

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

96-427

Д2-96-427

В.Н.Стрельцов

НЕСОСТОЯТЕЛЬНОСТЬ
ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1996

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы, о которых пойдет речь ниже, касаются самих основ общей теории относительности (ОТО) и ранее уже затрагивались автором [1,2]. Для удобства читателей все недавно выявленные трудности и противоречия ОТО представлены в совокупности. Что касается убежденных сторонников этой теории, то они смогут найти здесь проблему по своему вкусу.

1. НЕКОВАРИАНТНОСТЬ ЗАКОНА ИНЕРЦИИ ЭНЕРГИИ*

В «Автобиографических заметках», опубликованных в 1949 г., вспоминая о начальном этапе работы по созданию релятивистской теории тяготения, Эйнштейн пишет: «...из общих соображений частной теории относительности было ясно, что инертная масса физической системы при увеличении полной энергии (в частности, при увеличении кинетической энергии) должна возрастать» [4].

Эта фраза подтверждает, что при создании ОТО понятие массы, растущей с увеличением энергии, служило для Эйнштейна отправной точкой.

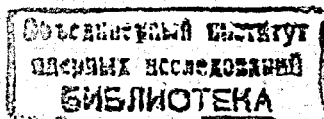
Напомним, что закон, или принцип, пропорциональности (эквивалентности) массы и энергии, или закон инерции энергии ЗИЭ, считается одним из главнейших результатов специальной теории относительности (СТО). Математически он выражается знаменитой эйнштейновской формулой

$$E = mc^2. \quad (1)$$

Впервые утверждение о том, что каждой энергии E следует приписывать инертную массу E/c^2 [5], было высказано Эйнштейном еще в «доковариантный» период СТО, т.е. до ее четырехмерной формулировки.

Хотя ЗИЭ считается следствием теории относительности, он противоречит самой ее сути. Эквивалентность массы и энергии имеет место только в покоящейся системе отсчета, когда материальное тело после потери энергии (скажем, в форме излучения) остается в покое. Во всех же других инерциальных системах, поскольку масса — лоренцев скаляр (инвариант), а энергия — компонента 4-вектора, такая эквивалентность уже не имеет места. Больше

*В этой связи см. также [3].



того, если любой массе отвечает энергия, то не любой энергии отвечает масса.

Таким образом, эйнштейновская формула (1) справедлива только в системе покоя. В общем же лоренц-ковариантное соотношение между массой и энергией имеет вид [6]

$$E = mc^2 dt / d\tau = m\gamma c^2, \quad (2)$$

где τ — собственное время, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ — лоренц-фактор и βc — скорость движения физического объекта. Формула Минковского (2) является просто временной компонентой знакомого ковариантного выражения (см., например, [7a])

$$p^i = mu^i, \quad (3)$$

где слева фигурирует 4-вектор энергии-импульса $p^i = (E/c, \mathbf{p})$, а справа — 4-скорость $u^i = dx^i / d\tau$, $i = 0, 1, 2, 3$. Здесь прямо видно, что m — это лоренцев скаляр (инвариант).

Следует, впрочем, заметить, что в известных лекциях Эйнштейна [8] также фигурирует формула (3). Однако там же немного дальше мы читаем: «Масса тела не постоянна, она меняется вместе с его энергией», т.е. здесь m уже как бы утрачивает свойства инварианта. А еще ниже читаем, что если разложим E по степеням β^2 , то получим ($c = 1$):

$$E = m + \frac{m}{2} \beta^2 + \frac{3}{8} m \beta^4 + \dots \quad (4)$$

т.е. утраченная было инвариантность массы «возвращается». Подобную непоследовательность мы имеем и в современных книгах, где излагается теория относительности.

2. ГРАВИТАЦИОННЫЙ ПОТЕНЦИАЛ НЕ МОЖЕТ БЫТЬ ТЕНЗОРОМ

Масса не может быть 4-вектором. Предыдущее утверждение вряд ли вызовет у кого-нибудь возражение. Этого нельзя сказать о другом утверждении, согласно которому масса является инвариантной величиной (независимой от скорости). Очевидно, что последнее положение прямо противоречит бытующему представлению о релятивистском росте массы со скоростью. Между тем второе утверждение является попросту «ковариантным» следствием первого. Дело в том, что зависимость некоторой физической величины от скорости автоматически означает, что эта величина является компонентой 4-вектора (или 4-тензора). Одну компоненту имеет только скаляр (инвариантная величина). Поэтому рост массы со скоростью означает наличие еще трех прост-

ранственных компонент, которые могут принимать и отрицательные значения и т.п.

