сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Д2-94-282

В.Н.Стрельцов

ФОРМУЛА УДЛИНЕНИЯ В ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

1994

Истину нельзя рассказать, так чтобы ее поняли; надо чтобы в нее поверили.

У.Блейк

Введение. Согласно общепринятому мнению движущиеся тела (объекты) сокращаются в направлении движения. Именно эта точка зрения излагается практически во всех монографиях и учебниках, касающихся теории относительности. Альтернативная точка зрения, согласно которой продольные размеры релятивистских объектов, напротив, должны возрастать, несмотря на свой достаточно зрелый возраст (три десятилетия) не получила широкого признания и известна только узкому кругу специалистов. Более того, и среди этих специалистов нет единства. Большинство допускают как ту, так и другую возможность в зависимости от способа измерения.

Следует подчеркнуть, что здесь мы имеем дело с одной из фундаментальных проблем физики. Суть этой проблемы заключается в обобщении (распространении) понятия пространственных размеров на движения со скоростями, сравнимыми со скоростью света. При этом существуют достаточно жесткие требования, скажем, в виде принципа относительности. Его математическим следствием можно считать условие лоренц-ковариантности (инвариантности). Именно с точки зрения этого условия мы рассмотрим ниже два имеющихся подхода относительно поведения продольных размеров движущихся объектов.

Формула сокращения была введена Фицджералдом [1] и Лоренцем [2] для объяснения отрицательного результата знаменитого опыта Майкельсона — Морли [3], точнее, его трактовки с позиций теории эфира. В дальнейшем эта формула была перенесена в теорию относительности фактически без учета того, что в указанных теориях понятия покоящейся и движущейся систем отсчета меняются местами [4].

Напомним, что общепринятое представление о сокращении продольных размеров движущихся тел опирается на известное эйнштейновское определение [5]. Согласно этому определению длиной движущегося стержня (масштаба) l_c называется расстояние между одновременными положениями его концов (мгновенная длина). С учетом этого условия ($\Delta t = 0$)

для стержня, ориентированного и движущегося вдоль оси X, на основании преобразования Лоренца имеем

$$l_c = l^* (1 - \beta^2)^{1/2} . \tag{1}$$

Здесь βc — скорость движения стержня, l^* — его длина в покое. Весьма примечательно также, что в первоначальной формулировке теории относительности твердые (жесткие) стержни играют значительную роль, а сами системы отсчета мыслятся в виде каркаса таких стержней [6]. Но, как мы знаем, понятие твердого (недеформируемого) стержня подразумевает, что возмущение вдоль него распространяется мгновенно. Иначе можно сказать, что твердый стержень реализует мгновенную (одновременную) длину. Поскольку согласно второму принципу теории относительности скорость распространения любого возмущения конечна и ограничена скоростью света, то здесь, безусловно, мы имеем определенную непоследовательность.

В пространстве Минковского данному движущемуся стержню в соответствии с эйнштейновским определением отвечает четырехкомпонентная величина

$$l^n_c = (\Delta t, \Delta x, 0, 0) = (0, l_c, 0, 0) . \tag{2}$$

Формула удлинения. В 60-х годах возникла дискуссия вокруг некоторых трудностей теории относительности. Точнее, речь фактически шла о пересмотре их первоначальных решений. Среди них: очень характерный «парадокс» равновесия прямоугольного рычага Льюиса — Толмана [7] и известный вопрос об энергии и импульсе электромагнитного поля движущегося заряда («проблема 4/3» в формулировке Лауэ [8]). Упомянем также не менее известную трудность, заключающуюся в появлении заряда у движущегося нейтрального проводника с током (см., например, [9]). В дискуссии оказалась затронутой общепринятая формула преобразования длины (1). При этом были высказаны соображения [10,11], что продольные размеры релятивистских объектов вместо привычного лоренцева сокращения могут возрастать согласно формуле

$$l = l^*(1 - \beta^2)^{-1/2} . \tag{3}$$

В дальнейшем этот подход получил название «асинхронная формулировка» [12—14] (в отличие от традиционного — «синхронной формулировки»). Однако, до настоящего времени он известен, по существу, только специалистам.

