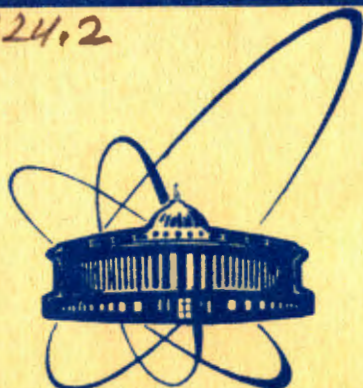


85-197.2

С324.2



сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

3758/85

E2-85-197

L.G.Zastavenko

NEW EQUATION IN THE $g\varphi^4$ MODEL

1985

Consideration of the $g\phi^4$ model defined by the Lagrangian

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi(x))^2 + \frac{1}{2}M^2\phi^2(x) + g\phi^4(x) \quad (1)$$

is reduced to determining the propagator $G(p, g, M^2, \ell)$ and higher-order Green functions determination. The propagator determines the mass of a particle defined by the model; and higher-order Green functions - bound states and scattering matrix. The propagator defined by the formula ($S = \int \mathcal{L} dx$)

$$G(p, g, M^2, \ell) \delta(0) = \int \Phi(p) \Phi(-p) e^{-S} \delta\phi / \int e^{-S} \delta\Phi \quad (2)$$

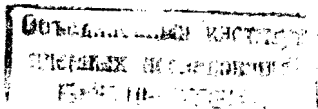
may be determined as a solution of the equation

$$\begin{aligned} G(p, \dots)^{-1} = & p^2 + M^2 + 12g \text{ (loop)} - 96g^2 \text{ (self-energy)} + \\ & + 2(12g)^3 \text{ (two-loop)} - 2(12g)^4 \text{ (three-loop)} - \\ & - 4(12g)^4 \text{ (four-loop)} - 4(12g)^4 \text{ (four-loop)} + \dots \end{aligned} \quad (3)$$

Here to every internal line there corresponds an integral $\int G(q_j, \dots) dq_j$ over the sphere $q_j^2 < \ell^2$, and to every vertex but one in a given diagram the function $\delta(\sum_1^j q_j)$. The higher-order Green functions may be expressed in terms of the propagator; for the four-leg amputated Green function, e.g., one has

$$\begin{aligned} G(p_1, p_2, p_3, p_4; g, M^2, \ell; G) = & -24g \text{ (cross)} + 6 \cdot (12g)^2 \text{ (fish)} \\ & - 6(12g)^3 \text{ (sunset)} - 24 \cdot (12g)^3 \text{ (box)} + \dots \end{aligned} \quad (4)$$


Here the latter of G_4 arguments, G , points to the G_4 dependence on propagator G (to every internal line in eq. (4) there corresponds the propagator, c.f. eq. (3)).



1. Our aim in this work is to attract attention to the fact that eq. (3) may be rewritten in the closed form

$$G(p, g, M^2, \ell)^{-1} = p^2 + M^2 + 12g \text{ (diagram)} + 4g \int \prod_1^3 (G(q_j, \dots) dq_j) G_4(q_1, q_2, q_3, p; \dots) \delta(p + \sum_1^3 q_j). \quad (5)$$

From the latter equation it follows that one may omit in eq. (3) the terms of order g^n , $n > 2$ at the cost of substituting the four-leg Green function G_4 for one of vertices in the diagram


—  — A straightforward substitution of eq. (4) into eq. (5) allows one to verify eq. (5) up to terms of order g^4 .

2. Our statement may be transformed as follows: Let us rewrite eq. (3) in the form

$$G(p, \dots)^{-1} = p^2 + M^2 + 12g \text{ (diagram)} - \delta F / \delta G(p, \dots), \quad (6)$$

where

$$F = \frac{(12g)^2}{6} \text{ (diagram)} - \frac{(12g)^3}{3} \text{ (diagram)} + \frac{(12g)^4}{4} \text{ (diagram)} + (12g)^4 \text{ (diagram)} + O(g^5). \quad (7)$$

The comparison with eq. (4) shows that one can obtain the Green function $G_4(\dots)$ by cutting-off one vertex of F and multiplying the result by $-1/(2g)$ (in the diagram  one has subsequently cut-off vertices 1 and 2, in diagram $\sim g^3$ one has subsequently cut-off vertices 1, 2, 3, and so on). It is easy to see that the latter statement with eq. (7) is equivalent to eq. (5).

