

1049

$\frac{3}{K65}$



Г.И. Копылов

P-1079

О СТАТИСТИЧЕСКОМ ФОНЕ
РЕЗОНАНСНЫХ СОСТОЯНИЙ

Дубна 1962 год

Г.И. Копылов

P-1079

1640/3 чф.

О СТАТИСТИЧЕСКОМ ФОНЕ
РЕЗОНАНСНЫХ СОСТОЯНИЙ

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ДУБНА
ДУБНА

Дубна 1962 год

А н н о т а ц и я

Предложена формула, представляющая в явном виде влияние различных факторов на статистический фон резонансов, обнаруживаемых по эффективной массе продуктов их распада. Формула позволяет качественно предсказывать форму статистического фона. Указаны условия, в которых можно ожидать появления ложных резонансов. Предложен опыт по проверке предположений о форме статистического фона.

G.I. Kopylov

ON STATISTICAL BACKGROUND OF RESONANT STATES

Abstract

A formula is suggested which describes explicitly the influence of different factors on the statistical background of the resonances found by the effective mass of their decay products. The formula allows to predict qualitatively the form of the statistical background. The conditions are indicated under which false resonances are expected to appear. An experiment is proposed to check the assumptions about the form of the statistical background.

В последнее время для поисков резонансных состояний частиц широко начал применяться анализ распределений по эффективным массам /см., например, ^{1-4/}/. По этому методу резонанс обнаруживается по пику в гистограмме эффективной массы

$$M_{\nu} = [(\sum_{i=1}^{\nu} \omega_i)^2 - (\sum_{i=1}^{\nu} \vec{p}_i)^2]^{1/2}. \quad (1)$$

Так как крайние значения M_{ν} маловероятны, максимум наблюдается и в отсутствие резонансных состояний, но этот второй максимум удается воспроизвести заранее, предположив, что вероятность некоторого значения массы M_{ν} системы ν частиц определяется объемом фазового пространства состояний, допустимых при данном значении M_{ν} .

$$\frac{dw(M_n, M_{\nu})}{dM_{\nu}} = \int \frac{d^3 \vec{p}_1 \dots d^3 \vec{p}_n}{2\omega_1 \dots 2\omega_n} \delta(\sum_i \vec{p}_i - \vec{P}_n) \delta([\sum_i \omega_i]^2 - (\sum_i \vec{p}_i)^2)^{1/2} - M_{\nu}). \quad (2)$$

Далее предполагается, что на фоне распределения (2) и образуются пики, принадлежащие резонансным состояниям. Распределение (2) будем называть статистическим фоном резонансных состояний^{х/}. Поставим задачу выяснить способы расчета и свойства этого фона. Эта задача достаточно важна, так как ошибки в определении статистического фона могут привести к открытию ложных резонансов.

1. Расчетная формула для статистического фона была получена нами ранее^{15/}. Обозначим фазовый объем в импульсном пространстве n частиц с массами m_1, \dots, m_n и эффективной массой $M_n = (-P_n^2)^{1/2}$ через $S_n(M_n; m_1, \dots, m_n)$

$$S_n(M_n; m_1, \dots, m_n) = \int \frac{d^3 \vec{p}_1 \dots d^3 \vec{p}_n}{2\omega_1 \dots 2\omega_n} \delta(\sum_i \vec{p}_i - \vec{P}_n). \quad (3)$$

Пусть ν частиц с массами m_1, \dots, m_{ν} имеют эффективную массу M_{ν} , а оставшиеся $n - \nu$ частиц обладают массами $m_{\nu+1}, \dots, m_n$. Тогда^{15/}

$$\frac{dw(M_n, M_{\nu})}{dM_{\nu}^2} = \xi_{\nu}(M_{\nu}; m_1, \dots, m_{\nu}) S_{n-\nu+1}(M_n; M_{\nu}, m_{\nu+1}, \dots, m_n), \quad (4)$$

где

$$0 \leq Q_{\nu} \leq Q_n; \quad Q_{\nu} = M_{\nu} - m_1 - \dots - m_{\nu}; \quad Q_n = M_n - m_1 - \dots - m_n. \quad (5)$$

Для расчетов по (4) надо уметь вычислять инвариантные фазовые объемы. Точных формул для этого в общем случае нет. Приближенные формулы для произвольных масс приведены в^{15/}. Для наиболее частых случаев множественного рождения фазовые объемы табулированы^{17/}.

