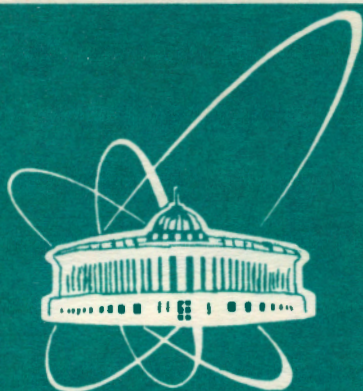


93-437



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

Д2-93-437

В.Н.Стрельцов

ПОТЕНЦИАЛЫ ЛИЕНАРА — ВИХЕРТА  
КАК СЛЕДСТВИЕ ЛОРЕНЦ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
ПОТЕНЦИАЛА КУЛОНА

1993

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Начиная с 60-х годов наряду с традиционной формулой лоренцева сокращения обсуждается и другая (см., например, [1]), согласно которой продольные размеры движущихся объектов, напротив, должны возрастать. В свое время концепция релятивистской (локационной) длины [2], следствием которой является формула удлинения, вызвала значительные возражения. Сейчас же фактически считается, что поведение продольных размеров, в отличие от замедления времени, в значительной мере определяется способом измерения, выбор которого — дело вкуса. При этом, однако, совершенно упускается из виду, что, например, характер поведения поля движущегося заряда непосредственно связан с законом преобразования пространственных размеров. Более того, в настоящее время фактически оперируют с двумя соответствующими представлениями поля. Непонимание этого породило в те же 60-е годы дискуссию (см., например, [3—5]) относительно электрического поля нейтрального кольца с током.

Согласно общепринятому мнению электрическое поле летящего заряда имеет, как известно, форму сжатого эллипсоида вращения; и эта картина опирается непосредственно на формулу лоренцева сокращения. В рамках альтернативного подхода, который опирается на запаздывающие потенциалы Лиенара — Вихерта, эквипотенциальные поверхности имеют также форму эллипсоидов вращения, но только вытянутых в направлении движения [1].

Ниже, исходя из потенциала Кулона, мы покажем, что требование релятивистской ковариантности фактически исключает первую возможность, а с учетом запаздывания действия электромагнитного поля однозначно приводит к потенциалам Лиенара — Вихерта.

## 2. ЛОРЕНЦ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПОТЕНЦИАЛА КУЛОНА

Как известно, потенциалы Лиенара — Вихерта [6,7] были получены как следствия решения волнового уравнения. Ниже мы придем к ним в результате «релятивизации» кулоновского потенциала.

Итак, будем исходить из потенциала Кулона для покоящегося заряда:

$$\Phi^* = e/R^* \quad (1)$$

© Объединенный институт ядерных исследований. Дубна, 1993

( $S^*$ -система). Напомним, что он также называется скалярным потенциалом. Это связано с тем, что на языке евклидовой геометрии  $R^*$  — это скаляр (квадратный корень из скалярного квадрата):

$$R^* = (R^* R^*)^{1/2} = (-R_*^\alpha R_\alpha^*)^{1/2}, \quad (2)$$

где  $\alpha = 1, 2, 3$ ,  $R^\alpha$  — радиус-вектор (3-вектор) расстояния.

Для перехода к системе отсчета ( $S$ ), где заряд движется со скоростью  $v = \beta c$ , воспользуемся преобразованиями Лоренца. При этом мы учтем, что в рамках 4-представления электрический потенциал — это временная компонента 4-вектора  $A_*^i = (\Phi^*, 0, 0, 0)$ . Отсюда будем иметь

$$\Phi = \frac{e}{R^*(1 - \beta^2)^{1/2}} = \frac{e\gamma}{R^*} \quad (3)$$

Поскольку  $A^i = u^i \Phi^*$ , где  $u^i$  — 4-скорость заряда, то на языке 4-представления знаменатель, очевидно, должен быть лоренц-скаляром. При этом естественным обобщением (2) будет:

$$R^* = (-R_*^i R_i^*)^{1/2} = (-R^i R_i)^{1/2}, \quad (4)$$

где  $R^i$  — уже 4-вектор соответствующего расстояния, обладающий в общем случае временной компонентой  $R^0 = cT$ . Таким образом, можно сказать, что релятивистским обобщением 3-скаляра (2) является интервал (квадратный корень из четырехмерного скалярного квадрата).

2.1. *Традиционный потенциал.* Обычно на основании обратной формулы Фицджеральда — Лоренца  $R_{||}^* = R_{||} \gamma$  и  $R_{\perp}^* = R_{\perp}$  получают (см., например, [8,9])

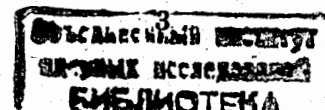
$$R^* = (R_{\perp}^2 + \gamma^2 R_{||}^2)^{1/2} = R \gamma (1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2}. \quad (5)$$

Откуда

$$\Phi = \frac{e}{R(1 - \beta^2 \sin^2 \vartheta)^{1/2}} \quad (6)$$

Как нетрудно видеть, из (6) в соответствии с общепринятыми представлениями следует, что эквипотенциальные кривые электрического поля движущегося заряда имеют форму эллипсов, сжатых в направлении движения.

Здесь, однако, необходимо обратить внимание на следующее. Чтобы в  $S^*$ -системе выражение (4) переходило в (2), нужно допустить, что времен-



ное слагаемое  $R_0^* R_0^* = cT_*^2 = 0$ , т.е.  $R_*^i$  является чисто пространственным (мгновенным) вектором.