Релятивистское обобщение выражения для потенциальной энергии ($P^0 c$) частицы массой m в гравитационном поле с потенциалом $g (= g^0)$ определяется временной компонентой формулы

$$P^i = mg^i, \quad (5)$$

являющейся, очевидно, аналогом «кинетического» выражения (3). Как следует из (5), признание инвариантности массы («гравитационного заряда») с необходимостью ведет к 4-векторному потенциалу тяготения.

Возможные возражения здесь связаны с представлением соответствующей (5) формулы в виде $P^i = mh^{ik} u_k$. Правда, в этом случае утрачивает смысл само понятие потенциальной энергии как энергии, зависящей только от положения во внешнем поле. Действительно, согласно последней формуле «потенциальная» энергия оказывается зависящей также от кинетической характеристики — скорости частицы. С другой стороны, это выражение можно представить в виде $P^i = m_k h^{ik}$, где $m_k = mu_k$ — 4-вектор массы. Откуда ясно видно, что тензорный потенциал тяготения, образно говоря, является «порождением» 4-вектора массы.

Противоречивость аргументов в пользу тензорного потенциала тяготения. Насколько можно судить, именно представление о росте массы со скоростью ($m_0 = m\gamma$) привело в свое время Эйнштейна к отказу от попытки рассматривать проблему гравитации в рамках СТО [9,10]. С другой стороны, оно послужило, как кажется, решающим аргументом в пользу описания гравитационного потенциала с помощью тензора 2-го ранга. Приведем мыслимые здесь рассуждения (см., например, [11]). Начнем с того, что потенциалы Кулона и Ньютона

$$\phi_e^* = \frac{e}{R^*}, \quad \phi_g^* = -G \frac{m}{R^*}, \quad (6a, б)$$

т.е. потенциалы в системе покоя S^* соответствующих заряда e и массы m , имеют аналогичный вид. При этом электрический потенциал преобразуется как компонента 4-вектора. Если принять, что «гравитационный заряд» (масса), в отличие от электрического, растет со скоростью, то гравитационный потенциал за счет дополнительного лоренц-фактора должен вести себя подобно тензору 2-го ранга. Другие, но по существу схожие с предыдущими рассуждения, основывающиеся на том, что в соответствии с ЗИЭ источником гравитационного поля становится энергия, можно найти и у Эйнштейна: «Пропорциональность энергии и инертной массы ... с необходимостью приводят к убеждению, что гравитационные свойства системы должны определяться теми же величинами, которые обуславливают энергетические свойства этой системы» [12]. А поскольку энергия является компонентой 4-вектора, это же качество приобретает и «гравитационный заряд» и т.п.

Возражение 1. Как мы уже подчеркивали, в теории относительности масса (как и электрический заряд) является инвариантом (лоренцевым скаляром). Поэтому приведенные соображения в пользу тензорного характера потенциала тяготения теряют смысл.

Возражение 2. В движущейся системе отсчета S для электрического потенциала Лиенара — Вихерта имеем

$$\phi_e = \frac{eu^0}{u_i R^i} = \frac{e\gamma}{s}, \quad (7)$$

где s — лоренцев скаляр. Как видно, здесь в числителе фигурирует произведение заряда на временную компоненту 4-скорости, или лоренц-фактор. Поэтому при больших скоростях можно условно говорить об эффективном росте заряда: $e_v = e\gamma$, что по сути дела сродни представлению о росте массы. Тем не менее для электромагнитного потенциала мы имеем только 4-вектор, кстати, как раз благодаря указанному произведению. Таким образом, даже оставаясь в рамках нековариантного представления о зависимости массы от скорости, мы не имеем оснований для повышения ранга потенциала тяготения.

Обратимся теперь к формуле для запаздывающего гравитационного потенциала [13]

$$g^i = -G \frac{m u^i}{u_i R^i} = -G \frac{p^i}{s}, \quad (8)$$

где R^i — 4-вектор запаздывающего светового расстояния $R^i = (cT, \mathbf{R})$, $T = R/c$. Выпишем отдельно временную компоненту потенциала

$$g^0 = -G \frac{m u^0}{s} = -G \frac{E}{sc}, \quad (8')$$

которая, как видно, является очевидным аналогом (7). При этом в числителе фигурирует энергия, т.е. как бы энергия выступает в роли источника гравитационного поля. Но именно это положение, как известно, служит в ОТО основой для повышения ранга потенциала тяготения (скажем, по отношению к электромагнитному). Для этого, как мы видим, нет абсолютно никаких оснований.

