ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Н.И. Пятов

Р-1068

РАСЩЕПЛЕНИЕ ДВУХКВАЗИЧАСТИЧНЫХ УРОВНЕЙ В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДРАХ

Дубна 1962 год

Н.И. Пятов

Р-1088

РАСЩЕПЛЕНИЕ ДВУХКВАЗИЧАСТИЧНЫХ УРОВНЕЙ В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ ЯДРАХ

Дубна 1962 год

А н н о т а ц и я

Сделана попытка объяснить расщепление двухквазичастичных уровней в четно-четных ядрах с помощью центрального взаимодействия неспаренных нуклонов. Показано, что основной вклад в энергию расщепления дают обменные силы, причем нижайшим по энергии является состояние с антипараллельными спинами нуклонов. Наличие спиновых сил приводит к уменьшению энергии расщепления. Если спиновые силы составляют 25% общих парных сил, то расщепление исчезает. Расщепление двухквазичастичного уровня несимметрично, за исключением случая, когда $K = 0$.

N.J.Pyatov

SPLITTING OF TWO-QUASI-PARTICLE LEVELS IN EVEN-EVEN NUCLEI

Abstract

An attempt has been made to account for the splitting of the two-quasi-particle levels in even-even nuclei by means of the central interaction of the unpaired nucleons. It has been shown that the main contribution to the splitting energy is given by the exchange forces, the state with anti-parallel nucleon spins being the lowest one by its energy. The presence of the spin forces leads to the decrease of the splitting energy. If the spin forces are 25 % of the total pairing ones, then the splitting disappears. The splitting of the two-quasi-particle level is not symmetrical except when $K = 0$.

В настоящее время с помощью сверхтекучей модели ядра в некоторых деформированных четно-четных ядрах идентифицированы двухквазичастичные состояния [1]. Таковы, например, уровни 1172Кэв $(3+)$ в Yb^{172}, 1694 Кэв $(4+)$ в Dy^{160}, 1485Кэв $(5-)$ в Dy^{162}, 1148Кэв $(8-)$ в Hf^{178}, 1786 Кэв $(6-)$ в Er^{166} и ряд других.

Однако без учета остаточных взаимодействий неспаренных нуклонов каждому такому состоянию можно приписать два возможных значения проекции момента на ось симметрии ядра $K = \Omega_1 \pm \Omega_2$ (здесь Ω_1 и Ω_2 - проекции моментов неспаренных нуклонов). В работе Галлахера и Соловьева [1] указывается на возможность расщепления таких дублетных двухквазичастичных состояний, причем нижайшим по энергии является состояние с антипараллельными спинами нуклонов.

Заметим, что аналогичное дублетное расщепление наблюдается в нечетно-нечетных деформированных ядрах и может быть объяснено с помощью центральных спиновых сил [2]. Показано, что чистые вигнеровские силы вклада в расщепление не дают (за исключением асимптотически исчезающего вклада в случае $K = 0$).

В данной работе мы хотим посмотреть, какие центральные силы могут привести к расщеплению двухквазичастичных состояний в четно-четных ядрах. Вычисления проведем в модели Нильссона [3] в первом порядке теории возмущения.

Антисимметризованная волновая функция состояния четно-четного ядра

$$\Psi(IMK) = \sqrt{\frac{2I+1}{32\pi^2}}\, \phi_{n_\beta n_\gamma} \cdot (1 + R_1)\{\chi_{N_1\Omega_1}(1)\chi_{N_2\Omega_2}(2) - \chi_{N_1\Omega_1}(2)\chi_{N_2\Omega_2}(1)\} D^I_{MK}(\theta_i). \tag{1}$$

В (1) знаки Ω_1 и Ω_2 произвольны; N - главное квантовое число, характеризует одночастичное состояние; оператор R_1 симметризует волновую функцию по знаку Ω_1 и определен в [4]; $\phi_{n_\beta n_\gamma}$ - колебательная волновая функция, причем полагаем, что

$$< \phi_{n_\beta n_\gamma} | \phi_{n_\beta n_\gamma} > = 1 . \tag{2}$$

Для простоты выберем потенциал двухнуклонного взаимодействия в виде

$$V_{12} = - 4\pi g \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)[1 - a + a\,\vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2], \tag{3}$$

