СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Д2-96-501

В.Н.Стрельцов

ЛОРЕНЦ-КОВАРИАНТНАЯ ТЕОРИЯ ТЯГОТЕНИЯ

1996

Введение

Выявленные недавно [1,2] новые и, по-видимому, непреодолимые трудности общей теории относительности (ОТО) делают насущным дальнейшее развитие лоренц-ковариантной теории тяготения (ЛКТТ). Основой этой теории служит релятивистский (4-векторный) потенциал Ньютона. Что касается напряженности гравитационного поля, то здесь существуют две возможности. В случае антисимметричного тензора поля мы имеем «электромагнитоподобную» теорию гравитации, которая фактически и обсуждается в литературе (см., например, [3]). Следует отметить, что первые попытки ее построения предпринял еще Хевисайд [4]. В свое время эта проблема обсуждалась также Лоренцем [5], Пуанкаре [6], Минковским [7] и др.

Ниже рассматривается альтернативный вариант ЛКТТ, когда тензор гравитационного поля описывается симметричным 4-тензором 2-го ранга.

1. Гравитационный потенциал

В рамках ЛКТТ релятивистское уравнение Пуассона имеет вид

$$\Box g^i = 4\pi G J^i. \qquad (1)$$

Здесь справа фигурирует гравитационная постоянная G и 4-вектор плотности тока массы, откуда следует, что релятивистский потенциал тяготения также должен описываться 4-вектором. В частности, само выражение для гравитационного (запаздывающего) потенциала [8]

$$g^i = -G\frac{MU^i}{R^i U_i} \qquad (2)$$

может быть получено с помощью лоренц-преобразования потенциала Ньютона Φ ($= g^0$ в системе покоя). Здесь M — масса движущейся частицы, U^i — ее 4-скорость, R^i — запаздывающее (световое) расстояние, $i = 0,1,2,3$.

Отметим также, что полные энергия и импульс частицы с массой m и 4-скоростью u^i в гравитационном поле описываются формулой:

$$P^i = p^i + p_g^i = m(u^i + g^i / c). \qquad (3)$$

Заметим, кроме того, что для запаздывающих потенциалов известное условие Лоренца, в общем, не выполняется.

2. Тензор гравитационного поля

В ЛКТТ, развиваемой автором, напряженность гравитационного поля описывается симметричным 4-тензором 2-го ранга [9]:

$$G_{ik} = \partial_i g_k + \partial_k g_i - g_{ik}\partial_j g^j. \tag{4}$$

Здесь $\partial_i g_k = \partial g_k / \partial x^i$, g_{ik} — метрический тензор. В частности, в системе покоя тензор гравитационного поля имеет вид

$$G^*_{ik} = \begin{pmatrix} \partial_0 g_0 & \partial_1 g_0 & \partial_2 g_0 & \partial_3 g_0 \\ \partial_1 g_0 & \partial_0 g_0 & 0 & 0 \\ \partial_2 g_0 & 0 & \partial_0 g_0 & 0 \\ \partial_3 g_0 & 0 & 0 & \partial_0 g_0 \end{pmatrix}. \tag{5}$$

При этом, как видно,

$$G^*_{00} = G^*_{11} = G^*_{22} = G^*_{33}. \tag{6}$$

На основании (2) и (4) для «запаздывающего» тензора гравитационного поля (в отсутствие ускорения) получим

$$G^{ik} = G\frac{Mc^2}{(R^i U_i)^3}(R^i U^k + R^k U^i - g^{ik} R^j U_j). \tag{7}$$

Кроме того, след G_{ik}, т.е. инвариант

$$G^i_i = -2\partial_k g^k.$$

При выполнении условия Лоренца эта величина, очевидно, обращается в нуль.

Релятивистская сила тяготения. На основании ковариантного выражения

$$F^i = -mG^{ik}u_k / c = -G^{ik} p_k / c, \tag{8}$$

где u_k — 4-скорость пробной частицы массой m, для релятивистской силы Ньютона имеем:

$$\mathbf{F} = -G\frac{mM\Gamma^{-2}\gamma}{R^2(1-\mathbf{nB})^3}[\mathbf{n}(1-\boldsymbol{\beta}\,\mathbf{B}) + \mathbf{B}(1-\mathbf{n}\boldsymbol{\beta}) - \boldsymbol{\beta}(1-\mathbf{nB})], \tag{9}$$

