



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Лаборатория ядерных проблем

Л.С. Ажгирей, С.Б. Нурушев

P - 1009

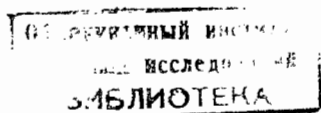
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ
ОБОБЩЕННОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА
ПРИ 660 МЭВ

Дубна 1962 год

Л.С. Ажгирей, С.Б. Нурушев

P - 1009

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ
ОБОВЩЕННОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА
ПРИ 660 МЭВ



Дубна 1962 год

Устанавливается с учетом спин-орбитального взаимодействия связь между амплитудами ядерного рассеяния и параметрами обобщенной дифракционной теории для рассеяния частиц высокой энергии на атомных ядрах, развитой Грейдером и Глассгольдом^{/1/}. Параметры обобщенной дифракционной модели определяются из значений амплитуд рассеяния протонов на ядрах углерода, полученных в работе^{/2/}; обсуждаются спиновые эффекты.

L.S. Azhgirey, S.B. Nurushev

DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF GENERALIZED
NUCLEAR DIFFRACTION MODEL AT 660 MEV

Abstract

In the present investigation a relation between the nucleon-nucleus scattering amplitudes and the parameters of the generalized diffraction mode^{/1/} has been used. By using the experimental results from^{/2/} the parameters of this model have been determined at 660 MeV. The influence of the spin-orbital interaction on the value of the opacity function is discussed.

1. Введение

Для анализа данных по ядерному рассеянию сильно взаимодействующих частиц при высоких энергиях Грейдером и Глассгольдом^{1/} была предложена обобщенная дифракционная модель ядра. Эта модель является дальнейшим обобщением модели "черной сферы", отвечающей полностью непрозрачному ядру. Как известно, амплитуда рассеяния нейтральных бесспиновых частиц на ядре со спином нуль имеет вид:

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} (\eta_{\ell} - 1)(2\ell + 1) P_{\ell}(\cos \theta),$$

где амплитуда /или коэффициент рассеяния/ η_{ℓ} ℓ -той рассеянной волны связана с соответствующим фазовым сдвигом δ_{ℓ} соотношением

$$\eta_{\ell} = \exp(2i\delta_{\ell}).$$

Модель "черной сферы" характеризуется следующими предположениями относительно коэффициента рассеяния:

$$\eta_{\ell} = \begin{cases} 0 & \text{при } \ell \leq L \text{ /максимальное поглощение/,} \\ 1 & \text{при } \ell > L \text{ /возмущение отсутствует/.} \end{cases}$$

Параметр L , таким образом, указывает число полностью поглощающихся парциальных волн.

Характерные черты обобщенной дифракционной модели легче всего проследить, рассматривая коэффициент непрозрачности ядра

