\Delta(\vec{x} - \vec{x}_1)^2} = a^2 b_1^2 + \beta^2 \frac{\hbar}{Mc} b_1, \quad (10)$$

где  $a^2, \beta^2 \approx 1$ ,  $M$  - масса частицы. Те же соотношения имеются и в пакете  $C_1(p)$  <sup>x/</sup>.

Поле  $A_\mu(x)$  представляет собою волновой пакет виртуальных фотонов с характерным волновым вектором  $k(\vec{k}, k_0)$ , "скоростью" распространения  $\vec{u}$  и локализованный при  $T = 0$  около  $\vec{x} = \vec{X}$ , в области  $\overline{\Delta x^2} \approx a^2$ ,  $\overline{\Delta t^2} \approx a^2/c^2$ .

Такой выбор формы пакета виртуальных фотонов соответствует предположению, что он мог бы быть излучен реальной физической частицей <sup>xx/</sup>.

Заметим, что если было бы возможно использовать бесконечно узкие пакеты и в пространстве и во времени, в пределе бесконечно узкие, типа  $\Psi_1 = \delta^4(x - x_1)$ ,

$\Psi_1 = \delta^4(x - x_1)$ ,  $A = \delta^4(x - X)$  то, как видно из (1) и (2), амплитуда перехода оказалась бы равной непосредственно  $J_\mu(x_1, \Lambda, x_1)$  и факт распространения сигнала с запрещенной скоростью был бы установлен.

Однако мы не можем использовать волновые пакеты, протяженность которых как угодно мала. Действительно, прием сигнала частицей заключается в устанавливаемом факте изменения ее импульса  $p_i \rightarrow p_f$ . Это изменение должно быть больше разброса импульсов  $\Delta p_i, \Delta p_f, \Delta k$  в исходном и конечных пакетах, т.е.

$$|p_f - p_i| = |q_H| \gg \frac{\hbar}{b}, \quad |k| \gg \frac{\hbar}{a} \quad (11)$$

Отсюда вытекает также неравенство

$$|p_f|, |p_i| > \frac{\hbar}{b} \quad (11^1)$$

С другой стороны, размеры всех трех пакетов должны быть меньше размеров частицы, т.е.

<sup>x/</sup> По поводу второго из равенств (10) см. дополнение А.  
<sup>xx/</sup> См. дополнение В.

Условия (11) и (11<sup>1</sup>) и (12) не противоречат принципам квантовой механики. Таким образом на первый взгляд создается все же принципиальная возможность уловить сигнал, идущий внутри частицы со скоростью, большей скорости света. Однако, как показывает дальнейший расчет, эта возможность оказывается иллюзорной.

§ 4. Расчет распространения сигнала

Вычислим амплитуду вероятности  $S_{II}$  (2) для волновых пакетов  $\Psi_I$  (8),  $\Psi_I$  (8<sup>1</sup>) и  $A$  (9), удовлетворяющих условиям (11), (11<sup>1</sup>) и (12). Эта амплитуда определяет интенсивность сигнала, принимаемого в центре частицы из ее периферической области.

Согласно (2) имеем:

$$S_{II} = \frac{i}{\hbar} \frac{b^3}{\pi^{3/2}} \int d^3x_2 dt_2 \int d^3p_3 d^3p_1 \times e^{-\frac{1}{2}b^2[(\vec{p}_3 - \vec{p}_1)^2 + (\vec{p}_1 - \vec{p}_I)^2] + iqx_2} \times$$

$$\times u_I^*(p_3) u_I(p_1) F(q) e^{-i(k, x_2 - x) - \frac{1}{2a^2}\{(\vec{x}_2 - \vec{x})^2 + [(\vec{x}_2 - \vec{u}t) - (\vec{x} - \vec{u}t)]^2\}}$$

(13)

При этом, чтобы избежать излишних выкладок, мы положили  $\vec{x}_I = \vec{x}_I' = 0$ ,  $b_I, b_I' = b$ , далее введено обозначение  $F(q) = a_\mu \gamma_4 F_\mu(q)$ .

