ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Д.И. Блохинцев

Р-1090

О ПРИЧИННОСТИ В СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Ат. энергия, 1963, т14, в1, с105-109.

Дубна 1962 года

Д.И. Блохинцев

Р-1090

О ПРИЧИННОСТИ В СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

Дубна 1962 года

"Каузальность, обычно нами понимаемая, есть лишь малая частичка всемирной связи, (материалистическое добавление), частичка несубъективной, а объективно реальной связи".

В.И. Ленин (Философские тетради)

Введение

Несмотря на скромную оценку, данную В.И. Лениным принципу причинности (каузальности), этот принцип имеет все же фундаментальное значение в науке, как простейшая форма связи явлений.

Особенно велико значение принципа причинности для физики, причем не только общефилософское значение, но важнейшее значение имеет и та математическая форма, в которой выражается причинность.

В современной физике математическая форма причнности основывается на двух физических идеях: а) на идее однородного и изотропного пространства - времени Эйнштейна-Минковского и б) на идее переноса взаимодействия физическими полями (электромагнитным полем, полем мезонным, нейтринным и т.п.).

Вместе с тем известно, что применение этих принципов к особо малым расстояниям и малым промежуткам времени приводит к физически нелепым выводам: энергия взаимодействия частиц и на малых расстояниях и собственная энергия частиц оказываются бесконечно-большими.

Этот неудовлетворительный результат возникает как в квантовой, так и в классической физике и, возможно, указывает на общее для обеих концепций происхождение трудностей[x/].

§ 2. Причинность в классической физике

В классической физике распространение слабого (линейного) сигнала из мировой точки $P_1(x_1\ t_1)$ в мировую точку $\mathcal{P}_2(x_2\ t_2)$ определяется функцией Грина $\mathcal{G}$, которая есть функция разности координат точек $\mathcal{P}_1$ и $\mathcal{P}_2$: $x = x_1 - x_2$, $t = t_1 - t_2$.

В этом выражается однородность пространства-времени. Требование изотропности пространства - времени приводит к тому, что функция Грина должна зависеть не просто от разностей x и t , но от четырехмерного интервала $s^2 = x^2 - t^2$. Наконец, оказывается возможным ввести направление времени ϵ и направление по пространственному лучу η : $\epsilon = t/|t| = \pm 1$, $\eta = 0$ для $s^2 < 0$ и $\eta = x/|x| = \pm 1$, $\epsilon = 0$ для $s^2 > 0$. Итак функцию Грина можно написать ввиде:

[x/] Некоторые философские вопросы причинности и теории поля рассмотрены в [1].

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}(s^2, \epsilon, \eta) \quad . \tag{1}$$

Эта функция является инвариантом преобразования Лоренца. Теперь дополнительно накладывается требование <u>причинности</u>: а) сигнал не может распространяться со скоростью, превышающей скорость света C .

б) Сигнал распространяется только из прошлого в будущее. Эти требования приводят к дальнейшей специализации функции $\mathcal{G}$:

$$\begin{aligned} &\mathcal{G} = \mathcal{G}(s^2, +1, 0) && \text{для } \epsilon = +1, \ \eta = 0 \\ &\mathcal{G} = 0 && \text{иначе} \end{aligned} \tag{2}$$

На рис. 1 показана область пространства-времени, где функция $\mathcal{G}$ отлична от нуля. Заметим, что фурье-компонента от $\mathcal{G}(s^2,+1,0)$, обозначим ее через $\mathcal{G}(\omega, k)$, зависит только от инварианта $m^2 = \omega^2 - k^2$: $\mathcal{G}(\omega, k) = F(\omega^2 - k^2)$ и отлична от нуля лишь при $m^2 > 0$; для $m^2 < 0$ мы получили бы функцию $\mathcal{G}(s^2, 0, \pm 1)$ отличную от нуля в пространственно-подобной области и, следовательно, приводящую к сигналам, распространяющимся со скоростью, большей скрости света.

Опыт показывает, что при больших x и t (ассимптотически) волновое поле всегда допускает корпускулярное толкование, а это означает, что в бесконечности мы имеем набор волн с дискретными значениями величины $m^2 = m_1^2, m_2^2, \dots m_e^2, \dots \geq 0$ x/.

Фурье-компонента $F(\omega^2 - k^2)$ имеет полюса при $\omega^2 = k^2 + m_e^2$, а функция $\mathcal{G}(s^2, +1, 0)$ особенности вида $\delta(s^2)$. В силу свойств интервала s^2 эта особенность перенесется и в область малых x , t (лишь бы $s^2 = 0$) и там приведет к нежелательным бесконечностям.