где $\mathbf{n} = \mathbf{R}/R$, $\boldsymbol{\beta} = u^\alpha / u^0$, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$, $\mathbf{B} = U^\alpha / U^0$, $\Gamma = (1-B^2)^{-1/2}$, $\alpha = 1,2,3$. Или, в случае $\mathbf{B} = 0$,

$$\mathbf{F} = -G\frac{mM\gamma}{R^2}(\mathbf{n} - \boldsymbol{\beta}). \tag{9'}$$

В нерелятивистском пределе, как это следует из (5), имеем только четыре независимые компоненты, которые можно условно обозначить как $\mathbf{E}_g = G_{0\alpha}$, $H_g = G_{00}$. Тогда соответствующую формулу для силы можно представить в виде

$$\mathbf{F} = m\left(\mathbf{E}_g - \frac{\mathbf{v}}{c}H_g\right). \tag{9''}$$

В рамках ЛКТТ при расчете аномального векового смещения перигелия Меркурия, в общем, необходимо использовать выражение (9) для силы. При этом, на первый взгляд, можно ожидать значительного влияния последнего слагаемого, зависящего от первой степени β. Однако здесь нужно учесть, что оно меняет знак в зависимости от того, приближается или удаляется пробное тело по отношению к «массивному».

С другой стороны, формально, согласно (8) гравитационное поле, казалось бы, должно воздействовать и на световой импульс. Это должно сопровождаться изменением полной энергии фотонов (за счет изменения потенциальной энергии). Но если масса фотона равна нулю, то его гравитационная потенциальная энергия (как произведение массы на потенциал) также должна быть равна нулю.

3. Уравнение гравитационного поля

Вычисление 4-дивергенции тензора гравитационного поля (4) с привлечением релятивистского уравнения Пуассона (1) приводит нас к первому уравнению поля:

$$\frac{\partial G^{ik}}{\partial x^k} = \frac{4\pi}{c} G J^i. \tag{10}$$

Как видно, оно очень похоже на соответствующее уравнение Максвелла.

Что касается второго уравнения, то оно имеет форму

$$G^k_j \frac{\partial G^{ji}}{\partial x^k} = 0. \tag{11}$$

Это выражение (в отличие от соответствующего уравнения электромагнитного поля) является нелинейным. Можно сказать, что здесь имеет место своего рода преемственность с ОТО.

4. Тензор энергии-импульса

Как следствие симметрии G^{ik} тензор энергии-импульса гравитационного поля имеет вид [10]:

$$T^{ik} = -G^{il}G^k_l / 4\pi G. \tag{12}$$

В системе покоя, где $T_*^{0\alpha}=0$, имеем:

$$T_*^{ik}=\frac{1}{4\pi G}\begin{pmatrix}(G^{0i})^2 & 0 & 0 & 0\\ 0 & (G^{10})^2-(G^{11})^2 & G^{10}G^{02} & G^{10}G^{03}\\ 0 & G^{20}G^{01} & (G^{20})^2-(G^{22})^2 & G^{20}G^{03}\\ 0 & G^{30}G^{01} & G^{30}G^{02} & (G^{30})^2-(G^{33})^2\end{pmatrix}. \quad (13)$$

Отметим, что пространственные компоненты $T^{\alpha\beta}$ тензора энергии-импульса составляют трехмерный тензор плотности потока импульса, или тензор «гравитационных напряжений».

Нетрудно показать, что вычисление 4-дивергенции тензора энергии-импульса с учетом уравнений поля (10), (11) приводит к равенству

$$\frac{\partial T^{ik}}{\partial x^k}=\frac{1}{c}G^{il}J_l, \quad (14)$$

которое очень напоминает соответствующее электродинамическое соотношение. В случае отсутствия материи, т.е. для свободного гравитационного поля, правая часть обращается в нуль.

Возьмем теперь кинетический тензор (тензор энергии-импульса системы невзаимодействующих частиц)

$$\Theta^{ik}=(J^iu^k+J^ku^i)/2. \quad (15)$$

Образуем его 4-дивергенцию. Тогда, принимая во внимание уравнение неразрывности для «тока массы»

$$\partial J^k/\partial x^k=0 \quad (16)$$

и соотношение $J^i=\mu^*u^i$, где μ^* — собственная плотность массы, получим

$$\frac{\partial\Theta^{ik}}{\partial x^k}=\mu^*c\,\frac{du^i}{d\tau}. \quad (17)$$