Возражение 3, наконец, связано с релятивизацией уравнения Пуассона. Согласно Эйнштейну, «специальная теория относительности привела к выводу, что инертная масса есть не что иное, как энергия, полное математическое выражение которой дается симметричным тензором 2-го ранга, тензором энергии» [14]. Однако, ввиду нековариантности ЗИЭ замена плотности массы ($\rho = J^0$) на плотность энергии ($\epsilon = T^{00}$) в правой части уравнения также является нековариантной, а следовательно, незаконной операцией. Фигурирующий

в левой части гравитационный потенциал должен представлять собой (как и J^0) компоненту 4-вектора.

3. СОМНИТЕЛЬНОСТЬ АРГУМЕНТОВ В ПОЛЬЗУ НЕЭВКЛИДОВОЙ 4-ГЕОМЕТРИИ

Представленные выше аргументы фактически уже означают с точки зрения математики незаконность отождествления гравитационного потенциала с метрическим тензором, а тем самым введение римановой геометрии. Существует, однако, по крайней мере еще два «геометрических» соображения, которые также рассматриваются как аргументы в пользу неэвклидовой геометрии. Напомним их.

В равномерно вращающейся системе отсчета вследствие лоренцева сокращения отношение длины окружности к диаметру должно отличаться от π [15]. Отсюда делается вывод, что при вращении законы конфигурации твердых тел «не согласуются с теми законами конфигурации твердых тел, которые соответствуют эвклидовой геометрии» [8].

Однако здесь необходимо подчеркнуть, что, вообще говоря, в СТО мы также не имеем эвклидовой геометрии, поскольку пространственная часть интервала утрачивает свойства инварианта. Поэтому, строго говоря, и в случае вращения речь может идти только о справедливости псевдоэвклидовой геометрии во всем 4-пространстве [16].

С другой стороны, рассматривают переход к равномерно вращающейся системе на основе преобразования (см., например, [76])

$$x = x^* \cos \omega t - y^* \sin \omega t, \quad y = x^* \sin \omega t + y^* \cos \omega t, \quad z = z^*. \quad (9)$$

В результате получают выражение для интервала, которое уже не является суммой квадратов дифференциалов. На основе этого заключают: «По какому бы закону ни преобразовывалось время, это выражение не может быть приведено к сумме квадратов дифференциалов четырех координат» [76]. Это дает основание для заключения о неэвклидовости геометрии в неинерциальных системах отсчета.

Вместе с тем, как было показано ранее [17,16], форминвариантность интервала, записанного в цилиндрических координатах

$$ds^2 = c^2 dt_*^2 - r_*^2 d\varphi_*^2 - dr_*^2, \quad (10)$$

будет обеспечена, если вместо приближенных формул (9) использовать следующие точные (тангенциальные) преобразования:

$$t^* = [t - (\beta^2/\omega)\varphi] \gamma_\omega, \quad \varphi^* = (\varphi - \omega t) \gamma_\omega, \quad r = r^* = \text{const}, \quad (11)$$

где $\gamma_\omega = (1 - \beta^2)^{-1/2}$, $\beta = \omega r / c$ (z -координата опущена). Очевидно, что по своему смыслу преобразования (11) должны описывать релятивистское вращение, т.е. включать случаи, когда произведение ωr близко к скорости света c .

4. ГЛАВНЫЕ СЛЕДСТВИЯ ОТО

Основные особенности ОТО можно проиллюстрировать, опираясь на известное приближенное выражение для шварцшильдовского интервала (см., например, [8]):

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) dx^2. \quad (12)$$

Оно описывает характерное центрально-симметричное гравитационное поле, где Φ — потенциал Ньютона.