х/ Хотя, как показал опыт, (2) приближенно верно и там, где статистические соображения неприменимы (напр. в анизотропных системах частиц). По-видимому, на M_{ν} -распределение слабо влияет характер взаимодействия в момент рождения, в том числе и взаимодействия, приводящего к появлению резонансов. Происходящий же значительно медленнее распад резонансных состояний естественно проявляется в виде добавочного пика в распределении.

Практически, впрочем, удобнее рассчитывать фон не по (4), а при помощи метода случайных звезд^{/5,8/}, обладающего тем преимуществом, что любые предположения о виде взаимодействия (включая и предположение о распаде связанных состояний) одинаково легко поддаются обсчету.

В некоторых важных частных случаях расчет по (4) упрощается

$$dw(M_n, M_2) = \pi \{ [M_2^2 - (m_1 + m_2)^2] [M_2^2 - (m_1 - m_2)^2] \}^{1/2} S_{n-1}(M_n; m_2, m_3, \dots, m_n) \frac{dM_2}{M_2} \quad (6)$$

$$dw(M_n, M_{n-1}) = \pi \{ [(M_n - m_n)^2 - M_{n-1}^2] [(M_n + m_n)^2 - M_{n-1}^2] \}^{1/2} S_{n-1}(M_{n-1}; m_1, \dots, m_{n-1}) \frac{M_{n-1}}{M_n^2} dM_{n-1} \quad (7)$$

$$dw(M_3, M_2) = \frac{\pi^2}{2M_3 M_2} \{ [M_2^2 - (m_1 + m_2)^2] [M_2^2 - (m_1 - m_2)^2] [(M_3 - m_3)^2 - M_2^2] [(M_3 + m_3)^2 - M_2^2] \}^{1/2} dM_2 \quad (8)$$

Проанализируем зависимость статистического фона от энергии системы и от количества и массы частиц, ее составляющих. Чтобы заменить точное равенство (4) приближенным, рассмотрим (4) в крайних точках 0 и Q_n (5). Известно, что $S_n \sim Q_n^{\frac{3n-5}{2}}$ при $Q_n \ll M_n$. Поэтому при $Q_\nu \rightarrow 0$ в (4) $S_\nu \sim Q_\nu^{\frac{3\nu-5}{2}}$, а второй множитель стремится к постоянному значению, определяемому величиной Q_n и массами частиц. Наоборот, при $Q_\nu \rightarrow Q_n$

$$S_{n-\nu+1} \sim (Q_n - Q_\nu)^{\frac{3(n-\nu+1)-5}{2}}, \quad S_\nu \rightarrow \text{Const}. \quad \text{Естественно положить}$$

$$dw(M_n, M_\nu) \sim Q_\nu^{\frac{3\nu-5}{2}} (Q_n - Q_\nu)^{\frac{3(n-\nu)-1}{2}} \quad (9)$$

Особенно просто выражается фон в безразмерных единицах $x = \frac{Q_\nu}{Q_n}$:

$$dw(n; \nu, x) = \frac{\Gamma(\frac{3}{2}(n-1))}{\Gamma(\frac{3}{2}(\nu-1))\Gamma(\frac{3}{2}(n-\nu))} x^{\frac{3\nu-5}{2}} (1-x)^{\frac{3(n-\nu)-1}{2}} dx; \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (10)$$

Эта функция нормирована на 1. Ее максимум приходится на точку

$$\bar{x} = \frac{3\nu-5}{3n-7}, \quad (11)$$

имеет высоту

$$\frac{\Gamma(\frac{3}{2}(n-1))}{\Gamma(\frac{3}{2}(\nu-1))\Gamma(\frac{3}{2}(n-\nu))} \left\{ \frac{(3\nu-5) [3(n-\nu)-2]}{(3n-7)^{\frac{3(n-\nu)-2}{2}}} \right\}^{1/2} \quad (12)$$

и ширину

$$\delta = \left\{ \frac{2(3\nu-5)[3(n-\nu)-2]}{3n-7} \right\}^{1/2}. \quad (13)$$

