94-326

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Д2-94-326

В.Н.Стрельцов

ПОТЕНЦИАЛЫ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ТЕЛА КАК СЛЕДСТВИЕ ЛОРЕНЦ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОТЕНЦИАЛА НЬЮТОНА

1994

Ранее потенциалы электромагнитного поля движущегося заряда (потенциалы Лиенара — Вихерта) были получены как следствие лоренц-преобразования потенциала Кулона [1]. При «релятивизации» кулоновского потенциала учитывался эффект запаздывания действия поля путем привлечения 4-вектора светового (запаздывающего) расстояния.

Потенциал Ньютона гравитационного поля покоящегося тела (частицы) с массой m имеет вид

$$\varphi^* = -G\frac{m}{R^*} \tag{1}$$

(S^*-система), где G — гравитационная постоянная, и аналогичен потенциалу Кулона[1]. Поэтому (см., в частности, [3]), без сомнения, в результате «релятивизации» последнего выражения мы также должны получить потенциалы запаздывающего типа.

Для перехода к системе отсчета (S), где частица движется со скоростью $v = \beta c$, воспользуемся преобразованиями Лоренца. При этом мы учтем, что инвариантная запись знаменателя имеет вид:

$$R^* = 1 \cdot R^*_0 = u^i_* R^*_i = u^i R_i\,. \tag{2}$$

Здесь 4-скорость $u^i_* = (1, 0, 0, 0)$, R^i — 4-вектор светового, или запаздывающего, расстояния $R^i = (cT, R^\alpha)$. В S-системе временная компонента R^0, очевидно, соответствует времени распространения гравитационной волны от движущегося источника до точки наблюдения. Иначе говоря, это время равно расстоянию R, деленному на скорость распространения поля:

$$T = R/c\,. \tag{3}$$

Формулу (2) можно также представить в виде

$$u^i R_i = \gamma R + \beta^\alpha \gamma R_\alpha = R(1 - \beta\cos\vartheta)\gamma\,, \tag{4}$$

---

[1] Об аналогии гравитационного и электромагнитного полей см. также [2].

где $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$, а ϑ — угол между радиус-вектором запаздывающего расстояния и вектором скорости.

Теперь мы должны установить, как преобразуется левая часть (1). Простейшее предположение: гравитационный потенциал — это 4-скаляр и поэтому не преобразуется при переходе к движущейся системе отсчета. В результате будем иметь

$$\varphi_N = -G\frac{m}{R(1-\beta\cos\vartheta)\gamma}. \tag{5}$$

В свое время скалярный гравитационный потенциал рассматривался Нордстремом [4] (см. также [5]).

Однако существование уравнения Ньютона — Пуассона для непрерывного распределения материи

$$\Delta\varphi^* = 4\pi G\rho^* \tag{6}$$

ставит под сомнение справедливость предыдущего подхода. С учетом того, что при релятивизации (6) оператор Лапласа заменяется лоренц-инвариантным оператором Д'Аламбера, характер преобразования потенциала в левой части (6) будет непосредственно определяться преобразованием ρ^*. Но, как мы знаем, плотность массы является временной компонентой соответствующего 4-вектора плотности тока материи J^i. Иными словами, ньютонов потенциал (будучи 3-скаляром) должен с необходимостью также описываться временной компонентой 4-вектора ($\varphi = g^0$). В результате для гравитационного потенциала релятивистской частицы будем иметь

$$g^i = -G\frac{mu^i}{R(1-\beta\cos\vartheta)\gamma}. \tag{7}$$

В частности, для временной компоненты, или «собственно» ньютонова потенциала, получим

$$g^0 = \varphi = -G\frac{m}{R(1-\beta\cos\vartheta)}. \tag{8}$$

Соответствующее релятивистское обобщение силы Ньютона имеет вид

$$F^i = -m'u^kG^i_k, \tag{9}$$

где $G^i_k = \partial g^i/\partial x^i$ — тензор «напряженности» гравитационного поля. Для отвечающего (6) ковариантного уравнения Ньютона — Пуассона будем иметь

$$\Box g^i = 4\pi GJ^i. \tag{10}$$

С учетом предыдущей формулы в предположении симметрии G^{ik} представим (10) в форме уравнения поля

$$\frac{\partial}{\partial x^k}\left(\frac{\partial g^i}{\partial x_k}\right) = \frac{\partial G^{ik}}{\partial x^k} = 4\pi GJ^i. \tag{11}$$

Что касается возможного предположения о тензорном характере потенциала гравитационного поля, то оно могло бы иметь смысл, если бы в правой части (6) фигурировал, скажем, квадрат плотности массы.

На основании (8) следует, что эквипотенциальные кривые имеют форму эллипсов, описываемых уравнением

$$R_\varphi = \frac{p}{1-\beta\cos\vartheta}, \tag{12}$$

где β — эксцентриситет, а $p = -Gm/\varphi$ — фокальный параметр.

Таким образом, эквипотенциали гравитационного поля движущейся частицы, в общем, имеют форму эллипсоидов вращения, вытянутых в направлении движения. С ростом скорости поле все более вытягивается вперед и действует на все большие расстояния. При этом продольные размеры растут пропорционально γ^2, а поперечные — как γ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Strel'tsov V.N. — JINR Comm. D2-93-437, Dubna, 1993.
2. Heaviside O. — The Electrician, 1893, vol.31, p.281, 359.
3. Einstein A. — The meaning of relativity. N.Y., Princeton Univ. Press, 1921.
4. Nordström G. — Ann. Phys., 1913, vol.42, p.533.
5. Einstein A., Fokker A.D. — Ann. Phys., 1914, vol.44, p.321.

Рукопись поступила в издательский отдел
11 августа 1994.