

93-381



сообщения  
объединенного  
института  
ядерных  
исследований  
дубна

Д2-93-381

В.Н.Стрельцов

ПОТЕНЦИАЛЫ ЛИЕНАРА — ВИХЕРТА  
И РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДЛИНА  
(ДВАДЦАТЬ ЛЕТ СПУСТЯ)

1993

## ВВЕДЕНИЕ

Потребовалось почти десятилетие, чтобы прийти к пониманию того, что введенная в свое время релятивистская (локационная) длина [1] выражается полусуммой двух наиболее характерных запаздывающих (а точнее, запаздывающего и опережающего) расстояний [2]. Тем самым была установлена прямая связь этого понятия с релятивистской электродинамикой, опирающейся на запаздывающие потенциалы или потенциалы Лиенара — Вихерта\*.

Вместе с тем, можно сказать, что изменение в операциональном определении длины (покоящихся, а затем и движущихся объектов) было связано с изменением в нашем познании физических законов, результатом чего и явился локационный метод измерения. Его применение не требует никакой предварительной синхронизации множества часов, что предполагало прежнее (эйнштейновское) определение [3]. Таким образом, с точки зрения рациональности (простоты) «локационное определение» следует предпочесть общепризнанному. Здесь мы имеем пример того, как усовершенствование определения понятия длины («семантического» компонента теории) привело к формуле удлинения, т.е. изменению «логического» закона преобразования продольных размеров при движении. Результатом этого явилась перестройка всей «пространственной части» теории относительности.

Ниже мы приведем два новых вывода формулы удлинения. Первый из них непосредственно опирается на потенциалы Лиенара — Вихерта, а второй является следствием 4-представления локационной процедуры. Мы получим потенциал Лиенара — Вихерта с помощью лоренц-преобразования кулоновского потенциала и рассмотрим связь пути формирования с размерами поля движущегося заряда, определяемыми лиенар-вихертовскую эквипотенциалью.

### 1. ФОРМУЛА УДЛИНЕНИЯ КАК СЛЕДСТВИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Как следует из потенциала Лиенара — Вихерта

$$\Phi = \frac{e}{R(1 - \beta \cos \theta)}, \quad (1)$$

действие электрического поля движущегося со скоростью  $v = \beta c$  заряда на заданном расстоянии перед ним ( $\theta = 0$ ) больше, а сзади него ( $\theta = \pi$ ) меньше

\* Впрочем, сам локационный метод связан с посылкой тех же электромагнитных сигналов.

соответствующего действия в покое ( $\beta = 0$ , что эквивалентно  $\theta = \pi/2$ ). Характеристикой суммарного действия поля при движении на некоторый пробный заряд может служить средняя величина. В частности, когда пробный заряд находится в непосредственной близости от линии движения, будем иметь

$$\langle \Phi \rangle = \frac{1}{2} [\Phi(0) + \Phi(\pi)] = \frac{e}{R_{||}(1-\beta^2)} \quad (2)$$

Следует отметить, что именно эта величина применялась в свое время Уилером и Фейнманом в предложенной ими теории [4]. Чтобы получить формулу преобразования для величины  $R_{||}$ , фигурирующей в (2), мы будем опираться, как и прежде [2], на релятивистское преобразование потенциала

$$\Phi = \Phi^* \gamma \quad (3)$$

и учтем, что для кулоновского потенциала  $\langle \Phi^* \rangle = \Phi^* = e/R^*$ . В результате найдем

$$R_{||} = R^* \gamma \quad (4)$$

Последнее выражение представляет собою, очевидно, формулу удлинения [1], но в данном случае она является непосредственным следствием релятивистской электродинамики, базирующейся на запаздывающих потенциалах или потенциалах Лиенара — Вихерта.

## 2. ПОТЕНЦИАЛ ЛИЕНАРА — ВИХЕРТА КАК РЕЗУЛЬТАТ ЛОРЕНЦ-ПРЕОБРАЗОВАНИЯ КУЛОНОВСКОГО ПОТЕНЦИАЛА

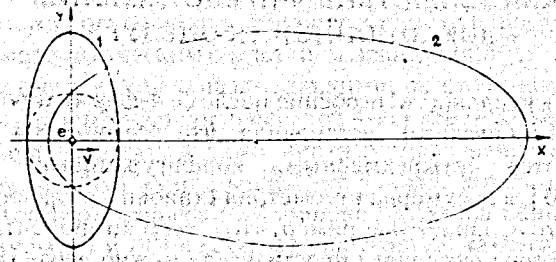
Как известно, потенциалы Лиенара — Вихерта были получены как следствия решения волнового уравнения [5,6]. Этот вывод обычно и приводится в учебниках. Здесь же мы хотим показать, что формула (1) может быть получена также в результате «релятивизации» кулоновского потенциала.