где $g = const$, a характеризует вклад спиновых сил в общие парные силы $(0 \leq a \leq 1)$. Используя свойства оператора R_1 и функций D^I_{MK} найдем матричный элемент в первом порядке теории возмущения

$$E_{12} = (\Psi, V_{12}\Psi) = (\chi_{N_1\Omega_1}(1)\chi_{N_2\Omega_2}(2), V_{12} \times \chi_{N_1\Omega_1}(1)\chi_{N_2\Omega_2}(2)) - (\chi_{N_1\Omega_1}(1)\chi_{N_2\Omega_2}(2), V_{12}\chi_{N_2\Omega_2}(1)\chi_{N_1\Omega_1}(2)) + (-1)^{I - N_1 - N_2 - 1}\,\delta(\Omega_1 + \Omega_2) E'_{12} .$$

Последний член в (4) отличен от нуля лишь для состояния с $K = \Omega_1 + \Omega_2 = 0$; множитель $(-1)^{N_1+N_2+1}$ имеет знак противоположный четности состояния;

$$E'_{12} = (\chi_{N_1,+\Omega}(1)\chi_{N_2,-\Omega}(2), V_{12}\chi_{N_1,-\Omega}(1)\chi_{N_2,\Omega}(2)) - \tag{5}$$

$$-(\chi_{N_1\Omega}(1)\chi_{N_2,-\Omega}(2), \ V_{12}\chi_{N_1,-\Omega}(2)\chi_{N_2,\Omega}(1).$$

Наконец, энергия расщепления дублета

$$\Delta E_{12} \equiv E_{12}(K=\Omega_1-\Omega_2) - E_{12}(K=\Omega_1+\Omega_2)$$

$$= (\chi_{N_1}\Omega_1(1)\chi_{N_2,-\Omega}(2), \ V_{12}\chi_{N_1}\Omega_1(1)\chi_{N_2,-\Omega_2}(2)) - \tag{6}$$

$$-(\chi_{N_1\Omega_1}(1)\chi_{N_2\Omega_2}(2), \ V_{12}\chi_{N_1}\Omega_1(1)\chi_{N_2}\Omega_2(2)) +$$

$$+(\chi_{N_1}\Omega_1(1)\chi_{N_2}\Omega_2(2), \ V_{12}\chi_{N_2}\Omega_2(1)\chi_{N_1}\Omega_1(2)) -$$

$$-(\chi_{N_1}\Omega_1(1)\chi_{N_2,-\Omega_2}(2), \ V_{12}\chi_{N_2,-\Omega_2}(1)\chi_{N_1}\Omega_1(2)) +$$

$$+(-1)^{1-N_1-N_2-1}\delta(\Omega_1-\Omega_2)E'_{12}$$

В (6) разность первых двух членов совпадает с энергией расщепления в нечетно-нечетных ядрах и отлична от нуля лишь для зависящих от спинов сил [2]. При $a \to 0$ эта разность стремится к нулю.

Выпишем оставшиеся матричные элементы

$$J_1 \equiv (\chi_{N_1}\Omega_1(1)\chi_{N_2}\Omega_2(2), \ V_{12}\chi_{N_2}\Omega_2(1)\chi_{N_1}\Omega_1(2)) =$$

$$= \sum_{(\ell_i,\Sigma_i)} a^{(1)}_{\ell_1\Omega_1-\Sigma_1} a^{(1)}_{\ell'_2\Omega_2-\Sigma'_2} a^{(2)}_{\ell_2\Omega_2-\Sigma'_2} a^{(2)}_{\ell'_1\Omega_1-\Sigma'_1} \times$$

$$\times\left[\frac{(2\ell'_1+1)(2\ell'_2+1)}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)}\right]^{1/2} \cdot F^0(n_1\ell_1;\ n'_1\ell'_1;\ n_2\ell_2;\ n'_2\ell'_2) \times$$

$$\times[(1-a+4a\Sigma_1\Sigma_2)\delta_{\Sigma_1\Sigma'_2}\delta_{\Sigma_2\Sigma'_1} + 2a\,\delta_{\Sigma_1,-\Sigma'_2}\delta_{\Sigma_2,-\Sigma'_1}\delta_{\Sigma_1,-\Sigma_2}] \times$$

$$\times\sum_{k,q}(-1)^q(2k+1)\langle\ell'_1 k00|\ell_2 0\rangle\langle\ell'_2 k00|\ell_1 0\rangle \times$$