В выбранных безразмерных единицах легко качественно обозреть свойства статистического фона. Форма кривой фона зависит от n и ν - числа частиц во всей системе и в выбранной подгруппе и не зависит от массы частиц и от энергии системы. Можно назвать

(10) идеальной формой статистического фона. Идеальная кривая одна и та же, ищем ли, например, мы $\pi\pi$ -резонанс в реакции $\bar{p}p \rightarrow 5\pi$ при 1,6 Бэв или ΛK -резонанс в $\pi^-p \rightarrow \Lambda K 3\pi$ при 7 Бэв. При переходе к кривой статистического фона в обычных переменных M_ν (1) идеальная кривая растягивается в Q_n раз по оси абсцисс, сдвигается вправо на $m_1 + \dots + m_\nu$ и растягивается вверх пропорционально сечению данной реакции, и тогда уже трудно усмотреть родство подобным образом деформированных кривых распределений по M_ν .

Насколько верно утверждение о существовании идеальных кривых? С целью выяснить это были проведены массовые расчеты (по методу случайных звезд) M_ν -распределений групп $\pi\pi$, ΛK , $\Lambda K\pi$, 3π , 4π , $\Lambda K 2\pi$ и т.д. в реакции $\pi^-p \rightarrow \Lambda K n\pi$ для $n = 1-7$ при 7 Бэв. На рис. 1 показано, что в переменных x распределения по $M_{\Lambda K}$, $M_{\pi\pi}$, $M_{\Lambda\pi}$ действительно близки между собой и к идеальной кривой, что статистический фон гораздо сильнее зависит от ν , чем от m_i .

Кроме этого, была проведена аппроксимация фона функцией $x^A(1-x)^B$. Колебания наилучших A и B относительно значений $(3\nu-5)/2$ и $\frac{3}{2}(n-\nu)-1$ отражены в табл. 1. Из этих данных следует, что по крайней мере, при энергиях современных ускорителей принятое приближение разумно.

Основываясь на (10), легко получить другие качественные свойства статистического фона.

Пики сужаются с уменьшением $\nu (< n/2)$ или ростом n . Те широкие максимумы, на фоне которых найдены резонансы ω , η , ρ , обязаны своим происхождением малой разнице между ν и $n/2$. С повышением энергии и, стало быть, множественности, статистический фон также приобретает острые пики.

Интересна зависимость положения максимума статистического фона от энергии взаимодействия при наличии множества каналов реакции. С увеличением энергии Q_n идеальные кривые растягиваются сильнее, и пик смещается вправо. Однако средняя множественность также растет, а это смещает пик в идеальной кривой влево (причем быстрее роста средней множественности, так как процент пар заряженных частиц в системах с большим n больше). При высоких энергиях первая тенденция сильнее второй, но при умеренных энергиях может оказаться, что пик в статистическом фоне с ростом энергии взаимодействия почти не смещается.

Приведенные рассуждения показывают, как применять (10) для подготовки или анализа поисков резонансных состояний.

2. Статистический фон может имитировать резонансные состояния. Укажем - наряду с общеизвестными - две возможные причины ложных резонансов.

Первая связана с неточностью определения полного числа частиц. Зависимость положения максимума в фоне от n очень сильна (11). Сдвиг пика в распределении по M_ν относительно пика в статистическом фоне может означать не открытие резонанса, а существование двух примерно равновероятных каналов реакции с разными n (маскируемое присутствием нейтральных частиц). Поэтому n в опыте должно определяться очень тща-

тельно. Лучше всего искать резонансы в реакциях, идущих через один канал (как, например, в ^{1,2/}). Если методика работы не позволяет выделить единственный канал, например, при высоких энергиях, нужно возможно точнее оценить вероятности различных каналов.