Таким образом физически оправданные для больших x и t предположения об изотропности пространства и времени сами собой переносятся в область бесконечно малых x и t .

§ 3. Причинность в квантовой физике

Квантовая теория, как это ни странно, во всех основных чертах сохраняет классическую концепцию причинности. Именно, в квантовой теории сигнал (или взаимодействие) также переносится функцией Грина $D_c(s^2)$ (которая также называется причинной функцией). Эта функция связывает квантовый переход в окрестности точки $\mathcal{P}_1$ с квантовым переходом в окресности точки $\mathcal{P}_2$ xx/.

В отличие от классической функции Грина эта функция не равна нулю и для $s^2 > 0$, однако лишь в масштабах $\approx h/mc$ (комптоновской длины частицы). Для того, чтобы было можно зафиксировать факт испускания сигнала (кванта) с положительной энергией из окрестности $\mathcal{P}_1$ и факт поглощения его в окрестности $\mathcal{P}_2$, необходимо, чтобы эти "окрестности" были достаточно большими. Именно, в соответствии с соотношением неопределен-

---

x/ В квантовой теории поля величина m определяет массу частицы, связанной с рассматриваемым полем.

xx/ Принцип причинности в его обычной форме был использован Н.Н. Боголюбовым для нового представления современной теории поля /2/.

ности, для кванта-сигнала с энергией ϵ и импульсом p размеры "окрестностей" $\mathcal{P}_1$ и $\mathcal{P}_2$ должны быть: по времени $T \gg \hbar/\epsilon$, по пространству $L > \hbar/p$.

Далее эти окрестности не должны перекрываться (расстояние между ними $|x| \gg L$ и промежуток времени $|t| \gg T$). Как было показано М. Фирцем для точечных частиц,[3] при этих условиях свойства функции $D_c(s^2)$ обеспечивают чисто классическую причинную связь между окрестностями точек $\mathcal{P}_1$ и $\mathcal{P}_2$ (т.е. связь эквивалентную той, которую дает функция Грина $\mathcal{G}(s^2, +1,0)$. В условиях, когда приведенные выше неравенства не выполнены соотношения неопределенностей вообще не позволяет судить о характере причинной связи (что произошло позже, что раньше?). Отличие от нуля причинной функции $D_c(x)$ в пространственной области приводит к существованию пространственных форм-факторов элементарных частиц $F(q)$ (q -передаваемый частице импульс).

В соответствии с таким форм-фактором частице можно приписать жесткое пространственное распределение зарядов и токов, типа $\rho(x) = \int F(q) e^{iqx} d^3q$. Такое жесткое распределение допускает распространение сигнала от периферии частицы к ее центру с бесконечно большой скоростью.

Однако в работе[4] было показано, что и в этом случае соотношение неопределенностей не позволяет "уличить" частицу в распространении сигнала со скоростью, большей скорости света.

Несмотря на отмеченное отличие причинной функции Грина $D_c(s^2)$ от классической функции Грина $\mathcal{G}(s^2,+1,0)$, ситуация с особенностями в квантовой теории остается в существенном такой же, как и в классической теории; особенности функций распространения, естественные для больших x и t, неумолимо переносятся в области малых масштабов пространства и времени.

§ 4. Некоторые возможные обобщения причинной связи

Характер особенностей функций распространения указывает на необходимость отказаться от перенесения макроскопических законов распространения сигналов (воздействий) в область особо малых масштабов пространства-времени и попытаться видоизменить их.

Сказанное выше о значении соотношения неопределенностей позволяет рассчитывать на возможность примирения обычной формы макропричинности с иными формами микропричинности в малых пространственно-временных областях.

Рассмотрим же теперь некоторые возможные обобщения теории.

а) Нелинейная теория

Функции Грина, обладающие описанными выше особенностями, связаны с распространением слабых полей, подчиняющихся линейным уравнениям.

Как впервые было отмечено М. Борном[5], сильные поля могут подчиняться другим, нелинейным уравнениям. В этом случае скорость распространения сигнала V зависит от силы и формы сигнала (см.[6,7,8]).