Привлекая (8), которое с учетом равенства $F^i=mdu^i/d\tau$ запишем в форме

$$\frac{du^i}{d\tau}=-\frac{1}{c}G^{ik}u_k, \quad (18)$$

найдем, что полный тензор энергии-импульса гравитационного поля и вещества сохраняется:

$$\frac{\partial}{\partial x^k}(T^{ik}+\Theta^{ik})=0. \quad (19)$$

5. Принцип пропорциональности

Полная энергия частицы, помещенной в гравитационное поле, создаваемое массивным телом с массой M, уменьшается согласно (3):

$$E=mc^2(1-GM/Rc^2). \quad (20)$$

Пусть эта частица представляет собой атом или другой излучатель света. Как было замечено ранее [9], уменьшение полной энергии излучателя должно приводить к пропорциональному уменьшению энергии (частоты) излучаемого света. Действительно, в предельном случае нулевой полной энергии источник вообще не сможет излучать. Иначе говоря, для частоты света, испускаемого в поле тяготения, имеем:

$$\nu_g=a\nu=\nu(1+g^0/c^2). \quad (21)$$

Здесь ν — частота света в отсутствие гравитационного поля, a — отмеченный коэффициент пропорциональности (отношение соответствующих полных энергий излучателя). Как известно, опыты Паунда — Ребке — Снайдера [11,12], основанные на использовании эффекта Мессбауэра, подтверждают эту формулу.

6. Гравитационное удлинение масштабов

С учетом того, что в ЛКТТ скорость света в гравитационном поле не изменяется, на основании формул

$$c=\lambda_g\nu_g \quad (22)$$

и (21) для длины волны имеем

$$\lambda_g=\lambda(1+g^0/c^2)^{-1}. \quad (23)$$

Этот же результат может быть получен и в рамках ОТО на основании принципа эквивалентности [13].

Согласно формуле (23), например, свет, приходящий от источника, расположенного на поверхности Солнца, обладает длиной волны большей, чем свет, испускаемый теми же атомами на Земле. Проще говоря, формула (23) выражает хорошо известный эффект — гравитационное, или красное смещение спектральных линий, предсказанное еще Эйнштейном [14].

Здесь, однако, мы хотим обратить внимание на следующее. В настоящее время за эталон длины («микромасштаб») фактически принята длина волны оранжевой линии криптона-86. Поэтому предыдущий результат, в частности, может быть истолкован как увеличение микромасштаба в гравитационном поле [15]. Следует особо подчеркнуть, что этот вывод находится в логическом соответствии с эффектом удлинения движущихся масштабов, являющимся следствием концепции ковариантной локационной длины [16]. Впрочем, если представить себе масштаб (стержень), ориентированный вдоль гравитационного поля, то его удлинение будет выглядеть вполне естественным. Действительно, ближний к источнику поля конец стержня будет притягиваться сильнее, чем другой, удаленный конец.

Заключение

Основой ЛКТТ служит релятивистский (4-векторный) потенциал Ньютона. В рассмотренном варианте теории напряженность гравитационного поля описывается симметричным 4-тензором 2-го ранга, который в нерелятивистском пределе имеет четыре независимые компоненты. Величина силы тяготения оказывается зависящей от того, движется ли пробное тело по или против направления поля. Само гравитационное поле описывается двумя уравнениями. Тензор энергии-импульса поля удовлетворяет законам сохранения и имеет в покое (как и в электродинамике) семь независимых компонент. Уменьшение частоты излучаемого в гравитационном поле света — следствие принципа пропорциональности. Соответствующее увеличение длины волны (микромасштаба) находится в логическом соответствии с релятивистским удлинением движущихся масштабов (вытекающим из концепции ковариантной (локационной) длины).

Литература

1. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-96-427, Dubna, 1996.
2. Ibid., P2-96-435.
3. Jefimenko O.D. — Causality, Electromagnetic Induction, and Gravitation. Electret Sci., Star City, 1992.
4. Heaviside O. — The Electrician, 1893, v.31, p.281, 359.
5. Lorentz H.A. — Versl. Kon. Akad. Wet. Amsterdam, 1900, v.8, p.603.
6. Poincare H. — Rend. Circ. Mat. Palermo, 1906, v.21, p.129.
7. Minkowski H. — Phys. Z., 1909, v.10, p.104.
8. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-94-326, Dubna, 1994.
9. Ibid., D2-96-353, 1996.
10. Ibid., P2-96-461.
11. Pound R.W., Rebka G.A., Jr. — Phys. Rev. Lett., 1960, v.7, p.337.
12. Pound R.W., Snider J.L. — Phys. Rev., 1965, v.140B, p.788.
13. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-96-435, Dubna, 1996.
14. Einstein A. — Jahrb. Radioakt. Elekt., 1907, v.4, p.411.
15. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-96-261, Dubna, 1996.
16. Idem — Found. Phys., 1976, v.6, p.293.

Рукопись поступила в издательский отдел
30 декабря 1996 года.