Другая причина ложных резонансов связана с выборкой пар по углу разлета. Статистический фон пар с фиксированным углом разлета в системе центра масс не похож на (10): так, выборка по узким парам (для $n = 3$) имеет пик при $Q = 0$, по широким ($\epsilon \theta = 180^\circ$) - при $Q = Q_3$ (Рис. 2). В лабораторной системе отсчета эти отличия должны сглаживаться, но все равно появление добавочного пика в распределении по Q_v , если в опыте производится выборка по углам разлета (или коррелированным с ними величинам), требует расчета статистического фона с учетом этой выборки. В частности, следует с особой осторожностью относиться к резонансам с малой энергией распада, открытым в эксперименте, благоприятствующем появлению узких пар. Хороший способ закрывать такие резонансы предложил М.И. Подгорецкий: импульсы узких пар, дающих резонанс, надо перетасовать (брать в (1) p_1 из одной пары, p_2 - из другой). Если резонанс все равно наблюдается, то он сомнительный.

3. Справедливость уравнения (2) для статистического фона не подвергалась прямой опытной проверке. Между тем, наряду с инвариантным выражением (2), фон можно рассчитывать и по статистической теории Ферми^{10/}. Выбор между двумя этими вариантами может быть просто сделан для трехчастичных состояний. Рассмотрим опыт, сходный с тем, в котором был открыт ω -мезон^{11/}. Построим распределение по $M_{\pi^+\pi^-\pi^0}$. Подобно тому, как в^{11/} строилось распределение на диаграмме Далитца случаев с $M_{\pi^+\pi^-\pi^0} = M_\omega$, разобьем оставшиеся случаи на группы с близкими между собой значениями $M_{\pi^+\pi^-\pi^0}$ и построим для каждой группы распределение на диаграмме Далитца. В случае справедливости (2) это двумерное распределение должно быть равномерным, в теории Ферми - иметь небольшой максимум в центре диаграммы в соответствии с дополнительным множителем $\omega_+ \cdot \omega_- \cdot \omega_{\pi^0}$ под интегралом в (2). Для увеличения статистики нужно это распределение заменить одномерным. С этой целью удобно строить распределение по "импульсному избытку"

$$\Delta = p_{min} + p_{сред.} - p_{max},$$

где p_{min} , $p_{сред.}$ и p_{max} - соответственно наименьший, средний и наибольший из импульсов трех частиц π^+ , π^- , π^0 . Импульсный избыток является мерилем коллинеарности частиц: он равен нулю вдоль границ фигуры Далитца и максимален в ее центре. Линии уровня Δ повторяют форму границ фигуры Далитца (рис.3) и образуют ряд концентрических полос. Гистограмма отношения числа звезд, попавших в каждую полосу, к ее площади должна быть горизонтальной прямой, если верна (2), и испытывать подъем к большим значениям Δ , если верна формула Ферми. Для дальнейшего увеличения статистики можно совместить между собой гистограммы, построенные для различных значений $M_{\pi^+\pi^-\pi^0}$.

Заметим также, что распределение по импульсному избытку позволяет сделать независимо от^{1,9/} заключение о спине ω -частицы на том же экспериментальном материале. В предполагаемом V-варианте матричный элемент исчезает как раз на границе фигуры

Далитца, где $\Delta = 0$, в отличие от A и PS вариантов. Так как площадь полосы с $\Delta = 0$ особенно велика, Δ - распределение для всех трех вариантов должно сильно различаться.

Действительно, построенное по диаграмме из ^{1/} Δ -распределение, с учетом того, что в области, где $M_{\pi^+\pi^-\pi^0} = M_{\omega}$, половина частиц не образует связанного состояния, привело к следующей таблице (табл. 2). Из нее следует, что ближе всего к эксперименту стоит V вариант (снизу I^-), а следующая по вероятности гипотеза - не A - или PS - вариант, а обычный случайный выброс в статистическом фоне.

Сображения по проверке предположений о форме статистического фона и поиску вариантов матричного элемента распада проходят и для многочастичных состояний, надо лишь диаграмму Далитца заменить моделированием процесса по методике случайных звезд.

Автор благодарен С.Н. Соколову, В.А. Колкунову, В.Г. Гришину, М.И. Подгоречному за полезные обсуждения, В.Е. Комоловой за программирование расчетов на машине.