Действительно, характеристики нелинейного уравнения, вообще говоря, отличны от прямых $\frac{dx}{dt} = \pm c$, характерных для линейной теории. Поэтому скорость нелинейного сигнала V оказывается функцией напряженности поля ϕ и его производных $\frac{\partial \phi}{\partial x}$, $\frac{\partial \phi}{\partial t}$:

$$\frac{dx}{dt} = \pm V\left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x}, \frac{\partial \phi}{\partial t}\right). \tag{3}$$

Как было показано в [5], в некоторых вариантах нелинейной теории величина V может сделаться мнимой, а гиперболическое уравнение для поля превратиться в уравнение эллиптического типа. Вдали от источника и приемника сигнала (мы можем сказать - вдали от частиц) поле будет по-прежнему подчиняться линейному уравнению, а функция Грина будет иметь обычные особенности типа $\delta(s^2)$. Однако в окрестности частиц, где поля велики, характер особенностей будет изменяться. Например, в случае превращения уравнения в эллиптическое, особенность функции Грина при $x \to 0$, $t \to 0$ будет иметь вид $1/R^2$, где $R^2 = x^2 + t^2$.

Это возможное изменение типа уравнения поля вблизи частиц напоминает ситуацию на крыле самолета, летящего со скоростью близкой к скорости звука: как известно, там, где местная скорость потока, обтекающего крыло, превосходит скорость звука, эллиптический тип уравнения превращается в гиперболический.

На рис. 1б показана область, где причинность может стать аномальной. Заметим, что нарушение релятивистской инвариантности вблизи $x = 0$, $t = 0$ является только кажущимся и обусловлено тем, что точка пространства-времени, где расположен источник поля, выделена тем, что именно в ее окресности нелинейное поле само формирует среду для своего распространения.

Возможность изменения типа уравнений для распространения поля в окрестности частиц, а вместе с этим и изменения формы причинной связи, является очень увлекательной.

Однако никому еще не удалось найти квантовый аналог этой модели теории поля.

Остается также не рассмотренным вопрос об изменениях определения длины отрезка и промежутка времени, которые может повлечь за собой нелинейность в распространении сигнала. Определения А. Эйнштейна безусловно предполагают линейность сигнала.

б) Изменение причинности для малых масштабов пространства-времени

Мы видели, что в однородном пространстве-времени нельзя изменить закон причинной связи в малом, не изменяя ее в большом. Возможный путь изменения подсказывается идеями нелинейности, освещенными в разделе а). Отступление от обычных закономерностей распространения сигнала наступает не всюду, а лишь около источников и приемников сигнала, т.е. вблизи частиц, иными словами там, где однородность пространства нарушена расположенной там частицей. Это указывает на возможность нарушения обычных законов распространения сигналов вблизи частиц [9,10].

Математически эта возможность осуществляется благодаря появлению новых инвариантов, помимо s^2, ϵ, η. Действительно с частицей или с системой взаимодействующих частиц связан вектор полной энергии-импульса $\mathcal{P}(E, \vec{p})$, который коммутирует с относительными координатами и с другими внутренними динамическими переменными[x]. Помимо инварианта $I_1 = s^2$ возникают новые инварианты, такие как $I_2 = \mathcal{P}^2 = -m^2$ (где m масса покоя всей системы), $I_3 = (\mathcal{P}, s)$ и другие. Это позволяет образовывать новые инвариантные комбинации, например, такие:

$$R^2 = I_1 + I_3^2/I_2 \qquad (4)$$

$$T^2 = I_3^2/I_2,$$

которые в системе ЦМ переходят в r^2 и t^2, соответственно, и в дальнейшем трансформируются согласно (4) и (4^1)/12/.

В силу этого функция Грина, связанная с системой частиц, может быть записана в виде:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}(I_1, I_2, I_3). \qquad (5)$$

Наличие инвариантов I_2, I_3 позволяет изменить поведение $\mathcal{G}$ вблизи $r, t = 0$.

Рис. 1б может быть опять использован для иллюстрации поведения функции $\mathcal{G}$, которая при $R^2 < a^2$ имеет эллиптическую структуру, а при $R^2 > a^2$ переходит в обычную функцию Грина, с сингулярностями на конусе $s^2 = 0$.

Подобным же образом может быть изменена и причинная функция $D_c(s^2)$, если ее связывать не с вакуумом, а с частицами, помещенными в вакуум и имеющими относительную координату $x = x_1 - x_2$ и суммарный импульс $p = p_1 + p_2$:

$$D_e = D_c(I_1, I_2, I_3). \qquad (6)$$

Полная схема подобного типа еще не разработана и остается неясным какой модели теории поля она отвечает.

В частности, не исследовано будет ли соблюдаться унитарность матрицы рассеяния.

в) Изменение метрики физического вакуума

Другие возможности для изменения формы причинности могут быть связаны с идеей об изменении геометрии нашего пространства-времени для малых пространственно-временных областей.

Одна из этих возможностей заключается в флюктуациях метрического тензора $g_{\mu\nu}$, которые в принципе могут быть вызваны флюктуациями нулевой энергии вакуума.