$$\beta(\ell) = 1 - \eta^2(\ell),$$

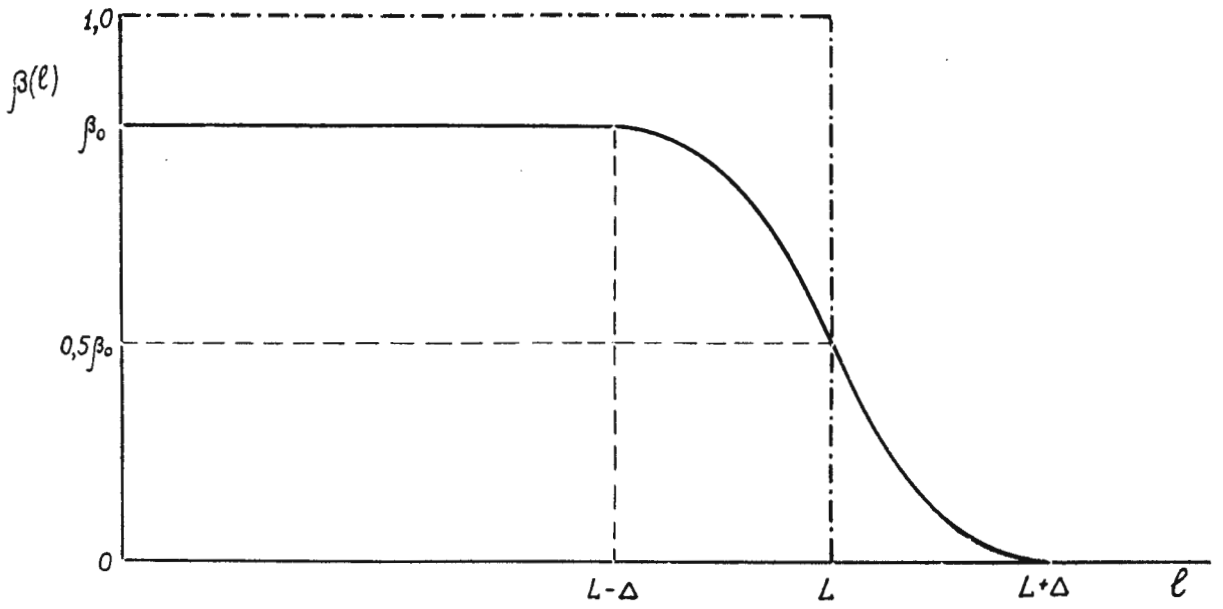
где $\eta(\ell)$ - модуль комплексной амплитуды ℓ -той рассеянной волны:

$$\eta_{\ell} = \eta(\ell) \exp[i\phi(\ell)],$$

а $\phi(\ell)$ - фаза коэффициента рассеяния. Предполагается, что $\beta(\ell)$ является непрерывной монотонной функцией ℓ , плавно изменяющейся от максимального значения в середине ядра до нулевого значения вне ядра /см. рис. 1/; в общем случае поглощение в середине ядра не является полным; реальная часть амплитуды рассеяния отлична от нуля.

Таким образом, обобщенная дифракционная модель характеризуется следующими параметрами: непрозрачностью ядра β_0 при малых ℓ ; числом сильно поглощающихся парциальных волн L , которое соответствует половине высоты распределения $\beta(\ell)$; областью 2Δ сильного изменения $\beta(\ell)$, соответствующей диффузности края ядра. Фаза $\phi(\ell)$ полагается равной постоянной величине при $\eta(\ell) < 1$ / т.е. внутри ядра/ и равной нулю при $\eta(\ell) = 1$ / т.е. вне ядра/. Параметры модели Грейдер и Глассгольд определяют из феноменологического анализа полных сечений и сечений поглощения при рассеянии нейтронов высоких энергий на различных ядрах.

Представляется интересным определить параметры обобщенной дифракционной модели ядра из данных по дифференциальному сечению рассеяния и поляризации. Этот путь приводит к уточнению параметров модели, а использование данных по поляризации позво-



Р и с. 1.

Зависимость коэффициента непрозрачности $\beta(l)$ от номера парциальной волны l . Сплошная линия соответствует модели Грейдера и Глассгольда, штрих-пунктирная — модели "черной сферы".

ляет рассмотреть спиновые эффекты. В работе^{/2/} из данных по дифференциальному сечению и поляризации в рассеянии протонов на углероде при энергии 660 Мэв были определены амплитуды ядерного рассеяния. В настоящей работе, используя связь между амплитудами и фазами ядерного рассеяния, мы определили параметры обобщенной дифракционной модели ядра. При этом учитывается спин-орбитальное взаимодействие, что приводит к "расщеплению" коэффициента непрозрачности ядра.

2. Связь между амплитудами и фазами ядерного рассеяния

Матрица рассеяния частицы со спином 1/2 на ядре со спином нуль имеет вид:

$$M(\theta) = g(\theta) + h(\theta)\sigma_n ,$$

где σ_n - проекция оператора спина на нормаль к плоскости рассеяния. Не зависящая и зависящая от спина амплитуды ядерного рассеяния $g(\theta)$ и $h(\theta)$ определяются выражениями:

$$g(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell=0}^{\infty} \{ (\ell+1)e^{2i\delta_{\ell}^+} + \ell e^{2i\delta_{\ell}^-} - (2\ell+1) \} P_{\ell}(\cos\theta), \quad /1/$$

$$h(\theta) = \frac{1}{2k} \sum_{\ell=0}^{\infty} \{ e^{2i\delta_{\ell}^+} - e^{2i\delta_{\ell}^-} \} P_{\ell}^I(\cos\theta).$$

Здесь δ_{ℓ}^+ и δ_{ℓ}^- - фазовые сдвиги парциальных волн, соответствующие состояниям с полным угловым моментом количества движения $j = \ell + 1/2$ и $j = \ell - 1/2$ соответственно.