Л и т е р а т у р а

1. B.C.Maglic, L.W.Alvarez, A.H.Rosenfeld, M.L.Stevenson, Phys. Rev. Letters, 7, 178 (1961).
2. E.Pickup, D.K.Robinson, E.O.Salant, Phys. Rev. Letters, 7, 192 (1961).
3. Nguen Huu Xuong, G.R.Lynch, Phys. Rev. Letters, 7, 326 (1961).
4. A.Pevsner et al., Phys. Rev. Letters, 8, 421 (1962).
5. Г.И. Копылов. Препринт ОИЯИ, Е-528 (1960).
6. G.I.Kopylov, preprint JINR, D-784 (1961); Nucl. Phys.
7. Г.И. Копылов. Препринт ОИЯИ, Р-777 (1961).
8. Г.И. Копылов, Диссертация (Москва, 1962).
9. M.L.Stevenson, L.W.Alvarez, B.C.Maglic, A.H.Rosenfeld, Phys. Rev., 125, 687 (1962).
10. E.Fermi, Prog. Theor. Phys., 5, 570 (1950).

Рукопись поступила в издательский отдел
28 августа 1962 года.

Дополнение при корректуре

Чтобы доказать зависимость статистического фона от выборки по углам разлета в лабораторной системе отсчета, мы рассчитали с помощью методики случайных звезд фон дипионов в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ при 6 Бэв. На рис. 4 показано, как смещается максимум в фоне при изменении характера выборки. Из расчета следует, что, например, выборка по узким парам скроет существование дипиона с малой энергией распада; меняя характер выборки, можно имитировать резонансы в широком диапазоне масс.

Т А Б Л И Ц А 1

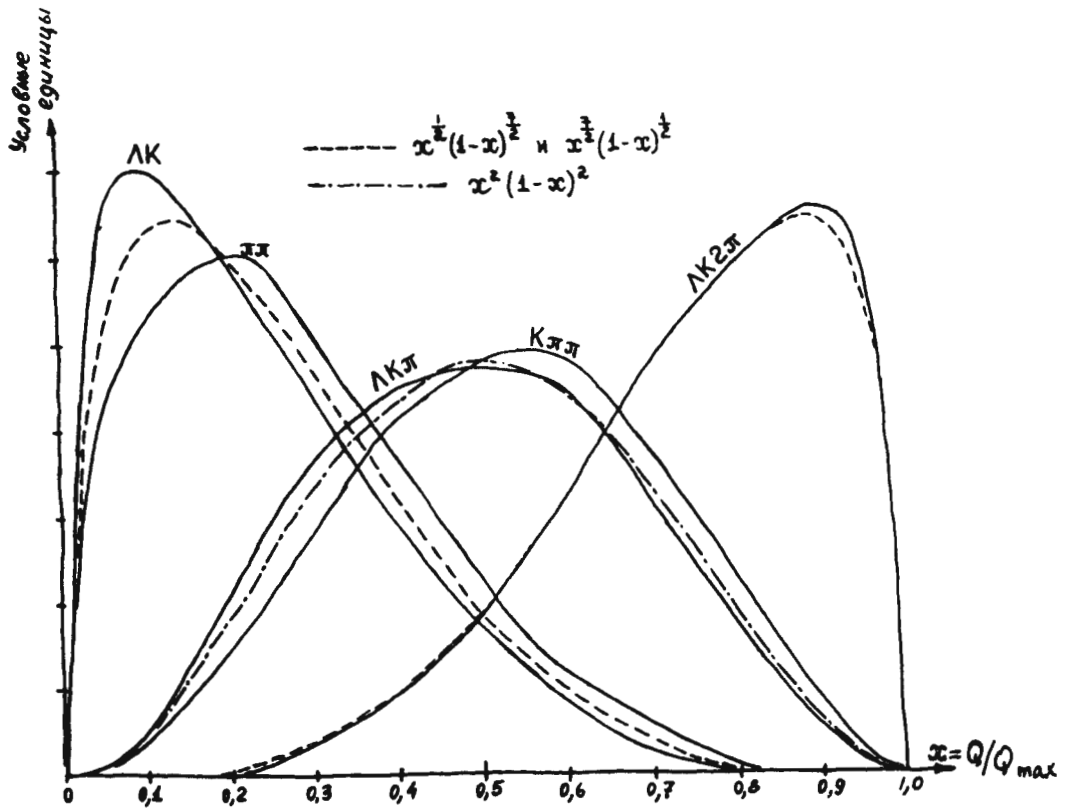
Показатели А и В /получены по методу наименьших квадратов/