Итак, будем исходить из потенциала Кулона для покоящегося заряда ( $S^*$ -система). Для перехода к системе отсчета ( $S$ ), где заряд движется, воспользуемся преобразованиями Лоренца. Пусть для простоты заряд движется вдоль оси  $X$   $S$ -системы, а точка наблюдения поля ( $P$ ) находится прямо перед ним. На основании (3) и преобразования Лоренца

$$R_{||}^* = X^* = (X - \beta cT) \gamma \quad (5)$$

найдем

$$\Phi(0) = \frac{e}{X - \beta cT} \quad (6)$$



Поле движущегося заряда: 1 — эквипотенциальный эллипс электрического поля движущегося заряда (общепринятое представление), 2 — лиенар-вихертовская эквипотенциаль,  $\beta = 0,9$ . Окружность — кулоновская эквипотенциаль

Здесь  $X$  определяет расстояние от заряда, т.е. от начальной точки распространения поля (событие 1) до точки  $P$  действия поля (событие 2). Величина  $T$ , отвечающая этим двум событиям, представляет собой разность соответствующих временных координат, а физически — время распространения электромагнитной волны между указанными точками. Очевидно, что это время равно расстоянию  $X$ , деленному на скорость распространения поля:

$$T = X/v_p \quad (7)$$

(в пустоте это  $c$ , а в среде  $c/n$ , где  $n$  — показатель преломления). В результате в полном соответствии с (1)

$$\Phi(0) = \frac{e}{X(1-\beta)} \quad (6')$$

С другой стороны, чтобы прийти к общепринятому представлению поля движущегося заряда в форме сжатого эллипсоида (см. рисунок), нужно положить  $T = 0^*$ . Но в свете предыдущих рассуждений это означает, что в формуле (7) делитель (скорость распространения поля) должен быть бесконечно большой величиной. А, как мы знаем, в теории относительности допустимые скорости ограничены скоростью света. Впрочем, как уже отмечалось [7], общепринятое представление, по-видимому, противоречит экспериментам типа Пикара — Кёсслера по истечению газа из большого объема [8,9].

\*Как известно, именно на таком условии основано общепринятое определение длины движущегося стержня, следствием которого является формула сокращения.

### 3. ФОРМУЛА УДЛИНЕНИЯ КАК СЛЕДСТВИЕ 4-ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЛОКАЦИОННОЙ ПРОЦЕДУРЫ

Теория относительности, особенно после ее 4-формулировки (введения пространства Минковского), установила, что все объекты и процессы в природе являются четырехмерными конфигурациями. Как заметил Минковский [10]: «Трехмерная геометрия становится главой четырехмерной физики». Это означает, например, что к трем компонентам (координатам) любого вектора евклидова пространства нужно добавить временную. Причем добавление должно происходить с учетом требования релятивистской ковариантности, т.е. образованная четырехкомпонентная величина (которая, в частности, может представлять релятивистское обобщение физического понятия) должна быть 4-вектором.

Сказанное мы поясним на простом примере локационной процедуры измерения расстояния (длины). В этом методе, как известно, измеряется суммарная величина, отвечающая расстояниям, пройденным радио- или световым сигналом от источника (скажем, в начале координат  $O$ ) до заданной точки ( $P$ ) и обратно. Геометрически мы имеем здесь два вектора. Первый из них  $OP = l_f^{\alpha} = (x^*, y^*, z^*)$ , компоненты которого представляют разности координат конечной и начальной точек. Второй (ко)вектор  $PO = l_b^{\alpha} = (-x^*, -y^*, -z^*)$  характеризует, очевидно, распространение сигнала после отражения в точке  $P$  назад к источнику. На математическом языке измеряемая величина будет соответствовать полуразности этих двух векторов, т.е.

$$l_*^{\alpha} = (OP - PO)/2 = (x^*, y^*, z^*). \quad (8)$$

Тогда как их полусумма, очевидно, дает нулевой вектор. В рамках 4-представления мы должны добавить временные компоненты к рассматриваемым векторам. В результате будем иметь  $l_f^i = (ct^*, x^*, y^*, z^*)$ ,  $l_b^i = (ct^*, -x^*, -y^*, -z^*)$  и

$$l_*^i = (0, x^*, y^*, z^*). \quad (9)$$

Если для простоты точка  $P$  расположена на оси  $x^*$  и представляет собой, например, удаленный конц стержня, уложенного между указанными точками, то (9) переходит в

$$l_*^i = (0, l^*, 0, 0), \quad (9')$$

где  $l^*$  — длина данного (покоящегося) стержня. Таким образом, следствием релятивизации операционального, т.е. опирающегося на локационную процедуру измерения, понятия длины покоящегося стержня с необходимостью

является 4-вектор, временная компонента которого  $l_*^0 = 0$ . Следует, однако, подчеркнуть, что хотя формула (9') представляет мгновенную длину, т.е. расстояние между одновременными положениями концов стержня, она все же остается математическим следствием локационной процедуры, имеющей дело со световыми, или запаздывающими, расстояниями.