Такого рода флюктуации приведут к флюктуациям пространственно-временного интервала

$$s^2 = \int_{\mathcal{P}_1}^{\mathcal{P}_2} g_{\mu\nu}\, dx_\mu\, dx_\nu \qquad (7)$$

и, следовательно, все функции, такие как $\mathcal{G}(s^2)$, $D_c(s^2)$ окажутся "размытыми"/13,14/. Однако эти флюктуации, если элиминировать бесконечности, оказываются существенными в областях пространства-времени порядка $L_0 = \left(\frac{h\chi}{c^3}\right)^{1/2} = 0{,}82.10^{-32}$ см. (Здесь χ -гра-

---

[x] Это обстоятельство позволило Ю.М. Широкову правильно решить проблему релятивистского волчка/11/.

витационная постоянная). Эти масштабы кажутся слишком малыми, чтобы играть существенную роль в мире частиц. Введение другого масштаба для флюктуации вакуума ℓ_0 означало бы новую физическую гипотезу, следствия и внутренняя непротиворечивость которой еще далеко неисследованы.

г) "Квантование" пространства-времени

Старая идея "квантования" пространства-времени /15/ воскресала несколько раз /16-18/.

Современные тенденции в развитии этой идеи покоятся на предположении о неэвклидовом характере метрики в пространстве импульсов /19/. Именно интервал в пространстве импульсов $p_1\ p_2\ p_3\ p_4$ полагается равным

$$d\sigma^2 = a_{\mu\nu}\ dp_\mu\ dp_\gamma \quad . \tag{8}$$

Радиус кривизны этого метрического пространства играет роль предельного, обрезающего импульса $\mathcal{P}_0$. Канонически сопряженные к этим импульсам координаты обычного пространства-времени x_1, x_2, x_3, x_4 оказываются при этом операторами, некоммутирующими между собою

$$[x_\mu, x_\nu] = i\, b_{\mu\nu}. \tag{9}$$

Теория строится таким образом, что для масштабов $\ell \gg \frac{h}{\mathcal{P}_0}$ она переходит в обычную теорию. Ясно, что в этой теории концепция обычной причинности оказывается непригодной (по крайней мере в областях пространства-времени $\sim \frac{h}{P_0}$). Действительно, нельзя говорить о распространении сигнала из точки $\mathcal{P}_1(x'_1\, x'_2 x'_3 x'_4)$ в точку $\mathcal{P}_2(x''_1 x''_2 x''_3 x''_4)$, если сами координаты этих точек остаются неопределенными. В этой теории процесс распространения сигнала приобретает физический сигнал лишь для достаточно больших $|x_\mu|$, когда можно пренебречь правой частью в (9). Для меньших масштабов взаимосвязь явлений математически может быть описана только посредством пространства импульсов. Теория квантованного пространства-времени не получила еще вполне последовательного развития.

З а к л ю ч е н и е

Принятая в современной теории форма причинности вытекает из основных пространственно-временных представлений.

Она заимствована из макроскопической физики и в силу характера особенностей функций Грина автоматически переносится в бесконечно-малые масштабы. Это приводит к появлению расходимостей (бесконечностей) для ряда важнейших физических величин, связанных с элементарными частицами.

Мы рассмотрели в этой работе некоторые предварительные теоретические схемы, которые сохраняя микроскопическую причинность существенно видоизменяют причинность для малых масштабов пространства-времени.