Система	Группа частиц	А	В	Система	Группа частиц	А	В
ЛК _π	ЛК	0,61	0,66	ЛК3 _π	ЛК _π	2,2	2,3
	Л _π	0,71	0,61		К2 _π	2,3	2,0
	К _π	0,71	0,46		3 _π	2,4	1,9
НКК	НК	0,60	0,50	N2K2 _π	N2K	2	2,2
	КК	0,61	0,47		К2 _π	2,3	1,9
По (10)		0,5	0,5	По (10)		2	2
ЛК3 _π	ЛК	0,55	3,9	ЛК3 _π	ЛК2 _π	3,7	0,58
	Л _π	0,66	3,9		К3 _π	4,0	0,44
	2 _π	0,66	3,2		N2K2 _π	N2K _π	3,5
N2K2 _π	НК	0,52	3,7	2K2 _π		3,8	0,44
	N _π	0,66	3,7	По (10)	3,5	0,5	
	2 _π	0,69	3,3				
По (10)		0,5	3,5	N2K4 _π	N2K _π	4,1	4,1
ЛК7 _π	ЛК2 _π	3,7	6,6		4 _π	3,6	3,4
	Л3 _π	4,0	7,0	По (10) :		3,5	3,5
	4 _π	3,6	6,4	N2K4 _π	N2K	2,1	5,5
По (10)	3,5	6,5	2K _π		2,1	5,2	
			3 _π		2,1	4,9	
N2K7 _π	N2K _π	3,7	8,3	По (10)		2	5
	2K2 _π	3,4	7,5				
По (10)		3,5	8				

Т А Б Л И Ц А 2

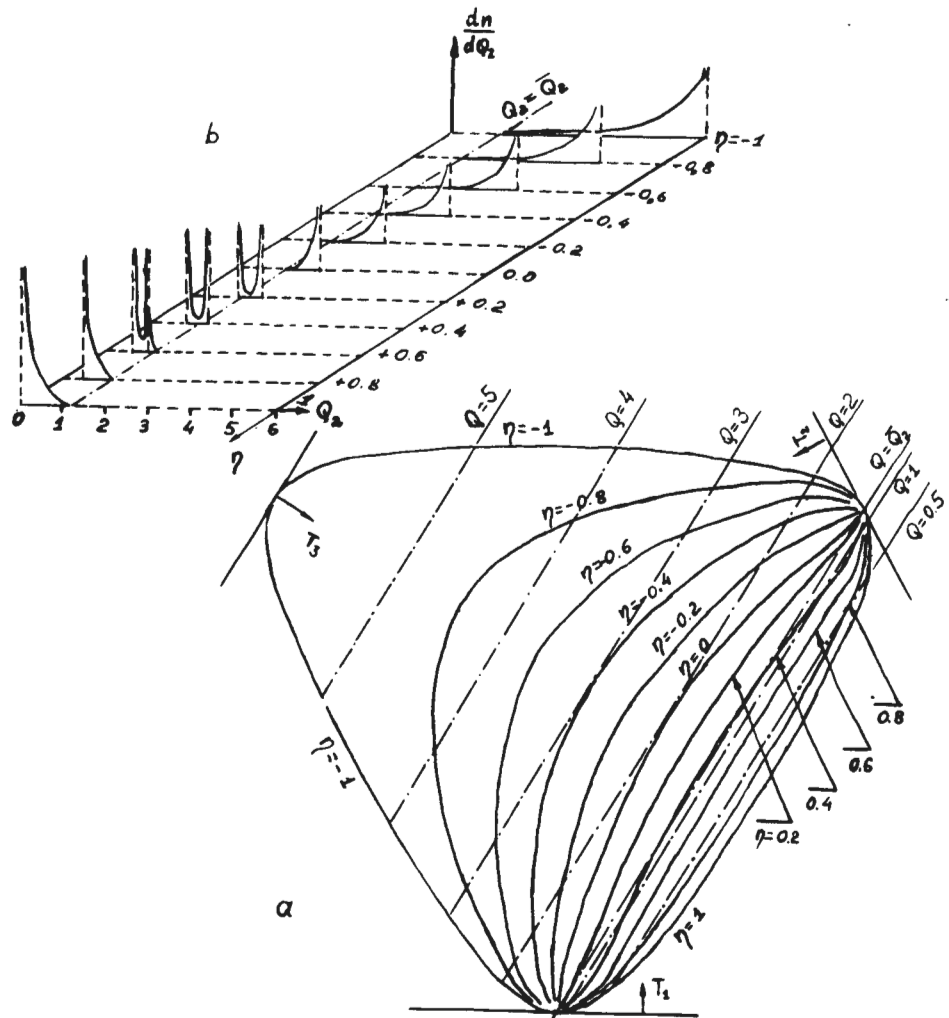
Обработка результатов работы /I/ при помощи расчетов импульсного избытка