Если размеры пакетов  $a$  и  $b$  во много больше  $\frac{\hbar}{p_3}$ ,  $\frac{\hbar}{p_1}$  и  $\frac{\hbar}{k}$ , то интегрирование в (13) сразу выполняется и дает обычный в теории рассеяния результат:

$$S_{II} = \frac{2\pi i}{\hbar} \delta^4(k - q) u_I^*(p_3) F(q_{II}) u_I(p_1). \tag{14}$$

Однако место посылки сигнала (точка  $x_2$ ) и место его приема (точки  $x_I$  и  $x_3$ ) в этом случае полностью не определены.

Обратимся теперь к случаю конечных размеров пакетов  $a, b$ , удовлетворяющих указанным ранее условиям.

По предположению  $|q_{II}| \gg \frac{\hbar}{b} \gg q_m$ , поэтому множитель  $F(q)$  можно вынести из-под знака интеграла. Мы вынесем также  $u_I^*(p_3)$ ,  $u_I(p_1)$ , поскольку эти величины также медленно меняются.

Далее, заметим <sup>x/</sup>, что

$$q_0 = E(p_3) - E(p_1) = E_I - E_I + \vec{V}_I \vec{\xi} - \vec{V}_I \vec{\eta} \tag{15}$$

$$\vec{\xi} = \vec{p}_3 - \vec{p}_1, \quad \vec{\eta} = \vec{p}_1 - \vec{p}_I, \quad \vec{V}_I = \sqrt{E_I}, \quad \vec{V}_I = \sqrt{E_I}.$$

Интегрируя теперь по  $\vec{\xi}$  и  $\vec{\eta}$ , получим:

<sup>x/</sup> См. дополнение В.

$$S_{II} = \frac{i}{\hbar} u_i^*(p_i) F(q_{II}) u_i(p_i) e^{i(k\vec{x} - k_0 T)} \int d^3x dt e^{-\Phi(x, t)}, \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi(x, t) = & i(k - \vec{q}) \vec{x} - i(k_0 - q_0) t + \frac{1}{2b^2} (\vec{x} - \vec{v}_i t)^2 + \frac{1}{2b^2} (\vec{x} - \vec{v}_i t)^2 + \\ & + \frac{1}{2a^2} (\vec{x} - \vec{X})^2 + \frac{1}{2a^2} [(\vec{x} - \vec{u}t) - (\vec{X} - \vec{u}T)]^2 \end{aligned} \quad (17)$$

(причем, для сокращения переобозначено  $\vec{q}_{II} = \vec{q}$ ,  $E_i - E_i = q_0$ ). Таким образом  $S_{II}$  определяется перекрытием в пространстве и времени четырех пакетов.

Эта ситуация изображена на рис. 2. Существенно, что пакеты в точках  $\vec{x}$ ,  $t \approx 0$  и  $\vec{x} \approx \vec{X}$ ,  $t \approx T$  ограничены не только в пространстве, но и во времени так, что они до некоторой степени имитируют идеальные  $\delta$ -образные сигналы типа  $\delta^4(x)$ .

Вычисление последнего интеграла в (16) приводит к результату:

$$S_{II} = \frac{i}{\hbar} u_i^*(p_i) F(q_{II}) u_i(p_i) e^{i(k\vec{X} - k_0 T)} e^{-\Psi(\vec{X}, T)}, \quad (18)$$

где  $\Psi(\vec{X}, T)$  равно:

$$\begin{aligned} \Psi(\vec{X}, T) = & \frac{1}{2a^2} \vec{X}^2 + \frac{1}{2a^2} (\vec{X} - \vec{u}T)^2 - \frac{C^2}{a^4 \Delta^2} [2\vec{X} - \vec{u}T]^2 \\ & - \frac{A^2}{a^4 \Delta^2} [(\vec{X} - \vec{u}T, \vec{u})]^2 - \frac{B^2}{a^4 \Delta^2} [(2\vec{X} - \vec{u}T)(\vec{X} - \vec{u}T, \vec{u})] + \\ & + \frac{C^2}{\Delta^2} (k - q)^2 + \frac{A^2}{\Delta^2} (k_0 - q_0)^2 + J_m \Psi. \end{aligned} \quad (19)$$