Выражения /1/ представляют собой разложения амплитуд ядерного рассеяния по полиномам Лежандра. Используя ортогональность полиномов Лежандра и решая уравнения /1/ относительно амплитуд ℓ -той парциальной волны, соответствующих двум возможным ориентациям спина рассеянной частицы относительно орбитального момента, можно получить:

$$\eta_{\ell}^+ = e^{2i\delta_{\ell}^+} = 1 + ik \int_{-1}^{+1} g(x) P_{\ell}(x) dx + \frac{k}{\ell+1} \int_{-1}^{+1} h(x) P_{\ell}^I(x) dx , \quad /2/$$

$$\eta_{\ell}^- = e^{2i\delta_{\ell}^-} = 1 + ik \int_{-1}^{+1} g(x) P_{\ell}(x) dx - \frac{k}{\ell} \int_{-1}^{+1} h(x) P_{\ell}^I(x) dx .$$

Амплитуды ядерного рассеяния $g(\theta)$ и $h(\theta)$ в области малых углов рассеяния θ /меньших угла первого дифракционного минимума/ можно представить в виде:

$$g(x) = g(0) e^{\alpha_1(x-1)} , \quad /3/$$

$$h(x) = h'(x) \sqrt{1-x^2} = h'(0) \sqrt{1-x^2} e^{\alpha_2(x-1)} .$$

Здесь $g(0)$ и $h'(0)$ - амплитуды рассеяния вперед, $x = \cos\theta$, $\alpha_1 = \frac{k^2 a_1^2}{2}$, $\alpha_2 = \frac{k^2 a_2^2}{2}$, k - волновое число налетающего протона в системе центра масс протон-ядро, a_1 и a_2 - радиальные параметры формфакторов, относящихся к амплитудам ядерного рассеяния.

Подавляющая часть дифракционного рассеяния сосредоточена в области углов до первого дифракционного минимума. Поэтому соотношения /3/ без большой ошибки можно распространить на всю область углов от 0° до π . /Согласно оценке, эта процедура вносит в величину η_0 ошибку не более $1/a$.

Подставляя выражения /3/ в формулы /2/ и выполняя интегрирование, а также учитывая тот факт, что η_{ρ}^{\pm} , $g(x)$ и $h(x)$ в общем случае комплексны, получим:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \eta_{\rho}^{+} &= 1 - k \left\{ \frac{g_{nI}(0)}{a_1} e^{-a_1 \sqrt{\frac{2\pi}{a_1}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_1) - \frac{\ell}{a_2} h'_{nR}(0) e^{-a_2 \sqrt{\frac{2\pi}{a_2}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_2) \right\}, \\ \operatorname{Im} \eta_{\rho}^{+} &= k \left\{ \frac{g_{nR}(0)}{a_1} e^{-a_1 \sqrt{\frac{2\pi}{a_1}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_1) + \frac{\ell}{a_2} h'_{nI}(0) e^{-a_2 \sqrt{\frac{2\pi}{a_2}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_2) \right\}, \\ \operatorname{Re} \eta_{\rho}^{-} &= 1 - k \left\{ \frac{g_{nI}(0)}{a_1} e^{+a_1 \sqrt{\frac{2\pi}{a_1}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_1) + \frac{\ell + 1}{a_2} h'_{nR}(0) e^{-a_2 \sqrt{\frac{2\pi}{a_2}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_2) \right\}, \\ \operatorname{Im} \eta_{\rho}^{-} &= k \left\{ \frac{g_{nR}(0)}{a_1} e^{-a_1 \sqrt{\frac{2\pi}{a_1}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_1) - \frac{\ell + 1}{a_2} h'_{nI}(0) e^{-a_2 \sqrt{\frac{2\pi}{a_2}}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a_2) \right\}. \end{aligned} \quad /4/$$

Здесь $I_{\ell + \frac{1}{2}}(a)$ - функция Бесселя мнимого аргумента с полуцелым индексом. Аналогичные выражения легко получить и в том случае, когда реальные и мнимые части амплитуд $g(\theta)$ и $h(\theta)$ характеризуются формфакторами со своими радиальными параметрами.