Δ/Δ _{max}	Эксперимент		Р а с ч е т		
	50% фона	100% фона	50% статистического фона +50% P _S +50% A +50% v		
	ч и с л о		з в е з д		
0 -0,3	41	78	118	96	57
0,3-0,6	72	61	38	55	69
0,6-0,9	56	31	15	19	43
Среднее	0,48	0,36	0,25	0,30	0,43



Р и с. 1.

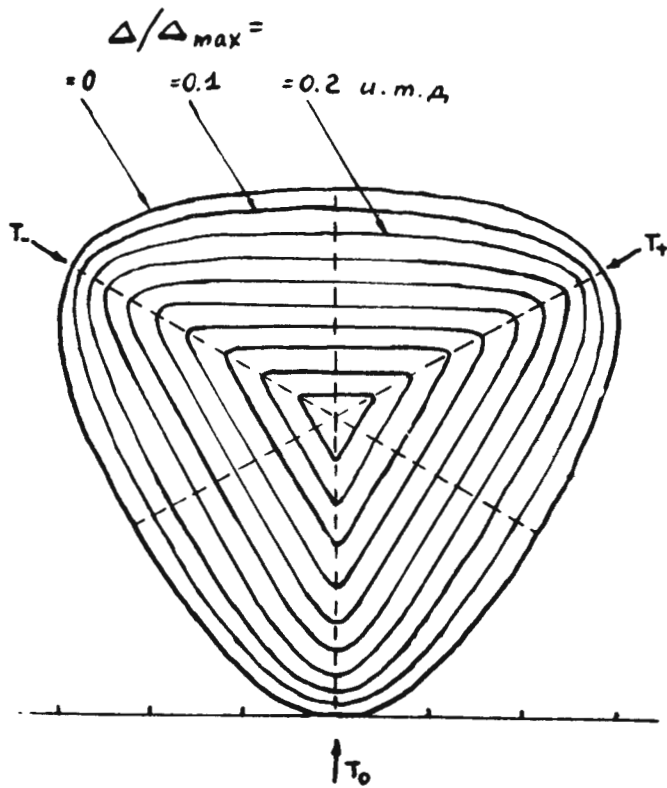
Распределение по эффективной массе групп $\pi\pi$, ЛК , $\text{ЛК}\pi$, $\text{К}\pi\pi$, $\text{ЛК}2\pi$ в реакции $\pi^- p \rightarrow \text{ЛК}3\pi$ при 7 БэВ. Прерывистые линии - идеальный статистический фон.



Р и с. 2.

