сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Д2-94-179

В.Н.Стрельцов

ДОКАЗАТЕЛЬСТВА НЕКОВАРИАНТНОСТИ СОКРАЩЕННОЙ ДЛИНЫ

1994

Введение. Теория относительности установила, что материальная линейка (масштаб) представляет физически не пространственную вещь, а пространственно-временную конфигурацию. Иначе говоря, к трем пространственным компонентам добавляется временная. На математическом языке это означает, что масштаб должен описываться пространственноподобным 4-вектором. Общепринятое определение длины движущегося масштаба дает рецепт получения соответствующей четверки чисел (в каждой системе отсчета). Если при этом условии лоренц-ковариантности выполнено, что указанные четверки должны представлять один и тот же 4-вектор. Или иначе, соответствующий сокращенной длине интервал должен быть лоренц-инвариантен. Впервые ответ на вопрос о нековариантности сокращенной длины был получен именно путем сравнения таких интервалов в двух движущихся системах отсчета [1,2]*.

Прежде чем перейти к рассмотрению других доказательств напомним нижеследующее.

Интервал — это четырехмерная величина, определяемая двумя точечными событиями и являющаяся аналогом трехмерного расстояния между двумя точками. Или, как говорят, метрика (четырехмерного) пространства Минковского определяется квадратом интервала

$$-s^2 = c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2, \tag{1}$$

зависящего от разности координат указанных событий. Интервал — основной инвариант теории относительности, поэтому его называют также фундаментальным инвариантом (см., например, [4]). Вещественными представителями интервала являются часы и масштабы.

Напомним, что инвариант это величина, которая не изменяет своего значения (остается инвариантной) при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой. Поскольку этот переход связан с изменением скорости движения, то инвариантность интервала должна означать его независимость (постоянство) от скорости.

---

*Хотя, по существу, главным здесь является сама постановка проблемы, поскольку запись интервала с учетом формулы сокращения уже говорит о нековариантности традиционного определения. С другой стороны, все сказанное здесь можно считать математической формулировкой полученного ранее физического вывода (см., например, [3]), что общепринятое определение длины движущегося масштаба противоречит принципу относительности.

Сокращенная длина. С учетом сказанного рассмотрим традиционное определение длины l_c движущегося масштаба. Пусть для простоты масштаб ориентирован и движется вдоль оси x S-системы. В рамках данного определения ему сопоставляются два одновременных (точечных) события на его концах, или четырехкомпонентная величина,

$$l_c^n = (0, \Delta x, 0, 0) = (0, l_c, 0, 0). \tag{2}$$

Поэтому квадрат пространственноподобного интервала, отвечающего данному движущемуся масштабу, имеет вид

$$s_c^2 = \Delta x^2 = l_c^2. \tag{3}$$

Как известно, прямым следствием требования одновременности засечек положения концов движущегося масштаба $\Delta t = 0$ (одновременности упомянутой пары событий) является формула сокращения

$$l_c = l^*(1 - v^2/c^2)^{1/2}. \tag{4}$$

Здесь l^*— длины масштаба в покое, или собственная длина, v — его скорость (скорость S^*-системы относительно S)

А. На основании (4) следует, что интервал s_c явно зависит от скорости движения

$$s_c = l^*(1 - v^2/c^2)^{1/2}. \tag{5}$$

Но, как отмечалось выше, такая зависимость означает, что традиционное определение не удовлетворяет условию лоренц-инвариантности интервала. Вместе с тем очевидно, что зависимость длины масштаба l_c от скорости в рамках этого условия с необходимостью должна означать и зависимость Δt от v [5].

Б. Теперь мы хотим обратить внимание на одно из самых ранних, по-видимому, указаний о нарушении условия инвариантности интервала, которое осталось, однако, совершенно незамеченным. Речь идет об известных «Лекциях по физическим основам теории относительности (1933—1934 гг.)» Л.И.Мандельштама* [6]. В них мы читаем: «...если два события заключаются в том, что в системе (S^*), в которой покоится наш масштаб, одновременно на концах масштаба две вспышки, то для таких двух событий в этой системе $\Delta t^* = 0$ и $s_c^2 = l_*^{2*}$. Поэтому длина масштаба, измеренная в неподвижной системе, определяет пространственно-подобный интервал. Таким образом, неподвижные часы измеряют времени-подобный интервал, а неподвижный масштаб измеряет пространственно-подобный интервал». Для того, чтобы убедиться в нековариантности общепринятого определения, достаточно было сравнить предыдущее значение интервала с соответствующей величиной (3) в движущейся системе. С другой стороны, к последнему выражению можно, очевидно, прийти, полагая в (5) $v \to 0$.

*В наших обозначениях.

В. Насколько можно судить, самое первое, хотя и косвенное, свидетельство нековариантности сокращенной длины (точнее, сокращенного объема) было получено М.Лауэ еще в 1911 г. [7]. Для вычисления энергии и импульса (G^i) электромагнитного поля движущегося заряда он использовал выражение:

$$G^i = \int T^{ik} dV_k. \tag{6}$$

Здесь T^{ik} — тензор энергии-импульса электромагнитного поля, dV_k — четырехмерная величина, которая в соответствии с общепринятым определением имеет только одну временную компоненту (см., например, [8]). Поскольку лоренц-ковариантность T^{ik} сомнений не вызывает, то нековариантность G^{i*} в левой части (6) должна означать нековариантность dV_k, а тем самым и сокращенной длины.

Релятивистская длина. В рамках концепции релятивистской (локационной длины) (см., например, [8]) вместо (2) имеем

$$l_r^i = (vl_r/c, l_r, 0, 0), \tag{7}$$

откуда с учетом формулы удлинения

$$l_r = l^*(1 - v^2/c^2)^{-1/2} \tag{8}$$

постоянство интервала $s_r = l^*$ (и его совпадение с упомянутым в п.Б значением для покоящегося масштаба) очевидно. Другими словами — четырехкомпонентная величина l_r^i (в отличие от l_c^n) является 4-вектором.

Заключение. Конечно, рассмотренные способы доказательства нековариантности сокращенной длины нельзя считать совершенно независимыми. Скорее следует говорить о различных модификациях этой процедуры. Хотя доказательство, связанное с установлением непостоянства интервала (его зависимостью от скорости), выглядит наиболее убедительно. Впрочем, и

*Известная как «проблема 4/3».

последнее косвенное доказательство, основанное на нековариантности выражений для энергии и импульса электромагнитного поля движущегося заряда, вряд ли вызывает сомнения.

Автор благодарит М.С.Хвастунова за стимулирующие обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. — Сообщение ОИЯИ Р2-84-843, Дубна, 1984.
2. Idem — Hadronic J., 1994, 17, p.105.
3. Idem — Found. Phys., 1976, 6, p.293.
4. Борн М. — Эйнштейновская теория относительности. М.: Мир, 1964, с.291.
5. Стрельцов В.Н., Хвастунов М.С. — Сообщения ОИЯИ Д2-94-72 и Р2-94-171, Дубна, 1994.
6. Мандельштам Л.И. — Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М.: Наука, 1972, с.252.
7. von Laue M. — Ann. Phys. (Leipzig), 1911, 35, s.124.
8. Меллер К. — Теория относительности. М.: Атомиздат, 1975, § 4.17.

Рукопись поступила в издательский отдел
13 мая 1994 года.