$$\times\langle\ell'_2 k\ \Omega_2-\Sigma'_2 q|\ell_1\Omega_1-\Sigma_1\rangle\langle\ell'_1 k\ \Omega_1-\Sigma'_1-q|\ell_2\Omega_2-\Sigma_2\rangle;$$

$$J_2 \equiv (\chi_{N_1}\Omega_1(1)\chi_{N_2,-\Omega_2}(2), \ V_{12}\chi_{N_2,-\Omega_2}(1)\chi_{N_1}\Omega_1(2)) =$$

$$= \sum_{(\ell_i,\Sigma_i)} a^{(1)}_{\ell_1\Omega_1-\Sigma_1} a^{(1)}_{\ell'_2\Omega_2-\Sigma'_2} a^{(2)}_{\ell_2\Omega_2-\Sigma_2} a^{(2)}_{\ell'_1\Omega_1-\Sigma'_1} \times$$

$$\times \left[\frac{(2\ell'_1+1)(2\ell'_2+1)}{(2\ell_1+1)(2\ell_2+1)} \right]^{1/2} F^0(n_1\ell_1;\, n'_1\ell'_1;\, n_2\ell_2;\, n'_2\ell'_2) \times$$

$$\times [(1-a-4a\Sigma_1\Sigma_2)\,\delta_{\Sigma_1-\Sigma'_2}\,\delta_{\Sigma_2,-\Sigma'_1} + 2a\,\delta_{\Sigma_1,\Sigma'_2}\,\delta_{\Sigma_2,\Sigma'_1}\,\delta_{\Sigma_1,\Sigma_2}] \times$$

$$\times \sum_{k,q} (-1)^q (2k+1) \langle \ell'_1 k 0 0 | \ell_2 0 \rangle \langle \ell'_2 k 0 0 | \ell_1 0 \rangle \times$$

$$\times \langle \ell'_2 k\, -\Omega_2 + \Sigma'_2\, q | \ell_1 \Omega_1 - \Sigma_1 \rangle \langle \ell'_1 k\, \Omega_1 - \Sigma'_1 - q | \ell_2 - \Omega_2 + \Sigma_2 \rangle \quad .$$

Здесь F^0– радиальные интегралы, выражение для которых дано в [2]; $a_{\ell\,\Omega-\Sigma}$– коэффициенты разложения функций $\chi_{N\Omega}$ по осцилляторным волновым функциям; суммирование в (7) и (8) проводится по всем орбитальным (ℓ) квантовым числам и спиновым (Σ) переменным.

Исследуем асимптотическое поведение J_1 и J_2 при очень больших деформациях (когда Σ становится наряду с Ω хорошим квантовым числом). Рассмотрим два возможных случая:

1. Спины нуклонов антипараллельны, $\Sigma_1 = -\Sigma_2$ (при положительных знаках Ω_1 и Ω_2), Легко видеть из (7) и (8) в J_1 вклад дают лишь спиновые силы, а J_2 совсем не зависит от величины спиновых сил.

2. Спины нуклонов параллельны, $\Sigma_1 = \Sigma_2$ (опять при положительных значениях Ω_1 и Ω_2). В этом случае, наоборот, J_1 не зависит от величины спиновых сил, а в J_2 дают вклад лишь спиновые силы.

Предположим, что мы имеем чистые вигнеровские силы $(a=0)$. Можно найти асимптотическое выражение для ΔE_{12} в виде $(K \neq 0)$:

$$\Delta E_{12} = E_{12}(K = \Omega_1 - \Omega_2) - E_{12}(K = \Omega_1 + \Omega_2) \approx$$

$$\approx \delta_{\Sigma_1,\Sigma_2} \cdot \frac{2\ell_1+1}{2\ell_2+1} \cdot F^0(\ell_1,\ell_2) \sum_{k,q} (2k+1) |\langle \ell_1 k 0 0 | \ell_2 0 \rangle|^2 \times \tag{9}$$

$$\times |\langle \ell_1 k \Omega_1 - \Sigma_1 - q | \ell_2 \Omega_2 - \Sigma_2 \rangle|^2 - \delta_{\Sigma_1,-\Sigma_2} \cdot \frac{2\ell_1+1}{2\ell_2+1} \times$$

$$\times F^0(\ell_1,\ell_2) \sum_{k,q} (2k+1) |\langle \ell_1 k 0 0 | \ell_2 0 \rangle|^2 |\langle \ell_1 k \Omega_1 - \Sigma_1 - q | \ell_2 - \Omega_2 + \Sigma_2 \rangle|^2$$