Коэффициенты  $A^2$ ,  $B^2$ ,  $C^2$ ,  $\Delta^2$  суть функции ширины пакетов  $a$  и  $b$  и скоростей  $\vec{V}_i$ ,  $\vec{V}_i$ ,  $\vec{u}$ . Эта квадратичная форма положительно definite и экспоненциальный множитель  $e^{-\Psi(\vec{X}, T)}$  исчезает при больших  $|\vec{X}|$  как  $e^{-\frac{\vec{X}^2}{a^2}}$ , где  $a^2 \approx a^2$  (или  $\approx b^2$ ).

Это означает, что факт передачи сигнала от периферии к центру частицы может быть замечен лишь в том случае, если расстояние от периферии до центра  $|\vec{X}|$  не превышает ширину пакетов  $a$  или  $b$ .

В этом случае волновые пакеты перекрываются далеко внутри частицы и передача импульса осуществляется непосредственным контактом.

Воображаемое пространственное распределение токов  $J_\mu(x, x, x)$  которое могло бы передать сигнал с бесконечно большой скоростью, полностью выпадает из игры. Таким обра-

х/ См. дополнение С.



зом пространственно-протяженную частицу оказывается невозможным "уличить" в передаче сигнала, идущего со скоростью, большей скорости света.

Это можно рассматривать как указание на то, что в схему теории поля можно ввести и более фундаментальные отклонения от принятой формы причинности, которые из-за соотношения неопределенностей окажутся совместимыми с макроскопической причинностью<sup>х/</sup>.

### Дополнение А. Релятивистский волновой пакет

Среднее значение  $\overline{\Delta x^2} = \overline{x^2}$  (при  $\overline{x} = 0$ ) можно написать в виде:

$$\overline{x^2} = \text{Sp} \int \psi_a^*(x) x^2 \psi_\beta(x) dx, \quad (1)$$

где  $\psi_a(x)$  — дираковский спинор:

$$\psi_a(x) = \int C(p) u_a(p) \frac{e^{i \frac{px}{\hbar}}}{(2\eta\hbar)^{1/2}} dp. \quad (2)$$

При этом взято  $u_a(p)$  только для  $E(p) > 0$  :

$$\text{Sp} u_a^*(p) u_\beta(p) = \delta_{a\beta} \quad (3)$$

$$\text{Sp} \frac{d^* u_a}{dp} \frac{du_\beta}{dp} = \begin{cases} \frac{1}{4M^2 c^2} + \dots & \text{при } p \ll Mc \\ \frac{M^2 c^2}{2p} + \dots & \text{при } p \gg Mc \end{cases} \quad x/ \quad (4)$$

Далее

$$\int C^*(p) C(p) dp = 1. \quad (5)$$

Положим

$$C(p) = p_0^{-1/2} f(p/p_0), \quad (6)$$

где  $p_0$  — характеризует ширину пакета в импульсном пространстве.

Подставляя (2) в (1) и заменяя  $x$  на  $-i\hbar \frac{d}{dp}$ , получим:

$$\begin{aligned} \overline{x^2} &= \hbar^2 \text{Sp} \iint \frac{d[C^* u_a^*]}{dp} \delta(p-p') \frac{d[C' u']}{dp'} dp dp' = \\ &= \hbar^2 \int \left| \frac{C}{dp}(p) \right|^2 dp + \hbar^2 \text{Sp} \int |C(p)|^2 \frac{du_a^*}{dp} \frac{du_\beta}{dp} dp. \end{aligned} \quad (7)$$

<sup>х/</sup> Обсуждение возможных форм причинности, отличных от принятой в современной теории, дано в<sup>3/</sup>.

хх/ См., например /4/.

