ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория теоретической физики

Нгуен Ван Хьеу

Р - 1051

# О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ АКСИАЛЬНОЙ КОНСТАНТЫ $\beta$ - РАСПАДА

Nucl. Phys., 1963, v 42, n 1, p 129-133.

Дубна 1962 год

Нгуен Ван Хьеу

Р - 1051



# О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ АКСИАЛЬНОЙ КОНСТАНТЫ $\beta$ - РАСПАДА



Дубна 1962 год

## Аннотация

Рассмотрена перенормировка аксиальной константы $\beta$ -распада в теории с фиксированным нуклоном Чу и Лоу, выражена константа перенормировки $\lambda = -\frac{G_A}{G_V}$ через перенормированную константу пион- нуклонного взаимодействия и полные сечения рас - сеяния $\pi$ -мезонов на нуклоне.

## *Abstract*

*The renormalization of the $\beta$ - decay axial constant in the Chew-Low theory with a fixed nucleon is considered. The renormalization constant $\lambda = -\frac{G_A}{G_V}$ is expressed in terms of the renormalized pion-nucleon interaction constant and of the total cross sections for pion-nucleon scattering.*

## 1. Введение

Для подтверждения полного согласия универсальной $V-A$ теории слабого взаимодействия Фейнмана-Гелл-Манна [1] и Сударшана-Маршака [2] с экспериментом представляет особый интерес вычисление константы перенормировки $\lambda = -G_A/G_V$ аксиальной константы $\beta$ -распада. Из-за известных трудностей в теории сильного взаимодействия точное вычисление этой константы перенормировки пока ещё невозможно. Однако этот вопрос также рассматривался неоднократно в различных моделях сильного взаимодействия. Берштейн, Гелл-Манн и Мишель [3] показали, что в двух из моделей, предложенных Гелл-Манном и Леви [4], можно выразить $\lambda$ в виде матричного элемента в сильном взаимодействии. В работе Бала-Чандрана этот вопрос рассматривался с помощью модели, в которой сильное взаимодействие так же $\gamma_5$ -инвариантно /в смысле $\gamma_5$ -симметрии/, как и слабое взаимодействие. В этом случае $\lambda = 1$ .

В настоящей работе перенормировка аксиальной константы $\beta$ -распада рассматривается в теории с фиксированным нуклоном Чу и Лоу [6]. Мы покажем, что в этой теории можно выразить $\lambda$ через перенормированную константу пион-нуклонного сильного взаимодействия и полные сечения рассеяния $\pi$ -мезонов на протоне.

## 2. Матричный элемент $\beta$ -распада в нерелятивистском приближении

Универсальная $V-A$ -теория [1,2] слабого взаимодействия успешно объяснила экспериментальные данные по $\beta$ -распаду, распаду $\mu$ -мезона и распаду $\pi$ -мезона. Согласно этой теории лагранжиан слабого взаимодействия имеет вид

$$L = G/\sqrt{2}\; J_\mu J_\mu^+ , \qquad /1/$$

где $J_\mu$ -сумма лептонных токов $i\bar{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)e + i\bar{\nu}\gamma_\mu(1+\gamma_5)\mu$ , тока сильно взаимодействующих частиц без изменения странности $j_\mu = j_\mu^V + j_\mu^A$ и тока сильно взаимодействующих частиц с изменением странности $S_\mu = S_\mu^V + S_\mu^A$ . В первом порядке по слабому взаимодействию последний ток не даёт вклада в рассматриваемый процесс. Более того, в нашем случае можно пренебречь эффектами странных частиц, связанными с большими энергиями, и рассматривать только члены с нуклоном и $\pi$ -мезоном в токе $j_\mu$ . Векторная часть $j_\mu^V$ тока сильно взаимодействующих частиц без изменения странности является изотопической компонентой сохраняющегося изовектора [1,7], третья компонента которого пропорциональна изовекторному электромагнитному току этих частиц

$$j_\mu^V = i/\sqrt{2}\quad V_\mu^{(+)} , \qquad /2/$$

$$V_\mu^{(a)} = \bar{N}\tau^a\gamma_\mu N + 2\,\Pi^* T^a \left( \frac{\overleftarrow{\partial}}{\partial x_\mu} - \frac{\overrightarrow{\partial}}{\partial x_\mu} \right) \Pi ,$$

$$N = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} , \quad \Pi = \begin{pmatrix} \pi_+ \\ \pi_0 \\ \pi_- \end{pmatrix} . \qquad /3/$$

При пренебрежении эффектами странных частиц аксиальный ток $j_\mu^A$ также имеет вид

$$j_\mu^A = i/\sqrt{2}\ A_\mu^{(+)}, \qquad /4/$$

$$A_\mu^{(a)} = \bar{N}\,\tau^a \gamma_\mu \gamma_5 N. \qquad /5/$$

Часть лагранжиана, ответственная за $\beta$ -распад, имеет вид

$$L_\beta = \frac{G}{2}\ \bar{e}\gamma_\mu (1+\gamma_5)\nu\,[V_\mu^{(+)} + A_\mu^{(+)}], \qquad /6/$$