Вместе с тем, чтобы обеспечить переход 4-вектор  $\rightarrow$  3-вектор в нерелятивистском пределе, временная компонента у пространственноподобного 4-вектора, как того требует логика вещей, не должна играть никакой роли. Это условие будет автоматически выполнено, если она равна нулю. Очевидно, что формулы (9) и (9') как раз удовлетворяют такому требованию.

Из формулы (9') и преобразования Лоренца формула удлинения следует с очевидностью.

### 4. ПОТЕНЦИАЛЫ ЛИЕНАРА — ВИХЕРТА И ПУТЬ ФОРМИРОВАНИЯ

На основании (1) для уравнения эквипотенциалей будем иметь:

$$R_f = \frac{e}{\Phi(1 - \beta \cos \theta)}, \quad (10)$$

которое определяет расстояние от заряда до точки с заданным значением потенциала  $\Phi$ . Отметим, что на основании (10) эквипотенциальные кривые имеют форму эллипсов, вытянутых в направлении движения [11, 12]. Следует подчеркнуть, что фактически  $R_f$  описывает размеры поля. Но согласно современным представлениям поле — это совокупность виртуальных квантов — фотонов, которые и переносят взаимодействие между зарядами. Согласно принципу неопределенности импульсы таких фотонов, переносящих взаимодействие на расстояние  $R$ , должны составлять

$$p_{ph} \approx h/2R. \quad (11)$$

С учетом того, что  $\Phi = e/R$ , а  $p_{ph} = h\omega/c$ , перепишем (10) в форме

$$R_f \approx \frac{c}{2\omega(1 - \beta \cos \theta)}. \quad (12)$$

Здесь мы хотим обратить внимание на следующее. Излучение движущегося заряда по сути дела представляет собой превращение виртуальных квантов в реальные. Важной характеристикой излучения электромагнитных волн движущимися источниками является путь формирования

$$l_f = \frac{\pi \beta c}{\omega(1 - \beta \cos \theta)}. \quad (13)$$

Эта величина была введена И.Франком [13] при рассмотрении излучения равномерно движущегося осциллятора в преломляющей среде. Сравнение (12) и (13) позволяет заключить, что

$$l_f = 2\pi\beta R_f. \quad (14)$$

Таким образом, можно сказать, что путь формирования излучения у релятивистского заряда фактически определяется размерами его поля, которые увеличиваются с ростом его скорости, особенно в направлении движения ( $l_f(0) \sim \gamma^2$ ).

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Первоначально релятивистская (локационная) длина была определена как полусумма (среднее) двух характерных световых расстояний. Установление эквивалентности световых и запаздывающих расстояний указало на ее тесную связь с электродинамикой.

Использование «усредненного» потенциала Лиснара — Вихерта позволило получить формулу удлинения как следствие релятивистского преобразования потенциала. Релятивизация (4-представление) локационной измерительной процедуры дала аналогичный результат.

Мы рассмотрели вывод потенциала Лиенара — Вихерта с помощью лоренц-преобразования потенциала Кулона. На основе соотношения неопределенностей была установлена тесная связь пути формирования излучения с размерами поля движущегося заряда, определяемыми фактически уравнением эквипотенциалей Лиенара — Вихерта.

Автор благодарит М.С.Хвастунова за полезные обсуждения.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Стрельцов В.Н. — Сообщ. ОИЯИ P2-3482, Дубна, 1967; P2-5555, Дубна, 1971.
2. Idem — Сообщ. ОИЯИ P2-7647, Дубна, 1973.
3. Эйнштейн А. — Собр. научных трудов, М.: Наука, 1965, т.1, с.12.
4. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. — Фейнмановские лекции по физике, М.: Мир, 1966, т.6, с.314.
5. Liénard A. — Ecl. Elect., 1898, 16, p.5.
6. Wiechert E. — Arch. Néerl., 1900, 5, p.549.
7. Стрельцов В.Н. — Сообщ. ОИЯИ D2-93-318, Дубна, 1993.
8. Piccard A., Kessler E. — Arch. Sci. Phys. Nat., 1925, 7, p.340.
9. Dylla H.F., King J.G. — Phys. Rev. A, 1973, 7, p.1224.

10. Минковский Г. — Сб. работ: Принцип относительности, М.: Атомиздат, 1973, с.170.

11. Стрельцов В.Н. — Сообщ. ОИЯИ D2-89-234, Дубна, 1989.

12. Idem — ЭЧАЯ, 1991, 22, с.1129.

13. Франк И.М. — Изв. АН СССР, сер.физ., 1942, 6, с.3.

Рукопись поступила в издательский отдел  
26 октября 1993 года.