3. Equation (5) is similar to the Dyson equation:

$$G(p, \dots)^{-1} = i\hat{p} + m + \delta m - e \int \gamma_\mu G(p-k) \times \Gamma_\nu(p-k, p; k; \dots) D_{\mu\nu}(k, \dots) d^4k$$

in QED (here Γ_ν is a vertex function).

В Объединенном институте ядерных исследований начал выходить сборник "Краткие сообщения ОИЯИ". В нем будут помещаться статьи, содержащие оригинальные научные, научно-технические, методические и прикладные результаты, требующие срочной публикации. Будучи частью "Сообщений ОИЯИ", статьи, вошедшие в сборник, имеют, как и другие издания ОИЯИ, статус официальных публикаций.

Сборник "Краткие сообщения ОИЯИ" будет выходить регулярно.

The Joint Institute for Nuclear Research begins publishing a collection of papers entitled *JINR Rapid Communications* which is a section of the *JINR Communications* and is intended for the accelerated publication of important results on the following subjects:

- Physics of elementary particles and atomic nuclei.
- Theoretical physics.
- Experimental techniques and methods.
- Accelerators.
- Cryogenics.
- Computing mathematics and methods.
- Solid state physics. Liquids.
- Theory of condensed matter.
- Applied researches.

Being a part of the *JINR Communications*, the articles of new collection like all other publications of the Joint Institute for Nuclear Research have the status of official publications.

JINR Rapid Communications will be issued regularly.



СООБЩЕНИЯ, КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ, ПРЕПРИНТЫ И СБОРНИКИ ТРУДОВ КОНФЕРЕНЦИЙ, ИЗДАВАЕМЫЕ ОБЪЕДИНЕННЫМ ИНСТИТУТОМ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ, ЯВЛЯЮТСЯ ОФИЦИАЛЬНЫМИ ПУБЛИКАЦИЯМИ.

Ссылки на СООБЩЕНИЯ и ПРЕПРИНТЫ ОИЯИ должны содержать следующие элементы:

- фамилии и инициалы авторов,
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс публикации,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы /при необходимости/.

Пример:

1. Первушин В.Н. и др. ОИЯИ, P2-84-649, Дубна, 1984.

Ссылки на конкретную СТАТЬЮ, помещенную в сборнике, должны содержать:

- фамилии и инициалы авторов,
- заглавие сборника, перед которым приводятся сокращенные слова: "В кн."
- сокращенное название Института /ОИЯИ/ и индекс издания,
- место издания /Дубна/,
- год издания,
- номер страницы.

Пример:

Колпаков И.Ф. В кн. XI Международный симпозиум по ядерной электронике, ОИЯИ, Д13-84-53, Дубна, 1984, с.26.

Савин И.А., Смирнов Г.И. В сб. "Краткие сообщения ОИЯИ", № 2-84, Дубна, 1984, с.3.

Заставенко Л.Г.

E2-85-197

Новая формула в модели $g\phi^4$

Утверждается, что в модели $g\phi^4$ справедлива формула

$$G(p, g, \ell, M^2)^{-1} = p^2 + M^2 + 12g \int_{s^2 < \ell^2} G(s, g, M^2, \ell) ds +$$

$$+ 4g \int_{q_1^2, q_2^2, q_3^2 < \ell^2} Q(q_1, \dots) G(q_2, \dots) G(q_3, \dots) \delta(q_1 + q_2 + q_3 + p) \prod_{i=1}^3 dq_i \times$$

$$\times G_4(p_1, q_1, q_2, q_3; g, M^2, \ell; G),$$

связывающая пропагатор G и /ампутированную/ четыреххвостку G_4 . Эта формула подобна уравнениям Дайсона в квантовой электродинамике.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ. Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Zastavenko L.G.

E2-85-197

New Equation in the $g\phi^4$ Model

We state, in the $g\phi^4$ model, the equation

$$G(p, g, M^2, \ell)^{-1} = p^2 + M^2 + 12g \int_{s^2 < \ell^2} G(s, g, M^2, \ell) ds +$$

$$+ 4g \int_{q_1^2, q_2^2, q_3^2 < \ell^2} \left(\prod_{i=1}^3 G(q_i, \dots) dq_i \right) \delta(q_1 + q_2 + q_3 + p) \times$$

$$\times G_4(q_1, q_2, q_3, p; g, M^2, \ell; G)$$

to hold. Here $Q(\dots)$ is the propagator of the model, $G_4(q_1, q_2, q_3, p; \dots)$ is an amputated 4-leg Green function. This formula is similar to the Dyson equations in QED.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna 1985