В зависимости от направлений спинов вклад в расщепление дает один из членов разности (9). Поскольку $F^0(\ell_1,\ell_2) < 0$, получаем, что низшим является состояние с

$K = \Omega_1 - \Omega_2$, если $\Omega_1 = \Lambda_1 \pm 1/2$ $\qquad \Omega_2 = \Lambda_2 \pm 1/2$

и с

$K = \Omega_1 + \Omega_2$, если $\Omega_1 = \Lambda_1 \pm 1/2$ $\qquad \Omega_2 = \Lambda_2 \mp 1/2$.

Причем каждый раз вигнеровские силы сдвигают вверх состояние с параллельными спинами, т.е. расщепление получается несимметричным. Полученные выводы согласуются с феноменологическими правилами [1]. Если $a \neq 0$ в ΔE_{12} появляются добавки двоякого типа. Это, во-первых, члены, дающие расщепление в нечетно-нечетных ядрах, и, во-вторых, члены, обусловленные наличием обменного спинового взаимодействия. И те, и другие члены приводят к уменьшению энергии расщепления. С увеличением a величина ΔE_{12} уменьшается, причем существует критическое значение a, при котором $\Delta E_{12}=0$. В дальнейшем с ростом a расщепление появляется опять, однако, теперь правила сложения моментов становятся такими же, как и в нечетно-нечетных ядрах, т.е. нижайщим становится состояние с параллельными спинами. Численные расчеты показывают, что и в легких и в тяжелых деформированных ядрах $a \approx 0,25$. Поскольку в четно-четных ядрах осуществляются правила (10), можно утверждать, что в нуклон-нуклонном взаимодействии спиновые силы составляют менее 25% общих сил.

С учетом спиновых сил несимметричность расщепления сохраняется. Спиновые силы несколько увеличивают энергию состояния с антипараллельными спинами и понижают энергию состояния с параллельными спинами нуклонов (см. рис. 1). Исследуем случай, когда $K = 0$, т.е. $\Omega_1 = -\Omega_2$. В этом случае в ΔE_{12} дает вклад дополнительный член E'_{12}. Детальное исследование первого слагаемого E'_{12} в (5) проведено в работе Ньюби[5], в которой показано, что чистые вигнеровские силы не дают вклада в это слагаемое, а центральные спиновые силы дают вклад только в случае, когда спины нуклонов антипараллельны.

Во второе слагаемое в (5) вклад дают как вигнеровские, так и спиновые силы, однако тоже только в случае, когда спины нуклонов антипараллельны (асимптотическое правило). Приведем асимптотическое выражение E'_{12} для состояния с антипараллельными спинами нуклонов:

$$
\begin{aligned}
E'_{12} \approx\ & 2aF^0(\ell_1,\ell_2)\sum_{k,q}(2k+1)\langle \ell_1 k 0 0 | \ell_1 0\rangle\langle \ell_2 k 0 0|\ell_2 0\rangle \times \\
& \times \langle \ell_1 k -\Omega+\Sigma_1 q | \ell_1 \Omega-\Sigma_1\rangle\langle \ell_2 k\, \Omega-\Sigma_1 -q|\ell_2 -\Omega+\Sigma_1\rangle - \\
& -(1-2a)F^0(\ell_1,\ell_2)\cdot\frac{2\ell_1+1}{2\ell_2+1}\sum_k (2k+1)|\langle \ell_1 k 0 0|\ell_2 0\rangle|^2 \times \\
& \times |\langle \ell_1 k\, \Omega-\Sigma_1 0 | \ell_2\, \Omega-\Sigma_1\rangle|^2 .
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Если $a = 0$, то асимптотическое $E'_{12} > 0$. Знак вклада E'_{12} в ΔE_{12} зависит от спина и четности состояния. Так, если $I\pi = 0-$, то добавление E'_{12} приводит к уменьшению энергии расщепления (в асимптотике энергии состояния 0^- и $(2\Omega)^-$ очень близки). Наоборот, если $I\pi = 1^-$ $(K = 0)$ вклад E'_{12} увеличивает энергию расщепления состояний 1^- и $(2\Omega)^-$. В этом случае понижается энергия состояния 1^- за счет вклада E'_{12}, т.е. расщепление становится почти симметричным. Кроме того вклад E'_{12} в случае $I\pi = 1^-$ приводит к тому, что эти уровни могут лежать ниже, чем другие двухчастичные уровни. Заметим, однако, что трудно ожидать появления таких уровней в спектрах четно-четных ядер, так как в схеме Нильсона почти нет близких уровней с равными Ω и Σ. Чаще встречаются близкие состояния с равными Ω и противоположными асимптотическими значениями Σ. Вклад же E'_{12} в такие состояния, как отмечено выше, асимптотически мал. По-видимому, для таких состояний весьма существенным оказывается вклад нецентральных сил.