Так, на основании вида первого слагаемого в правой части (12) делается вывод, что «... часы идут тем медленнее, чем больше масса вещества, находящегося вблизи них». Отсюда, в частности, для обратной величины — частоты — получают формулу

$$v_g = v(1 + \Phi/c^2) \quad (13)$$

и заключают [18], «что спектральные линии, испускаемые на Солнце, сдвинуты в красную часть спектра по отношению к соответствующим спектральным линиям света, излучаемого на Земле, на величину

$$\Delta \lambda / \lambda = 2 \cdot 10^{-6}». \quad (14)$$

Другое важное следствие теории касается траектории светового луча. Согласно ОТО закон распространения света описывается уравнением

$$ds^2 = 0. \quad (15)$$

Следовательно, для скорости света в гравитационном поле с потенциалом Φ будем иметь

$$c_g = (1 + 2\Phi/c^2)c, \quad (16)$$

т.е. «скорость света ... изменяется с изменением гравитационного потенциала» [18]. «Отсюда можно сделать заключение, что при прохождении вблизи большой массы луч света отклоняется от первоначального направления» [8]. Или иначе: «Луч света несет энергию. А энергия имеет массу. Но на всякую инертную массу поле тяготения оказывает воздействие, т.к. инертная и тяжелая массы эквивалентны. Луч света будет искривляться в поле тяготения...» [19]. Схожей точки зрения придерживается, например, и Шредингер: «Отклонение

лучей света, проходящих вблизи Солнца, не является чисто гравитационным явлением. Оно обусловлено тем фактом, что электромагнитное поле обладает энергией и импульсом, а следовательно, и массой» [20].

Отметим, что третье следствие ОТО, связанное с движением перигелия Меркурия, также опирается на решение Шварцшильда.

5. ТРИ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ЭНЕРГИИ ФОТОНА

Рассмотрим формулу для энергии любого физического объекта

$$E = m\gamma c^2. \quad (17)$$

В случае света фотона $m = 0$, но лоренц-фактор $\gamma = \infty$, поэтому их произведение, которое мы условно обозначим m_ϕ , является конечной величиной. Таким образом, для фотона мы имеем известную формулу Пуанкаре [21]

$$\mathcal{E} = m_\phi c^2. \quad (17')$$

Поскольку согласно (16) скорость света изменяется с изменением Φ , для полной энергии фотона в гравитационном поле будем иметь:

$$\mathcal{E}_1 = (1 + 4\Phi/c^2) \mathcal{E}. \quad (18)$$

С другой стороны, для частоты света v_g , испущенного источником в гравитационном поле, имеем:

$$v_g = v(1 + \Phi/c^2). \quad (19)$$

Отсюда на основании известного квантового соотношения $\mathcal{E} = h\nu$ для энергии фотона найдем:

$$\mathcal{E}_2 = (1 + \Phi/c^2). \quad (20)$$

Очевидно, что это выражение существенно отличается от предыдущего выражения (18).

Теперь мы хотим обратить внимание на следующее. В рассматриваемом случае достаточно слабых полей тяготения метрический тензор

$$g_{ik} = \gamma_{ik} + 2h_{ik} \quad (21)$$

где γ_{ik} — тензор Минковского, h_{ik} — «собственно» тензор гравитационного потенциала, причем $h_{00} = -h_{\alpha\alpha} = \Phi/c^2$. В соответствии с духом ОТО, которая отождествила массу с энергией, для потенциальной энергии фотона в поле тяготения должно иметь место равенство

$$\mathcal{E}_g = p_g^0 c = p_0 c h^{00} = \mathcal{E} \Phi / c^2. \quad (22)$$

В результате для полной энергии найдем

$$\mathcal{E}_3 = \mathcal{E} + \mathcal{E}_g = (1 + \Phi/c^2) \mathcal{E}, \quad (23)$$

что находится в полном соответствии с (18).

Таким образом, как мы видим, в ОТО фотон в гравитационном поле, как и материальное тело, обладает потенциальной энергией.

6. ТРИ ПРОТИВОРЕЧИЯ ОТО

Противоречие 1. Простое сравнение выражения (18) с выражениями (20) и (23) показывает наличие серьезного внутреннего противоречия в ОТО, связанного с разными способами определения энергии фотона. Возможная попытка устранения этой трудности будет скорее всего заключаться в отказе от вытекающего из формулы Пуанкаре (17) выражения (18), с чем, однако, трудно согласиться.

Противоречие 2. В связи с формулой (14) напомним, что она — следствие выражения*

$$\lambda_g = \lambda(1 - \Phi/c^2), \quad (24)$$

являющегося аналогом соответствующей (13) формулы для периода волны $T = \nu^{-1}$.