Следует заметить, что, по-видимому, впервые соответствующая (3) формула преобразования пространственного объема была введена Квалом еще в 1949 году [15] именно с целью решения указанной «проблемы 4/3».

Здесь также необходимо упомянуть работы [16,17], касающиеся видимых размеров движущихся объектов. В них фактически было высказано сомнение, что формула сокращения (1) адекватно отражает сущность изменения пространственных размеров при движении.

Концепция релятивистской (локационной) длины (КРД) была сформулирована и развивалась независимо от упомянутой дискуссии. КРД основывается на отличном от традиционного определении понятия размеров быстродвижущихся объектов (см., например, [18,19]). При этом измерительная процедура базируется на известном локационном методе измерения расстояний. Согласно КРД длина движущегося стержня определяется полусуммой двух характерных световых, или запаздывающих (точнее, запаздывающего и определяющего), расстояний. Следствием этой концепции является релятивистская формула удлинения [20]*.

На языке 4-представления релятивистская (локационная) длина выражается величиной пространственной части полуразности двух 4-векторов, описывающих процессы распространения света в прямом и обратном направлениях вдоль стержня. В результате для пространственноподобного 4-вектора релятивистской длины имеем

$$l^i = (\beta l, l, 0, 0) . \tag{4}$$

Кстати, наличие здесь временной компоненты и ведет к устранению отмеченной трудности с появлением заряда у движущегося нейтрального проводника с током (см., например, [21]).

Следует подчеркнуть, что именно КРД послужила фактической основой современной (локационной) формулировки теории относительности (см., например, [22,23]).

Лоренц-инвариантность является тем условием, которое позволяет сделать однозначный выбор между двумя существующими подходами. Поэтому рассмотрим обе четырехкомпонентные величины (2) и (4) с точки зрения инвариантности соответствующих интервалов.

Напомним, что интервал — это четырехмерная величина, определяемая двумя точечными событиями и являющаяся аналогом трехмерного расстояния между двумя точками. Или, как говорят, метрика (четырехмерного) пространства Минковского определяется квадратом интервала

*В связи с трудностями публикации самого подхода в свое время автору пришлось ограничиться публикацией только конечной формулы (3), да и то с трехлетней задержкой.

$$s^2 = (\Delta x^{\alpha})^2 - c^2 \Delta t^2, \tag{5}$$

зависящего от разности координат указанных событий. Интервал — основной инвариант теории относительности, поэтому его называют также фундаментальным инвариантом. По определению инвариант — это величина, которая не изменяет своего значения при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Поскольку этот переход связан с изменением скорости движения, то инвариантность интервала должна означать его независимость (постоянство) от скорости.

С учетом (2) и (1) в случае сокращенной длины имеем

$$s_c = l^* (1 - \beta^2)^{1/2}, \tag{6}$$

тогда как для релятивистской (локационной) длины

$$s = l^*. \tag{7}$$

На основании (6) заключаем, что традиционное определение длины движущегося масштаба не удовлетворяет требованию лоренц-инвариантности [24,25]. Или, иными словами, четырехкомпонентная величина l_c^n, отвечающая сокращенной длине, не есть 4-вектор (в отличие от l^i) [23,26]. Таким образом, чтобы не войти в противоречие с основным требованием теории относительности, нужно отказаться от традиционного представления о сокращении движущихся объектов*.

Следует отметить, что указание на нековариантность сокращенной длины (точнее, сокращенного объема) фактически содержалось уже в упомянутой работе Лауэ [7]. Из ковариантной записи энергии и импульса (G^i) электромагнитного поля движущегося заряда

$$G^i = \int T^{ik} dV_k \tag{8}$$

вытекало, что нековариантность левой части должна означать нековариантность, по крайней мере, одного из сомножителей в правой части. Поскольку лоренц-ковариантность тензора энергии импульса электромагнитного поля T^{ik} сомнений не вызывает, то очевидно, что «источником нековариантности» является элемент сокращенного объема.

*В этой связи см. также [27].

Итог: расстояние между одновременными положениями концов движущегося стержня (в отличие от покоящегося) не есть его длина.