Введем функцию

$$F_{\rho}(a) = e^{-a \sqrt{2\pi a}} I_{\ell + \frac{1}{2}}(a).$$

Выражения /4/ тогда можно переписать в виде:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \eta_{\rho}^{+} &= 1 - k \left\{ \frac{1}{a_1} g_{nI}(0) F_{\rho}(a_1) - \frac{\ell}{a_2} h'_{nR}(0) F_{\rho}(a_2) \right\}, \\ \operatorname{Im} \eta_{\rho}^{+} &= k \left\{ \frac{1}{a_1} g_{nR}(0) F_{\rho}(a_1) + \frac{\ell}{a_2} h'_{nI}(0) F_{\rho}(a_2) \right\}, \\ \operatorname{Re} \eta_{\rho}^{-} &= 1 - k \left\{ \frac{1}{a_1} g_{nI}(0) F_{\rho}(a_1) + \frac{\ell + 1}{a_2} h'_{nR}(0) F_{\rho}(a_2) \right\}, \\ \operatorname{Im} \eta_{\rho}^{-} &= k \left\{ \frac{1}{a_1} g_{nR}(0) F_{\rho}(a_1) - \frac{\ell + 1}{a_2} h'_{nI}(0) F_{\rho}(a_2) \right\}. \end{aligned} \quad /5/$$

Функция $F_{\rho}(a)$ удовлетворяет рекуррентному соотношению

$$F_{\rho + 1}(a) = F_{\rho - 1}(a) - \frac{2\ell + 1}{a} F_{\rho}(a).$$

При значениях $a \gg 1$ /при 660 Мэв $a \approx 70$ / с точностью до членов порядка e^{-2a}

$$F_0(a) = 1, \quad F_1(a) = 1 - \frac{1}{a}.$$

В случае отсутствия спин-орбитального взаимодействия соотношения /5/ упрощаются:

$$\operatorname{Re} \eta_{\rho} = 1 - \frac{k}{a} g_{nI}(0) F_{\rho}(a),$$

$$\operatorname{Im} \eta_{\rho} = \frac{k}{a} g_{nR}(0) F_{\rho}(a).$$

При $\ell = 0$, что в классической трактовке соответствует прохождению частицы через центральную область ядра, используя оптическую теорему $g_{nI}(0) = (k\sigma_{\rho})/4\pi$, получим

связь между коэффициентом непрозрачности для центральной области ядра β_0 , полным сечением рассеяния σ_t и дифференциальным сечением рассеяния вперед $\sigma(0) = g_{nR}^2(0) + g_{nI}^2(0)$

$$\beta_0 = 1 - |\eta_0|^2 = \frac{\sigma_t}{\pi a^2} - \frac{4\sigma(0)}{k^2 a^4}.$$

Для фазы ϕ_0 коэффициента рассеяния η_0 при этом получается выражение:

$$\operatorname{tg} \phi_0 = \frac{\operatorname{Im} \eta_0}{\operatorname{Re} \eta_0} = \frac{g_{nR}(0)}{\frac{a}{k} - g_{nI}(0)}.$$

3. Параметры обобщенной дифракционной модели ядра при энергии 660 Мэв

Коэффициент непрозрачности ядра

$$\beta^\pm(\ell) = 1 - |\eta_\ell^\pm|^2$$

и фаза коэффициента рассеяния $\phi^\pm(\ell)$,

$$\operatorname{tg} \phi^\pm(\ell) = \frac{\operatorname{Im} \eta_\ell^\pm}{\operatorname{Re} \eta_\ell^\pm},$$