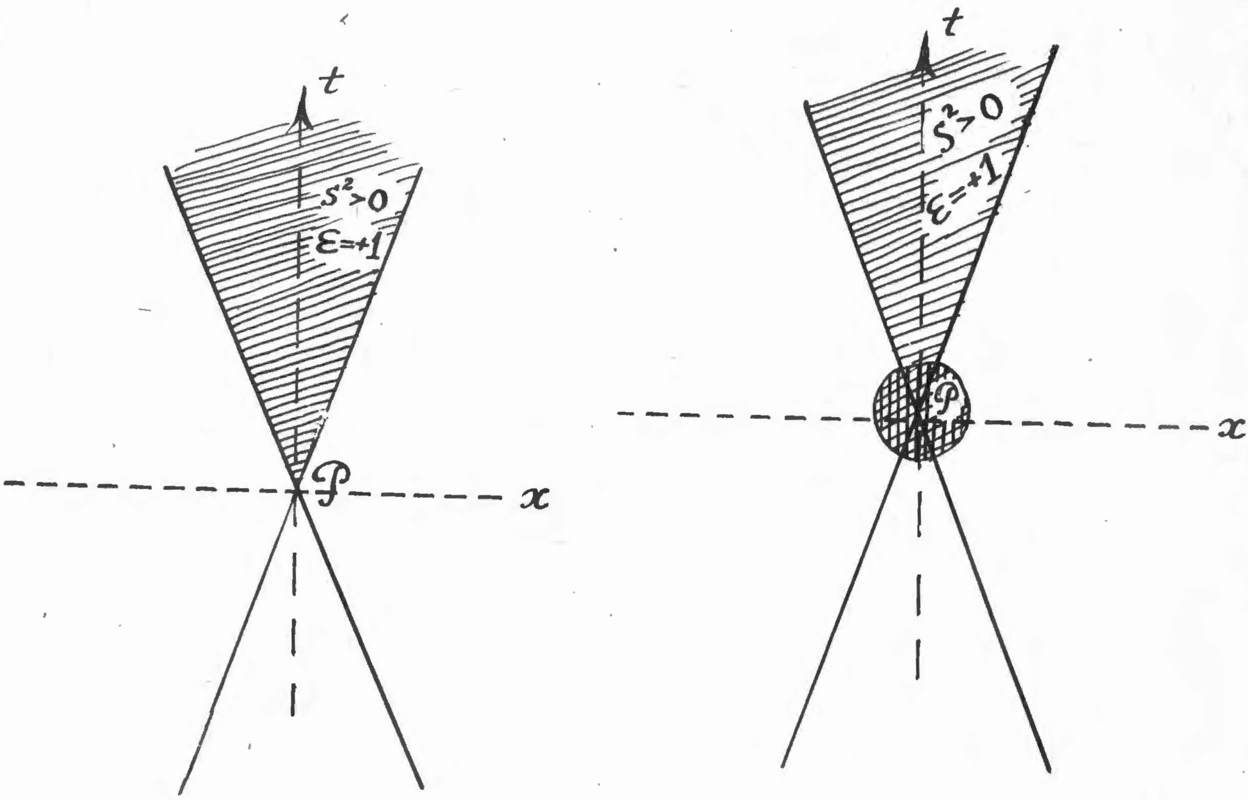
Мы не знаем, какая из этих схем ближе всего подводит нас к истине - мы еще играем с ней в жмурки.

Литература

1. Д. Блохинцев. Сборник "Философские вопросы современной физики", 358, изд-во АН СССР (1952).
2. Н.Н. Боголюбов, Д.В. Ширков. "Введение в теорию квантованных полей". § 17 ГИТТЛ (1957).
3. М. Фирц. Сборник. "Новейшие развития квантовой электродинамики"238, ИЛ (1954).
4. Д. Блохинцев. Препринт ОИЯИ. (1962).
5. М. Борн. (См. изложение в книге Х. Гейтлера "Квантовая теория измерения").
6. Д Блохинцев. ДАН т. XXXП, 669 (1952).
7. Д. Блохинцев. Nuovo Cim. Suppl .N=4 vol 3 ser X, 629 (1956).
8. Д. Блохинцев и В. Орлов. ЖЭТФ 25, 513 (1953).
9. Д. Блохинцев. Учен.Записки Моск.Гос. Университета физики, книга 3 вып. 77, стр. 201 (1945).
10. Д.И. Блохинцев. ЖЭТФ, 16, 480 (1946).
11. Ю.М. Широков. ЖЭТФ, 22, 539 (1952).
12. D.Blohincev, V. Barasenkov, V.Grisin, Nuov. Cim. Ser X, vol IX, 249 (1958).
13. S.Deser, Rev. of Mod. Phys. 29, 417 (1957).
14. D.Blohincev, Nuov. Cim. 18, 193 (1960).
15. В. Амбарцумян и Д.Д. Иваненко Zs. f. Phys. 64, 563 (1930).
16. H. Snyder, Phys. Rev. 71, 38 (1946).
17. Ю.А. Гольфанд. ЖЭТФ, 37, 504 (1959); 43, 256 (1962).
18. В.Г. Кадышевский. ЖЭТФ 41, 1885 (1961). См. также препринт Р-1017, Р-1018 Дубна.
19. M.Born, Proc. Roy. Soc. A, 165, 291 (1938).

Рукопись поступила в издательский отдел

13 сентября 1962 года.



1а 1б

Рис. 1.

На рис. 1а заштрихована область пространства-времени, допустимая по обычной теории для распространения сигналов, исходящих из точки $\mathcal{P}$. Двойной штриховкой на рис. 1б показана область возможной аномальной причинности (напр. эллиптический тип уравнения поля).