2.2. «Альтернативный» потенциал. С учетом этого условия на основании преобразования Лоренца для продольной компоненты получим

$$R_{||} = (R_{||}^* + v \cdot 0) \gamma = R_{||}^* \gamma \quad (\text{формула удлинения}). \quad (7)$$

В результате после подстановки  $R_{||}^* = R_{||} \gamma^{-1}$  в (5) вместо (6) мы будем иметь совершенно другое выражение для потенциала поля движущегося заряда:

$$\Phi_a = \frac{e \gamma}{R(1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta)^{1/2}}. \quad (8)$$

Но самое существенное для нас здесь заключается в том, что вытекающее из требования релятивистской ковариантности равенство  $T^* = 0$  означает невозможность выполнения соответствующего равенства  $T = 0$ . Но именно на это известное условие опирается формула сокращения, которая использовалась выше при выводе формулы (6). Тем самым ставится под сомнение справедливость общепринятого представления поля движущегося заряда в форме сжатого эллипсоида.

2.3. Потенциал Лиенара — Вихерта. Если можно так выразиться, выше мы разобрали чисто математический аспект релятивизации потенциала Кулона, полагая (можно сказать, не задумываясь), что 4-вектор расстояния  $R^i$  является пространственноподобным. Но насколько это отвечает физическим требованиям?

Чтобы ответить на поставленный вопрос напомним следующее. Еще в 1727 г. Брадлеем было открыто явление аберрации — отклонения света звезд [10]. При этом, как выяснилось, угол аберрации определяется световым расстоянием ( $L$ ), т.е. расстоянием между точками, которым отвечают разные моменты времени<sup>1</sup>, причем «степень запаздывания»  $T = L/c$ . Иными словами, мы имеем здесь световой 4-вектор  $L^i$ , временная компонента которого  $L^0 = L$ . Но, как было установлено впоследствии, процесс распространения света является разновидностью общего явления распространения электромагнитного сигнала, другую разновидность которого представляет распространение электрического поля заряда. Однако, в рамках прежнего инварианта (4) мы и теперь, т.е. опираясь на световые, или запаздывающие, расстояния, все же не сможем обеспечить переход к  $R^*$ . Это условие

ловие будет выполнено, если только вместо (4) мы возьмем другой инвариант (см., например, [11])

$$R^* = i \cdot L_0^* = u_*^i L_i^* = u^i L_i. \quad (9)$$

Здесь  $u_*^i = (1, 0, 0, 0)$ ,  $L^i$  — 4-вектор светового, или запаздывающего, расстояния  $L^i = (cT, R_r^i)$ . В  $S$ -системе временная компонента  $L^0$ , очевидно, соответствует времени распространения электромагнитной волны от движущегося источника до точки наблюдения. Иначе говоря, это время равно расстоянию  $R_r$ , деленному на скорость распространения поля:

$$T = R_r / c. \quad (10)$$

В результате с учетом того, что  $u^i L_i = \gamma R_r + \beta^a \gamma R_a^r$  приходим к потенциалу Лиенара — Вихерта:

$$\Phi_{LW} = \frac{e}{R_r + \beta^a R_a^r}. \quad (11)$$

Напомним, что знаменатель можно также представить как произведение  $R_r \kappa$ , где  $\kappa$  — известный «фактор запаздывания».

Отметим, что совершенно аналогичным путем может быть проведена «релятивизация» потенциала Юкавы (см., например [1]), хотя в этом случае следует учитывать возможное отличие скорости распространения ядерного поля от  $c$ .

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

«Релятивизация» потенциала Кулона с помощью записи 3-скалярного квадрата расстояния в релятивистски ковариантной форме (как квадрата интервала) исключает использование формулы сокращения. Тем самым ставится под сомнение общепринятое представление поля движущегося заряда в виде сфероида. Учет эффекта запаздывания действия электрического поля путем привлечения 4-вектора светового расстояния<sup>2</sup> однозначно ведет к потенциалу Лиенара — Вихерта.

Автор благодарит М.С.Хвастунова за плодотворные обсуждения.

<sup>2</sup>Вместо пространственноподобного 4-вектора.

<sup>1</sup>Впоследствии подобные расстояния получили названия запаздывающих.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. — ЭЧАЯ, 1991, 21, с.1129.
2. Strel'tsov V.N. — Found. Phys., 1976, 6, p.293.
3. Rosser W.G.V. — Am.J.Phys., 1962, 30, p.509.
4. McGroddy J.C., Stanford J.L. — Ibid., p.928.
5. Baker D.A. — Ibid., 1964, 32, p.152.
6. Liénard A. — Eclairage Elect., 1898, 16, p.5, 53, 106.
7. Wiechert E. — Arch. Neerl., 1900, 5, p.549.
8. Савельев И.В. — Основы теоретической физики. М.: Наука, 1975, т.1, § 77.
9. Whitney C.K. — Hadronic J., 1988, 11, p.257.
10. Bradley J. — Phil. Trans. Roy. Soc. London A, 1728, 35, p.637.
11. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. — Теория поля. М.: Наука, 1988, § 63.

Рукопись поступила в издательский отдел  
7 декабря 1993 года.

Стрельцов В.Н.

D2-93-437

Потенциалы Лиенара — Вихерта как следствие лоренц-преобразования потенциала Кулона

Рассматривается вывод потенциала электрического поля движущегося заряда как результат «релятивизации» кулоновского потенциала. Учет требования лоренц-ковариантности и эффекта запаздывания действия электромагнитного поля с необходимостью приводит к потенциалам Лиенара — Вихерта.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Сообщение Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1993

Перевод авторов

Strel'tsov V.N.

D2-93-437

Lienard — Wiechert Potentials as a Consequence of Lorentz Transformation of Coulomb Potential

A derivation of the electric potential of a moving charge as a result of the «relativization» of the Coulomb potential is considered. The account of the Lorentz-covariance demand and the action retardation of the electromagnetic field with necessity leads to the Lienard — Wiechert potentials.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1993