Пользуясь теперь (4) и (6), получаем:

$$\overline{x^2} = \frac{\hbar^2}{p_0^2} \int [f'(\xi)]^2 d\xi + \frac{\hbar^2}{4M^2 c^2} \int_{-\frac{Mc}{p_0}}^{\frac{Mc}{p_0}} f^2(0) d\xi. \quad (8)$$

Откуда:

$$\overline{x^2} = \alpha^2 \frac{\hbar^2}{p_0^2} + \beta^2 \frac{\hbar}{Mc} \frac{\hbar}{p_0}, \quad (9)$$

где  $\alpha^2, \beta^2 = 1$ . Это можно также переписать в виде:

$$\overline{\Delta x^2} \cdot \overline{\Delta p^2} = \alpha^2 \hbar^2 + \beta^2 \frac{\hbar}{Mc} \overline{\Delta p^2}^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

(т.к.  $\overline{\Delta p^2} = p_0^2$ ). Отсюда видно, что в релятивистском случае  $\overline{\Delta x^2}$  медленно убывает с ростом  $p_0$ . Однако пакет, имеющий  $\overline{\Delta x^2} \rightarrow 0$  и построенный из состояний одного знака энергии, оказывается вполне возможным.

### Дополнение В. Пакет виртуальных фотонов

Виртуальные фотон не следует рассматривать отдельно от их источника. Допустим, что таким источником является частица, локализованная около точки  $\vec{x} = 0$  и совершающая там квантовый переход около момента времени  $t = 0$ . Ток, создаваемый при этом переходе частицей будет равен:

$$J_\mu \cong \int d^3 p_3 d^3 p_1 e^{-\frac{1}{2} a^2 [(\vec{p}_3 - \vec{p}_1)^2 + (\vec{p}_1 - \vec{p}_1)^2] - i(\vec{k}\vec{x} - k_0 t)} \bar{u}_1(p_3) F_\mu u_1(p_1). \quad (1)$$

Поле пакета виртуальных фотонов, возникающих при этом переходе, описывается уравнением:

$$A_\mu(\vec{x}, t) = \frac{1}{\square^2 + m^2} J_\mu = \int d^3 p_3 d^3 p_1 \frac{\bar{u}_1(p_3) F_\mu u_1(p_1)}{(k^2 - k_0^2 + m^2)} \times \quad (2)$$

$$\times e^{-\frac{1}{2} a^2 [(\vec{p}_3 - \vec{p}_1)^2 + (\vec{p}_1 - \vec{p}_1)^2] - i(\vec{k}\vec{x} - k_0 t)}$$

Для вычисления интегралов в (2), положим:

$$\begin{aligned} \vec{p}_1 &= \vec{\xi} + \vec{p}_1, & \vec{p}_3 &= \vec{\eta} + \vec{p}_1 \\ \vec{p}_3 - \vec{p}_1 &= (\vec{\eta} - \vec{\xi}) + (\vec{p}_1 - \vec{p}_1), & \vec{k} &\cong (\vec{p}_1 - \vec{p}_1) \\ p_{03} - p_{01} &= E(p_3) - E(p_1) = E_t - E_1 + E_t \vec{\eta} - E_1 \vec{\xi} + \dots \\ K_0 &\cong E_t - E_1, & \nabla E_t &= \vec{u}_t, & \nabla E_1 &= \vec{u}_1. \end{aligned} \quad (3)$$

Мы будем считать, что пакет мал, однако,  $|\vec{q}_H| = |\vec{p}_1 - \vec{p}_1| \gg \hbar/a$ . Далее, для простоты примем, что излучающая частица является точечной (т.е. будем считать, что  $m^2 \gg q_H^2$ , тогда для потенциала пакета получаем из (2)

$$A_\mu(\vec{x}, t) \cong e^{i(\vec{k}\vec{x} - k_0 t) - \frac{1}{2a^2} [(\vec{x} - \vec{u}_t t)^2 + (\vec{x} - \vec{u}_1 t)^2]} \quad (4)$$

- выражение, которое и было принято в основном тексте (при этом было положено  $\vec{u}'_t = 0$ ,  $\vec{u}'_t = \vec{v}$  ).