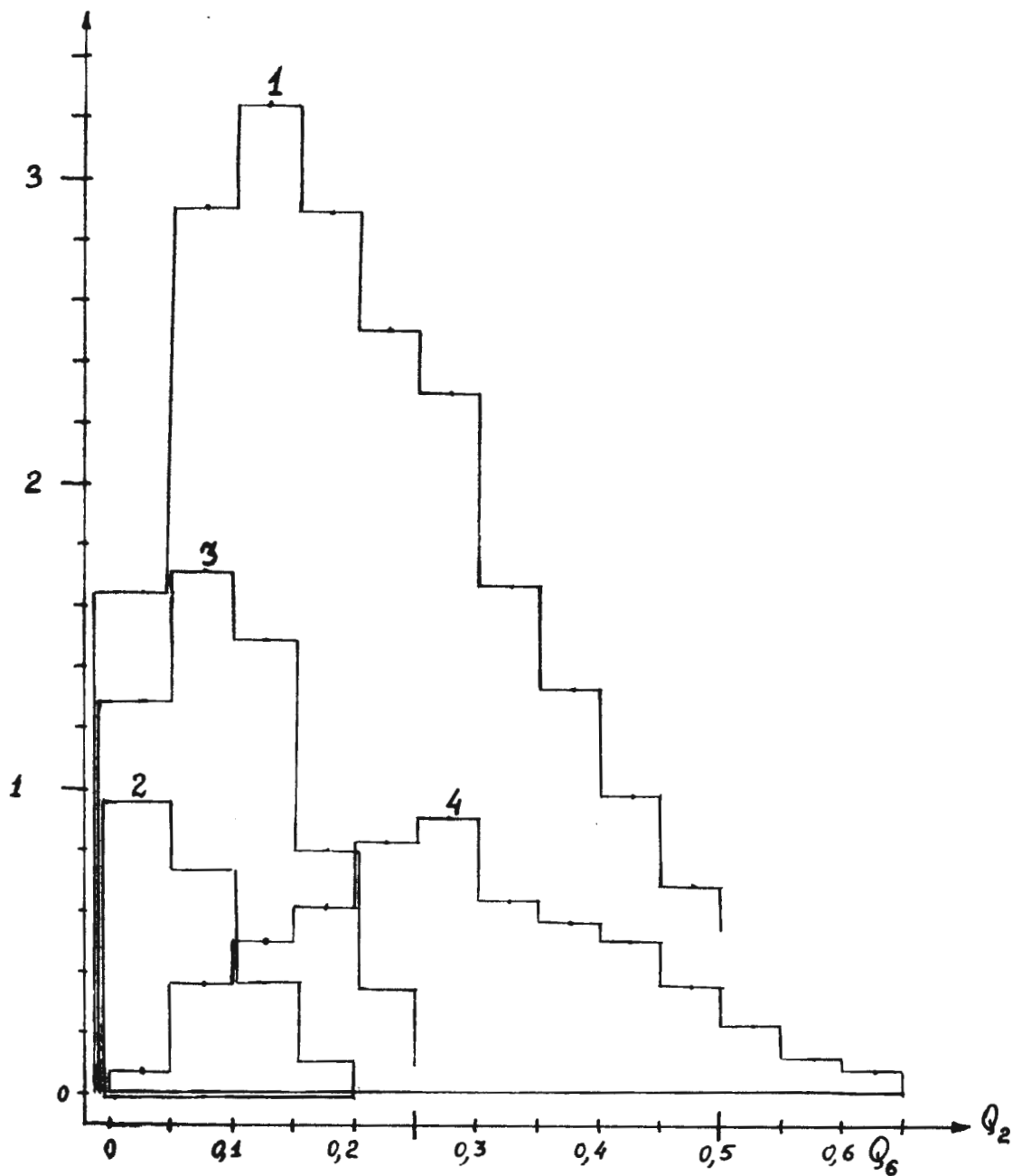
а) Диаграмма Далитца системы $\pi\pi\pi$ при $m = 1$, $M_{3\pi} = 9$. Показаны линии уровня $Q_2 = M_{\pi_1\pi_2} - 2m_\pi = \text{Const}$ и $\eta \equiv \cos(\pi_1, \pi_2) = \text{Const}$.

б) Статистический фон пар $\pi_1\pi_2$ π -мезонов при фиксированном угле их разлета в системе покоя трех π -мезонов. Масштаб по вертикали не соблюден.



Р и с. 3.

Линии постоянного импульсного избытка Δ (через 1/10) на диаграмме Далитца.



Р и с. 4.

Статистический фон пар $\pi\pi$ в реакции $pp \rightarrow pp\pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ при 6 Бэв. По оси ординат отложено число событий в условных единицах с погрешностью в несколько %. 1- фон без выборки; 2- фон при выборке $\theta_{\pi\pi} \leq 18^\circ$; 3- при выборке $\theta \leq 30^\circ$; 4- $\theta \geq 60^\circ$. При увеличении статистики в гистограмме 2 выявится "тонкая структура" - максимум отодвинется от $Q_2 = 0$.