а матричный элемент этого распада равен

$$M = \frac{G_V}{\sqrt{2}}\ \bar{u}_e \gamma_\mu (1+\gamma_5) v_\nu \bar{U}_p\ \gamma_\mu (1+\lambda\gamma_5) U_n, \qquad /7/$$

$$\lambda = -G_A/G_V.$$

Сохранение векторного тока требует, чтобы

$$G_V = G. \qquad /8/$$

Теперь перейдем к нерелятивистскому приближению.
В этом случае матричный элемент /7/ становится

$$M = \frac{G_V}{2}\,[\bar{u}_e \gamma_4 (1+\gamma_5)\, v_\nu\, \chi_p^* \,\tau^+ \chi_n + \lambda \bar{u}_e \vec{\gamma} (1+\gamma_5)\, v_\nu \chi_p^*\, i\tau^+ \vec{\sigma}\, \chi_n], \qquad /9/$$

где $\chi_N$ -изотопический и пространственный спинор, характеризующий состояние нуклона $N$. Этот матричный элемент ещё можно написать в следующем виде

$$M = \frac{G}{2}\,[\bar{u}_e \gamma_4 (1+\gamma_5) v_\nu \langle p\,|\,V_4^{(+)}|n\rangle + \bar{u}_e \gamma (1+\gamma_5) v_\nu \langle p\,|\,A^{(+)}|n\rangle, \qquad /10/$$

где $|N\rangle$ обозначает вектор состояния реального нуклона $N$. Обозначим через $Z$ константу перенормировки волновой функции нуклона, $\pi_a(k)$ и $\pi_a^*(k)$ -операторы уничтожения и рождения $\pi$ -мезона с импульсом $k$ и изотопическим индексом $a$. В нерелятивистском приближении соотношения /3/ и /4/ дают

$$V_4^{(a)} = \tau^a Z + 2\sum_k \pi_\sigma^*(k)\, T_{\sigma\tau}^a \pi_\tau(k) \qquad /11/$$

и

$$\vec{A}^{(a)} = i\,\tau^a \vec{\sigma}\, Z. \qquad /12/$$

Из соотношений /8/-/12/ следует, что

$$\chi_{N_2}^* \tau^a \chi_{N_1} = Z\chi_{N_2}^* \tau^a \chi_{N_1} + 2\sum_k \langle N_2|\pi_\sigma^*(k)\, T_{\sigma\tau}^a\, \pi_\tau(k)\,|\,N_1\rangle \qquad /13/$$

и

$$\lambda\,\chi_{N_2}^* \tau^a \vec{\sigma}\, \chi_{N_1} = Z\langle N_2\,|\,\tau^a \vec{\sigma}\,|\,N_1\rangle. \qquad /14/$$

Применение теории Чу-Лоу даёт возможность считать матричные элементы в правых частях /13/, /14/ и поэтому определить $\lambda$.

## 3. Вычисление константы перенормировки $\lambda$

В теории Чу-Лоу гамильтониан системы $\pi N$ имеет вид

$$H = \sum_{k,a} [\pi_a^*(k)\pi_a(k)\omega_k + F_a(k)\pi_a(k) + F_a^*(k)\pi_a^*(k)] , \qquad /15/$$

$$F_a(k) = \begin{cases} i f_0 \vec{\sigma}\vec{k} \tau^a/\sqrt{(2\omega_k)} , & k^2 \le K^2 \\ 0 , & k^2 > K^2 , \end{cases} \qquad /16/$$

где $a = 0, \pm 1$ ; $f_0$ –неперенормированная константа пион-нуклонного взаимодействия; $\omega_k = (k^2 + \mu^2)^{1/2}$ , $\mu$ –масса $\pi$ –мезона. Рассмотрим соотношение /13/ при каком-нибудь $a$ , например $a = 0$ . В этом случае члены обеих частей этого соотношения отличны от нуля только если нуклоны в начальном и конечном состояниях имеют один и тот же заряд. Для определённости рассмотрим случай, когда эти нуклоны являются протонами.

Мы имеем

$$< p \mid \pi_\sigma^*(k)\, T_{\sigma\tau}\, \pi_\tau(k) \mid p > = < p \mid \pi_+^*(k)\pi_+(k) - \pi_-^*(k)\pi_-(k) \mid p > .$$

Из гамильтониана /15/ и перестановочных соотношений следует, что

$$\pi_a(k) \mid p > = - \frac{1}{H + \omega_k} F_a^* \mid p > , < p \mid \pi_a^*(k) = - < p \mid F_a \frac{1}{H + \omega_k} .$$

Согласно определению /16/,

$$F_a^*(k) = - F_{-a}(k) .$$

Поэтому

$$< p \mid \pi_a^*(k)\pi_a(k) \mid p > = \sum_\nu \frac{< p \mid F_{-a}^*(k) \mid \nu > < \nu \mid F_{-a}(k) \mid p >}{(E_\nu + \omega_k)^2} . \qquad /17/$$