были рассчитаны для значений амплитуд ядерного рассеяния

$$g_{nR}(0) = (-4,45 \pm 0,39) \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad g_{nI}(0) = (13,41 \pm 0,40) \cdot 10^{-13},$$

$$h'_{nR}(0) = (-8 \pm 10) \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad h'_{nI}(0) = (29,1 \pm 7,2) \cdot 10^{-13}$$

и радиальных параметров

$$a_1 = (2,02 \pm 0,03) \cdot 10^{-13} \text{ см}, \quad a_2 = (2,32 \pm 0,13) \cdot 10^{-13} \text{ см},$$

полученных в работе ^{/2/} /значения амплитуд взяты в системе центра масс/. На рис. 2а показана зависимость коэффициента непрозрачности $\beta(\ell)$ от ℓ . Сплошная линия соответствует коэффициенту $\beta(\ell)$, вычисленному без учета спин-орбитального взаимодействия, штриховые линии - коэффициентам $\beta^+(\ell)$ и $\beta^-(\ell)$, при вычислении которых спин-орбитальное взаимодействие учитывалось. Видно, что учет спин-орбитального взаимодействия приводит к "расщеплению" коэффициента непрозрачности ядра на два коэффициента $\beta^+(\ell)$ и $\beta^-(\ell)$, соответствующие взаимодействиям с различными ориентациями спина налетающего протона относительно орбитального момента количества движения. При значениях ℓ , близких к 0, такое расщепление отсутствует. Это соответствует наглядному представлению о том, что поляризация является поверхностным эффектом. Протоны со спином, параллельным орбитальному моменту, имеют больший радиус взаимодействия с ядром, чем протоны со спином, антипараллельным орбитальному моменту. Поэтому они рассеиваются по-разному, что и приводит к возникновению поляризации. Этот факт впервые отметил Ферми ^{/3/}, который для описания поляризации нуклонов ввел, кроме центрального потенциала, дополнительное спин-орбитальное взаимодействие на краю ядра.

На рис. 2б показана зависимость $\cos \phi(\ell)$ от ℓ , причем, как и раньше, сплошная линия относится к случаю, когда спиновыми эффектами пренебрегалось. Фаза $\phi(\ell)$ изменяется от -200° в середине ядра до 0° на краю ядра, причем она близка к нулю уже в начале диффузной области края ядра.

Как видно из рис. 2а, $\beta(\ell)$ уменьшается в два раза при $L \sim 14$. Этому значению орбитального момента в квазиклассическом приближении можно сопоставить значение радиуса

ядра углерода $R \approx \frac{L}{k} \approx 2,4 \cdot 10^{-13}$ см. Диффузная область края ядра имеет ширину $2\Delta \approx 10$, что соответствует толщине поверхностного слоя $t \approx \frac{2\Delta}{k} \approx 1,8 \cdot 10^{-13}$ см. Эти оценки согласуются с данными, полученными из других экспериментов^{/4/}.