С другой стороны, исходя из равенства

$$c_g = \lambda_g \nu_g \quad (25)$$

и привлекая формулы (16) и (13), легко найдем, что

$$\lambda'_g = \lambda(1 + \Phi/c^2). \quad (26)$$

Поскольку Φ — отрицательная величина, то формула (26) говорит о смещении спектральных линий в фиолетовую часть спектра. Но этот результат явно противоречит опыту, а также формулам (24) и (14).

Противоречие 3. Рассмотрим фотон, который, будучи испущенным над поверхностью Земли (скажем, на высоте H), движется вниз. По мере приближения к Земле его скорость в соответствии с (16) должна уменьшаться, что должно сопровождаться уменьшением энергии. Но согласно (25) и соотношению $\mathcal{E} = h\nu$ тогда должна уменьшиться и частота. Так, если при испускании

*Поскольку в настоящее время за эталон длины («микромасштаб») фактически принята длина световой волны, то согласно (24) мы имеем гравитационное удлинение масштабов [22].

фотона частота составляла $\nu_h = \nu(1 + gZ/c^2)$, то при подлете к Земле она уже составит $\nu_3 = \nu(1 + gz/c^2)$, где g — ускорение силы тяжести, $Z - z = H$. Этот вывод, очевидно, прямо противоречит результатам экспериментов по изменению красного смещения с помощью эффекта Мессбауэра, из которых следует, что частота не изменяется при движении фотона от источника к поглотителю.

Последний пример наиболее убедительно показывает, что устранение указанных противоречий в первую очередь должно быть связано с отказом от формулы (16). Эта формула, однако, является прямым следствием выражения (12). Таким образом, отказ от формулы (16) означает и отказ от пространственно-временной метрики (12), выражающей саму суть ОТО.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ЗИЭ, опирающийся на известное представление о росте массы со скоростью, является одной из основ ОТО. Фактически на основании ЗИЭ гравитационному потенциалу были приписаны свойства 4-тензора 2-го ранга. Это позволило связать гравитационный потенциал с метрическим тензором и сделать ОТО теорией неевклидова пространства-времени. Установление того, что ЗИЭ противоречит лоренц-ковариантности, ставит под сомнение справедливость положения о тензорном характере потенциала тяготения. С другой стороны, вызывают сомнение и известные аргументы в пользу неевклидовой 4-геометрии во вращающихся системах отсчета. Кроме того, зависимость скорости света от гравитационного потенциала в ОТО ведет к серьезным противоречиям при определении энергии фотона и длины его волны. Больше того, соответствующая зависимость частоты от потенциала прямо противоречит опыту.

ЛИТЕРАТУРА

1. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-96-284, Dubna, 1996.
2. Idem — JINR Commun. D2-96-375, Dubna, 1996.
3. Окунь Л.Б. — УФН, 1989, т.158, с.511.
4. Einstein A. — In: Albert Einstein: Philosopher — Scientist. Evanson, IL, 1949, p.1.
5. Idem — Ann. Phys., 1906, vol.20, p.627.
6. Minkowski H. — Phys. Zs., 1909, vol.10, p.104.
7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Теория поля. М.: Наука, 1988, а) § 9, б) § 82.

8. Einstein A. — The Meaning of Relativity. Princeton Univ. Press, Princeton, NY, 1921.
9. Idem — Ann. Phys., 1912, vol.38, p.1059.
10. Idem — Gibson Found. Lect., Jackson, Glasgow, 1933.
11. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. — Теория тяготения и эволюция звезд. М.: Наука, 1971, гл.2, § 3.
12. Einstein A. — Naturforsch. — Gesellschaft, Zurich, Vierteljahrschr., 1913, vol.58, p.284.
13. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-94-326, Dubna, 1994.
14. Einstein A. — Ann. Phys., 1916, vol.49, p.769.
15. Ibid., 1912, vol.38, p.355.
16. Стрельцов В.Н. — Сообщение ОИЯИ P2-11385, Дубна, 1978.
17. Strauss M. — Intern. J. Theor. Phys., 1974, vol.11, p.107.
18. Einstein A. — Sitzungsber. Preuss. Acad. Wiss., 1914, vol.2, p.1030.
19. Einstein A., Infeld L. — The Evolution of Physics. Simon & Schuster, NY, 1954.
20. Schroedinger E. — Space-Time Structure. Cambridge Univ. Press, 1950.
21. Poincare H. — Lorentz Festschrift. — Arch. Neerl., 1900, vol.5, p.252.
22. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-96-261, Dubna, 1996.

Рукопись поступила в издательский отдел
22 ноября 1996 года.