С помощью способа Чу и Лоу можно выразить вклад промежуточных однонуклонных состояний в правую часть /17/ через перенормированную константу $f_r$ пион-нуклонного взаимодействия, а вклад остальных промежуточных состояний–через полное сечение рассеяния мезона $\pi_{-a}$ на протона. В результате мы получим

$$Z = 1 + \frac{1}{\pi^2} \int_0^K \frac{k^4 dk}{\omega_k} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^K \frac{\sigma_{\pi^+p}(\ell) - \sigma_{\pi^-p}(\ell)}{\omega_\ell(\omega_\ell + \omega_k)^2} d\ell - \frac{f_n^2}{\mu^2 \omega_k^2} \right] . \qquad /18/$$

Константа $Z$ получилась путем рассмотрения соотношения /13/ при $a = 0$ и $N_1 = N_2 = p$. Однако она не зависит от конкретного выбора этих параметров. При любом другом выборе $a$ , $N_1$ и $N_2$ для $Z$ получится значение /18/.

Аналогичным образом из соотношения /14/ следует, что

$$\lambda = Z \left[ 1 + \frac{\mu^2}{2\pi f_r^2} \int_0^K \frac{\sigma_{\pi^+p}(k) + \sigma_{\pi^-p}(k)}{\omega_k} dk \right]^{-1/2} . \qquad /19/$$

В соотношениях /18/ и /19/ константа перенормировки $\lambda$ выражена через перенормированную константу $f_r$ пион-нуклонного взаимодействия и полные сечения рассеяния $\pi$ –мезонов на нуклоне. Значение $\lambda$ зависит от параметра обрезания $K$ . Однако используя экспериментальные данные /8/ по $\pi N$ –рассеянию и приняв значение $f_r^2/4\pi = 0{,}08$, из формул /18/ и /19/ мы получим $\lambda < 1$ при любом $K$ , что противоречит эксперименту.

Теория Чу-Лоу дает результаты, хорошо согласующиеся с экспериментом при малых энергиях, но она не применима при больших энергиях. Поэтому необходимо использовать не экспериментальные данные по $\pi N$ -рассеянию, а теоретические значения, полученные с помощью этой теории. Лайсон /9/ показал, что если вместо обрезания в /16/ использовать форм-фактор

$$v(k) = (1 + k^2/K^2)^{-1} \quad , \quad K = \mu / 0{,}27 \quad , \qquad /20/$$

$$F(k) = i f_0 \vec{\sigma} \vec{k} \tau^a v(k) / \sqrt{2\omega_k}, \qquad /16/$$

то 33-фаза, полученная в теории Чу-Лоу

$$tg\, \delta_{33} = \frac{4f_n^2}{3\mu^2} \frac{k^3}{\omega_k (1 - \frac{\omega_k}{\omega_0})} [v(k)]^2, \qquad /21/$$

где $\omega_0$ -резонансная энергия, хорошо согласуется с экспериментом. В этом случае вместо /18/ и /19/ мы имеем

$$Z = 1 + \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty [v(k)]^2 \frac{k^4 dk}{\omega_k} \left[ \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sigma_{\pi^+ p}(\ell) - \sigma_{\pi^- p}(\ell)}{[v(\ell)]^2 \omega_\ell (\omega_k + \omega_\ell)^2} d\ell - \frac{f_r^2}{\mu^2 \omega_k^2} \right] \qquad /18/$$

и

$$\lambda = Z \left[ 1 + \frac{\mu^2}{2\pi f_n^2} \int_0^\infty \frac{\sigma_{\pi^+ p}(k) + \sigma_{\pi^- p}(k)}{[v(k)]^2 \omega_k} dk \right]^{-1/2}. \qquad /19/$$

Мы учитываем только вклад сечения упругого рассеяния в состоянии /33/ и принебрегаем вкладами остальных. При этом

$$\sigma_{\pi^- p}(k) = \frac{1}{3} \sigma_{33}(k) \quad ,$$

$$\sigma_{\pi^+ p}(k) = \sigma_{33}(k) \quad ,$$

а $\sigma_{33}(k)$ получается из /21/. В результате мы также получим $\lambda < 1$.

Автор выражает глубокую благодарность проф. М.А.Маркову за интерес к работе, Б.Н.Валуеву и В.А.Мещерякову за обсуждения.

## Литература:


1. Feynman R. and M.Gell-Mann, Phys. Rev. 109. 193 (1958) перевод. см. ПСФ, 4, 1958.
2. E.Sudarshan and R.Marshak, Proc. Inter. Conference at Padova Venezia, 1957 перевод см. ПСФ, 2, 1959.
3. J.Bernstein M.Gell-Mann and Michel L., Nuovo Cim. 16, 560 (1960).
4. M.Gell-Mann. and M.Levy, Nuovo Cim. 16, 705 (1960).
5. A.Balachandran, Nuovo Cim. 23, 428 (1962).
6. G.Chew and F.Low. Phys. Rev. 101, 1579 (1956).
7. С.С.Герштейн, Я.Б.Зельдович, ЖЭТФ, 29, 698 /1955/.
8. V.S.Barashenkov and V.M.Maltsev. Fortsch. der Phys. 9, 549 (1962).
9. W.Layson. CERN, preprint.


Работа поступила в издательский отдел
19 июля 1962 г.