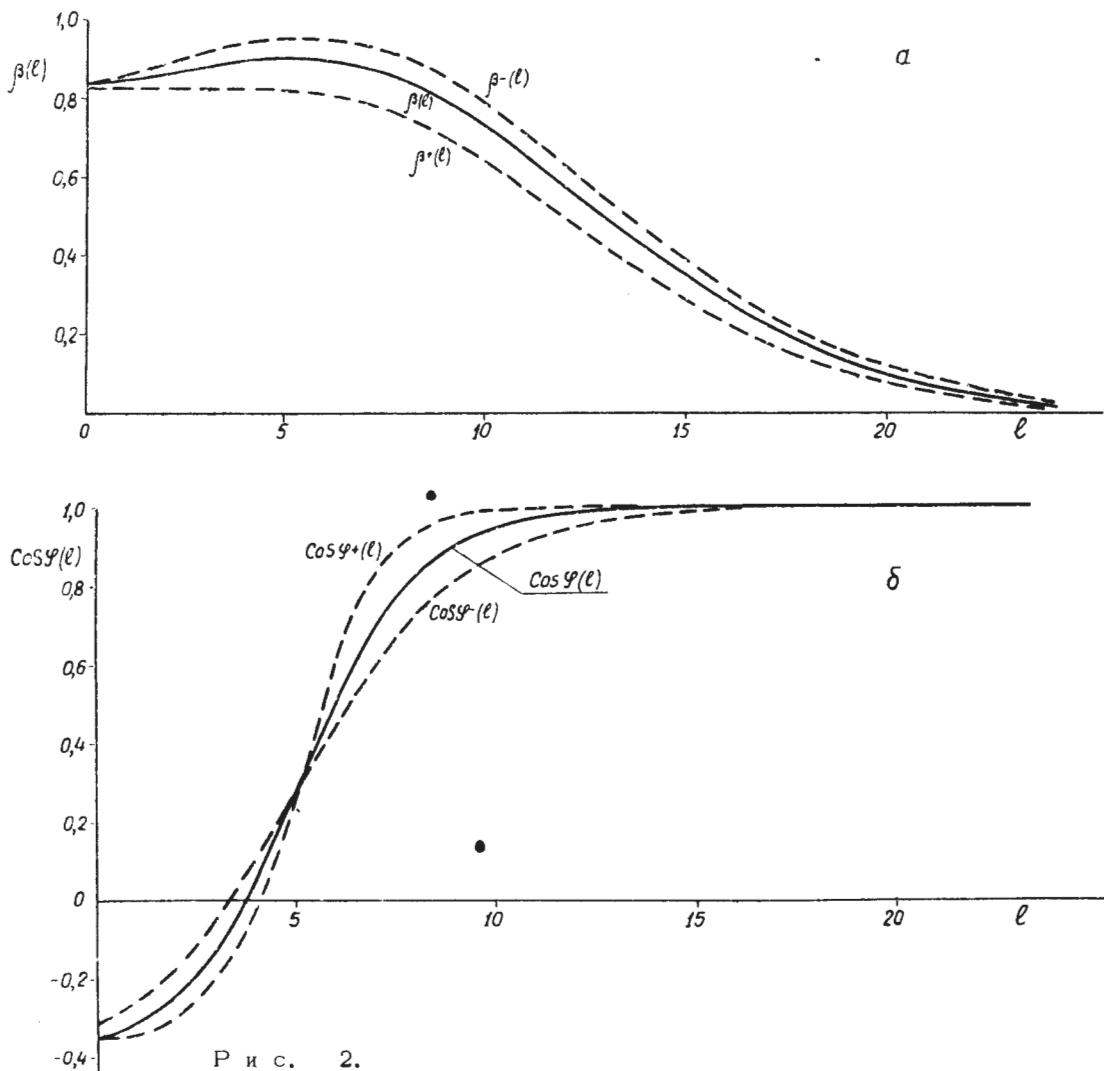
Значение коэффициента непрозрачности в середине ядра β_0 оказывается равным $\beta_0 = 0,84$. Эта величина хорошо согласуется со значением $\beta_0 = 0,89$, полученным в работе^{/1/} для энергии 700 Мэв.

Авторы выражают благодарность С.М. Биленькому и М.Г. Мещерякову за ряд полезных замечаний.

Л и т е р а т у р а

1. K.B.Greider, A.E.Glassgold. Ann. Phys., 10, 100 (1960).
2. Д.С. Ажгирей, Ю.П. Кумекин, М.Г. Мещеряков, С.Б. Нурушев, Хуан Дэ-цян. ЖЭТФ (в печати).
3. E.Fermi. Nuovo Cim., 2, Suppl., 17 (1955).
4. J.Greife. Phys. Rev., 104, 225 (1956).

Рукопись поступила в издательский отдел
13 июня 1962 года.



Р и с. 2.

Коэффициент непрозрачности (а) и косинус фазы коэффициента η_p (б) в зависимости от l , вычисленные для ядра углерода по данным работы^{/2/}. Сплошные линии относятся к $\beta(l)$ и $\cos \phi(l)$, вычисленным без учета, а штриховые - с учетом спин-орбитального взаимодействия.