В первом порядке теории возмущений взаимодействие неспаренных нуклонов с парами нуклонов на вырожденных орбитах не дает вклада в расщепление дублетных состояний.

Численные расчеты при тех же значениях параметров g и a, что и в /2/ показывают, что в легких ядрах энергия расщепления может достигать величины 1 Мэв и более; в тяжелых ядрах ΔE_{12} сильно зависит от конфигурации состояния и оказывается порядка 200 Кэв. Для проведения детального сравнения с экспериментом необходимо, по-видимому, выбрать более реалистический потенциал с силами конечного радиуса действия.

В заключение автор выражает глубокую благодарность В.Г. Соловьеву за постоянное внимание и помощь в работе.

Примечание

Л.К. Пекер обратил наше внимание на возможность существования ротационных полос на двухквазичастичных уровнях с K=0 в четно-четных ядрах. Если нуклоны в этом состоянии имеют антипараллельные спины, то энергия уровней ротационной полосы определяются по формуле

$$E = E_0 + \frac{h^2}{2J} I(I+1) + (-1)^I E'_{12} ,$$

где E'_{12} определено в /5/ и /11/, а E_0 - энергия базисного уровня группы. Заметим, что знак E'_{12} противоположен четности состояния. Наличие E'_{12} приводит к понижению уровней 1^-, 3^-, 0^+, 2^+ и т.д. В частности, уровень 1^- (K=0) может лежать ниже уровня 0^-. Подобный случай мы можем иметь в Gd^{156}, если можно наблюдать уровень с конфигурацией $nn\{3/2+[651]|-3/2-[521]|\}$ и энергией ≈ 1,5 Мэв.

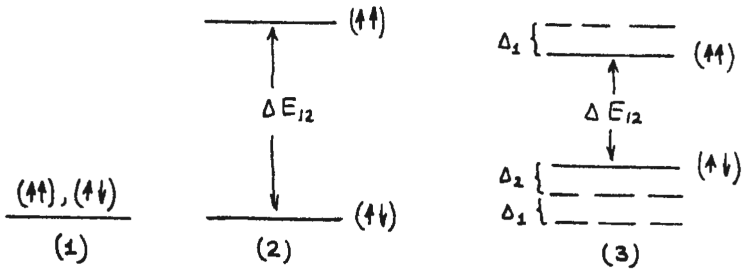

Рис. 1. (1) – вырожденный энергетический уровень без учета взаимодействия неспаренных нуклонов.

(2) – расщепление при $a = 0$;

(3) – расщепление при $a \neq 0$; сдвиг Δ_1, обусловлен обычными спиновыми силами (как и в нечетно-нечетных ядрах), сдвиг Δ_2 дают обменные спиновые силы).

(Стрелками указаны направления спинов нуклонов в соответствующем состоянии).

Литература

1. Лю Юйань, Н.И.Пятов, В.Г.Соловьев, И.Н.Силин, В.И.Фурман. ЖЭТФ, 40, 1503 (1962).
   В.Г.Соловьев. Парные корреляции сверхпроводящего типа в атомных ядрах, Докторская диссертация, препринт ОИЯИ, Р-801, (1961).
   C.J.Gallagher and V.G.Soloviev Mat. Fys. Skr. Vid. Selsk. 2, no. 2 (1962).
2. Н.И.Пятов. Препринт ОИЯИ, Р-999.
3. S.G.Nilsson, Kgl. Dan Vid Selsk, Mat-Fys Medd. 29, no. 16 (см.перевод в сб. "Деформация атомных ядер").
4. A.Bohr, Kgl. Dan Vid Selsk., Mat-Fys. Medd. 26, no. 14 (см. перевод ПСФ 9 (1955)).
5. N.D.Newby. Phys. Rev. 125 2063 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 августа 1962 года.