### Дополнение С. Вычисление интеграла (16)

Заметим, что интеграл

$$I = \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\Phi(x,t)} dx dt, \quad (1)$$

где

$$\Phi(x,t) = A^2 x^2 + Bxt + c^2 t^2 + Dx + \xi t + g \quad (2)$$

при  $\Delta^2 = 4A^2 C^2 - B^2 > 0$ , равен

$$I = \frac{2\pi}{\Delta} e^{\Psi} \quad (3)$$

где

$$\Psi = \frac{A^2}{\Delta^2} \xi^2 + \frac{C^2}{\Delta^2} D^2 - \frac{B}{\Delta^2} \xi D - g. \quad (4)$$

В нашем случае:

$$\Delta^2 = 2 \left( \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right) \left[ \frac{v_t^2 + v_l^2}{b^2} + \frac{u^2}{a^2} \right] - \left[ \frac{\vec{v}_l + \vec{v}_t}{b^2} + \frac{\vec{u}}{a^2} \right]^2 \quad (5)$$

$$A^2 = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \quad (5^1)$$

$$C^2 = \frac{1}{2} \left( \frac{v_t^2 + v_l^2}{b^2} + \frac{u^2}{a^2} \right) \quad (5^2)$$

$$\vec{B} = - \left( \frac{\vec{v}_t + \vec{v}_l}{b^2} + \frac{\vec{u}}{a^2} \right) \quad (5^3)$$

$$\vec{D} = i(k - q) - \frac{1}{a^2} (2\vec{X} - \vec{u}T) \quad (6)$$

$$\xi = -i(k_0 - q_0) + \frac{1}{a^2} [(\vec{X} - \vec{u}T, \vec{u})]. \quad (6^1)$$

Специально при

$$\Delta^2 = \frac{1}{a^2} [2(v_t^2 + v_l^2 + u^2) + (\vec{v}_t + \vec{v}_l - \vec{u})^2] \quad (7)$$

$$A^2 = 2/a^2 \quad (7^1)$$

$$C^2 = -\frac{1}{a^2} (v_t^2 + v_l^2 + u^2) \quad (7^2)$$

$$\vec{B} = -\frac{1}{a^2} (\vec{v}_t + \vec{v}_l + \vec{u}). \quad (7^3)$$

Отсюда получаем:

$$\Psi = -\frac{\overline{X^2}}{2a^2} - \frac{(X - uT)^2}{2a^2} + \frac{C^2}{a^4 \Delta^2} [2X - uT]^2 +$$

$$+ \frac{A^2}{a^4 \Delta^2} [(\vec{X} - \vec{u}T, \vec{u})]^2 + \frac{\vec{B}}{a^4 \Delta^2} [(\vec{X} - \vec{u}T)(\vec{X} - \vec{u}T, u)] -$$

$$- \frac{C^2}{\Delta^2} (\vec{k} - \vec{q})^2 - \frac{A^2}{\Delta^2} (k_0 - q_0) + \text{Im} \Psi . \quad (8)$$

Так как  $\text{Im} \Psi = 0$  при  $\vec{k} = \vec{q}$ ,  $k_0 = q_0$ , то в (8)  $\text{Im} \Psi$  вообще можно опустить,

Квадратичная форма  $\Psi$  положительно-определенна. Приведем ее частные значения при  $a = b$ ,  $X_{\perp} = 0$ ,  $T = 0$ ,  $X_{||} \neq 0$  (здесь  $X_{||} = \frac{1}{u} (\vec{X} \vec{u})$ ):

$$\Psi = -\frac{X_{||}^2}{a^2}, \quad a^2 = 2a^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{(\vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{u})^2}{(v_1 + v_2 + u)^2} \right] \quad (9)$$