Потенциалы Хевисайда и Лиенара — Вихерта электромагнитного поля движущегося заряда фактически отражают два рассмотренных выше подхода. Так, в соответствии с потенциалом Хевисайда [28]

$$\varphi_H = \frac{e}{R\,(1 - \beta^2 \sin^2\Theta)^{1/2}} \tag{9}$$

мы имеем общепринятое представление электрического поля в форме сжатого эллипсоида вращения (сфероида). В то же время согласно потенциалу Лиенара — Вихерта [29,30]

$$\varphi_{LW} = \frac{e}{R_r\,(1 - \beta\cos\theta)} \tag{10}$$

(т.е. в терминах запаздывающих, а не мгновенных расстояний) эквипотенциальные поверхности имеют форму эллипсоидов вращения, вытянутых в направлении движения (см., например, [19]). Поэтому отказ от представления о сокращении продольных размеров должен означать и отказ от формулы (9) и соответствующих выражений для напряженностей электромагнитного поля.

В заключение приведем уточненное высказывание Эйнштейна [31], согласно которому содержание теории относительности может быть резюмировано одним предложением: все физические понятия и законы природы должны быть определены так, чтобы они были ковариантны относительно преобразований Лоренца. Из двух имеющихся определений понятия пространственных размеров движущихся объектов только последнее (введенное 30 лет назад) является лоренц-ковариантным. Таким образом, мы вынуждены отказаться от бытующего представления о сокращении продольных размеров при движении, поскольку оно противоречит самой сути теории относительности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Fitzgerald G.E. — Science, 1889, 13, p.390.
2. Lorentz H.A. — Versl.K.Akad.Wet., 1892, 1, p.74.
3. Michelson A.A., Morley E.M. — Am.J.Sci., 1887, 34, p.333.
4. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-94-11, Dubna, 1994.
5. Einstein A. — Ann.Phys., 1905, 17, p.891.
6. Idem — Jahrb.Rad.Electr., 1907, 4, p.411.
7. Lewis G.M., Tolman R.C. — Phil.Mag., 1909, 18, p.510.
8. von Laue M. — Ann.Phys. (Leipzig), 1911, 35, p.124.

9. Feynman R.P., Leighton R.B., Sands M. — The Feynman Lectures of Physics, Addison — Wesley, Reading, Mass. 1964, vol.2, 13-6.
10. Arzelies H. — Nuovo Cim., 1965, 35, p.783.
11. Rohrlich F. — Nuovo Cim., 1966, 45B, p.76.
12. Cavalleri G., Salgarelli G. — Nuovo Cim., 1969, 62A, p.722.
13. Gron O. — Nuovo Cim., 1973, 17B, p.141.
14. Pahor S., Strnad J. — Nuovo Cim., 1974, 20B, p.105.
15. Kwal B. — J.Phys.Radium, 1949, 10, p.103.
16. Terrell J. — Phys.Rev., 1959, 116, p.1041.
17. Weinstein R. — Am.J.Phys., 1960, 28, p.607.
18. Strel'tsov V.N. — Found.Phys., 1976, 6, p.293.
19. Idem — Sov.J.Part.Nucl., 1991, 22, p.552.
20. Idem — JINR Commun. P2-3482, Dubna, 1967.
21. Idem — Hadronic J., 1994, 17, p.73.
22. Idem — JINR Commun. D2-92-341, Dubna, 1992.
23. Idem — Hadronic J., 1994, 17, p.105.
24. Strel'tsov V.N., Khvastunov M.S. — JINR Commun. P2-94-171, Dubna, 1994.
25. Strel'tsov V.N. — JINR Commun. D2-94-179, Dubna, 1994.
26. Idem — JINR Commun. P2-84-843, Dubna, 1984.
27. Khvastunov M.S. — JINR Commun. P2-94-222, Dubna, 1994.
28. Heaviside O. — Phil.Mag., 1889, 27, p.324.
29. Lienard A. — L'Eclariage Elect., 1898, 16, p.5,53,106.
30. Wiechert E. — Arch.Neerl., 1900, 5, p.549.
31. Einstein A. — Science, 1940, 91, p.487.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 июля 1994 года.