для  $X_{||} = 0$ ,  $T = 0$

$$\Psi = -\frac{X_{\perp}^2}{a^2}$$

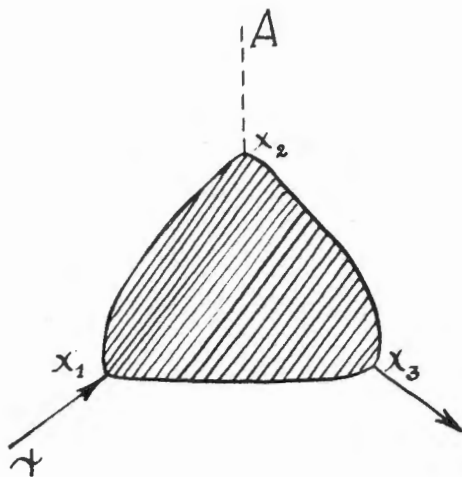
для  $X = 0$ ,  $T \neq 0$

$$\Psi = -\frac{u^2 T^2}{\beta^2}$$

$$\beta^2 = 2a^2 \frac{2(v_1^2 + v_2^2 + u^2) + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 - \vec{u})^2}{2(v_1^2 + v_2^2 + u^2) + u^2} \quad (9')$$

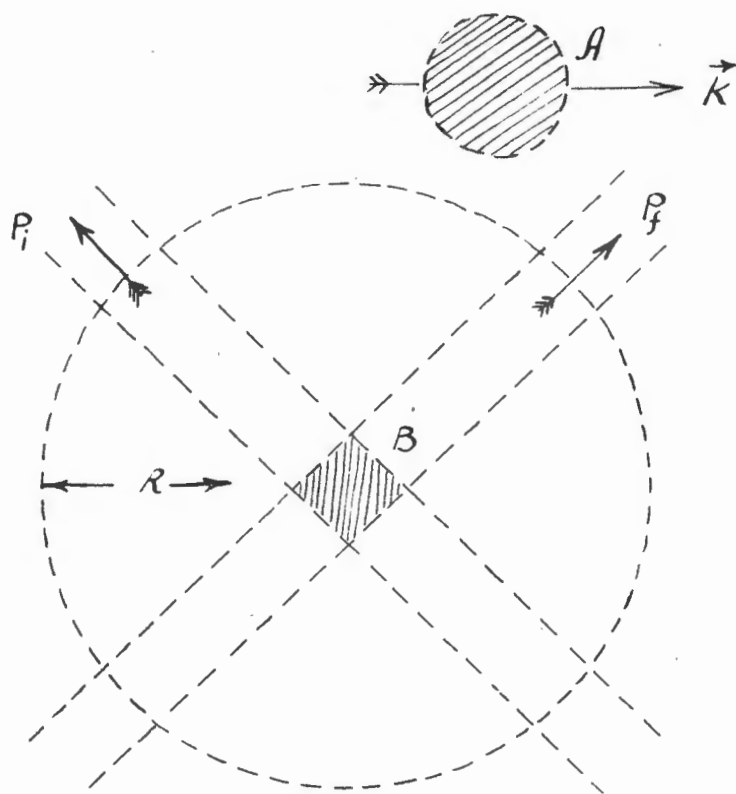
#### Л и т е р а т у р а

1. Н.Н. Боголюбов и Д.В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. ГИТТЛ (1957), гл. Ш
2. М. Фирц. Сборник. Новейшее развитие квантовой электродинамики. ИЛ (1954), стр. 239-244.
3. Д. Блохинцев. О причинности в современной теории поля "Атомная энергия", в печати.
4. А. Ахиезер и В. Берестецкий. Квантовая электродинамика, ГИФИЛ (1959), § 10.



Р и с. 1.

Диаграмма взаимодействия протяженной частицы с фотоном.  $x_1$  - точка входа частицы в область взаимодействия (эта область заштрихована),  $x_3$  - точка выхода,  $x_2$  - точка поглощения фотона  $A$ .



Р и с. 2.

В заштрихованной области  $B$  сосредоточен ток  $J_\mu$ , связанный с переходом  $\vec{p}_i \rightarrow \vec{p}_f$ . Большой пунктирный круг ограничивает размеры частицы  $B$ . В верхней части рисунка показан пакет виртуальных фотонов  $A$ , поглощаемый частицей  $B$ .