93-208

сообщения
объединенного
института
ядерных
исследований
дубна

Д2-93-208

В.Н.Стрельцов

НЕКОВАРИАНТНОСТЬ СОКРАЩЕННОЙ ДЛИНЫ

1993

...Материальный стержень представляет собой физически не пространственную вещь, а пространственно-временную конфигурацию.

М.Борн [1]

Введение. Можно сказать, что теория относительности обязана своим названием лежащему в ее основе принципу относительности. Согласно этому принципу законы всех физических явлений одинаковы для любых инерциальных систем отсчета, т.е. не зависят от их состояния движения. Поскольку математический переход между системами задается преобразованиями Лоренца, то это означает, что форма уравнений, описывающих указанные законы, не должна изменяться в результате такого перехода. Введение четырехмерного представления (пространства Минковского) позволило говорить о лоренц-, или релятивистской, ковариантности уравнений, описывающих законы природы. Следует подчеркнуть, что этому требованию должны, конечно, удовлетворять и сами физические понятия. Иными словами, их обобщение (расширение) на случай быстрых движений должно совершаться в соответствии с требованием релятивистской ковариантности.

Ниже речь в основном будет идти о понятии длины. Поскольку оно опирается на общепринятое определение длины движущегося стержня, приводящего к лоренцевскому сокращению, то для краткости мы будем говорить о сокращенной длине. Но прежде чем перейти к этому главному вопросу, мы хотим обратить внимание на важность выполнения также краевых условий, т.е. совокупности начальных и граничных условий.

Вернемся теперь к приведенной цитате. Ее смысл фактически заключается в том, что согласно теории относительности к трем пространственным компонентам, описывающим материальный стержень, добавляется еще временна́я. И совокупность этих четырех чисел согласно требованию ковариантности должна образовывать 4-вектор. Подобно тому, как энергия и три компоненты импульса составляют 4-вектор энергии-импульса, а напряженности электрического и магнитных полей — 4-тензор электромагнитного поля и т.д. Таким образом, наша задача, по существу, сводится к проверке того, удовлетворяет ли требованию релятивистской ковариантности пространственно-временная конфигурация, представляющая сокращенную длину.

Доказательство нековариантности сокращенной длины. Для движущегося (в некоторой системе S_1) со скоростью v_1 вдоль оси X стержня будем иметь четырехкомпонентную величину

$$X^n_{E1} = (0, l^*\gamma_1^{-1}, 0,0). \qquad (1)$$

Здесь l^* — длина стержня в покое, γ_1 — лоренц-фактор. С точки зрения другой аналогичной инерциальной системы S_2,

$$X^n_{E2} = (0, l^*\gamma_2^{-1}, 0,0). \qquad (2)$$

Если представленные величины суть 4-векторы, то их квадраты должны быть равны. Поскольку в данном случае отличны от нуля только x-компоненты, то должно выполняться их равенство. Но, как нетрудно видеть,

$$X^1_{E1} = l^*\sqrt{1 - v_1^2/c^2} \neq l^*\sqrt{1 - v_2^2/c^2} = X^1_{E2}. \qquad (3)$$

Таким образом, сокращенная длина не является 4-вектором [2], а тем самым общепринятое определение не удовлетворяет условию лоренц-ковариантности.

С помощью аналогичных трех 4-векторов, у которых отличны от нуля по одной (разной) пространственной компоненте, строится 4-вектор объема (см., например, [3]). В S_1- и S_2-системах будем иметь соответственно

$$V^1_{En} = (V^*\gamma_1^{-1}, 0,0,0), \qquad (4)$$

$$V^2_{En} = (V^*\gamma_2^{-1}, 0,0,0), \qquad (5)$$

где V^*— величина пространственного объема в системе покоя. С учетом вышеизложенного нековариантность общепринятого определения понятия движущегося объема (с помощью трех "мгновенных" векторов) очевидна.

Следует подчеркнуть, что доказанное является математическим выражением того физического факта, что в рамках общепринятого определения в разных системах отсчета мы имеем дело с различной совокупностью событий. Хотя некоторые пытаются противопоставить второе первому.

Для релятивистской длины [4] вместо (1) и (2) имеем:

$$X^i_{r1} = (\beta_1 l^*\gamma_1, l^*\gamma_1, 0,0), \qquad (6)$$

$$X^i_{r2} = (\beta_2 l^*\gamma_2, l^*\gamma_2, 0,0), \qquad (7)$$

откуда заключаем, что в этом случае требование инвариантности квадрата интервала выполнено.

Возражения, которые высказывались в связи с рассматриваемым вопросом, относятся, собственно, к частному случаю, когда одна из систем, скажем S_2, совпадает с системой покоя стержня S^*. Поскольку, как говорят, в этом случае моменты засечек концов стержня могут быть выбраны произвольно[1] (например, можно положить $X^0_* = \beta_1 l^*$), то вместо (2) будем иметь

$$X^{n*}_E = (\beta_1 l^*, l^*, 0,0). \qquad (8)$$

В результате для соответствующих квадратов интервалов найдем

$$s_*^2 = (\beta_1^2 - 1)l^{*2} = -l^{*2}(1 - \beta_1^2) = s_1^2, \qquad (9)$$

т.е. условие лоренц-инвариантности удовлетворяется. Точно так же в случае объема будем иметь

$$V^{E*}_n = (V^*, \beta_1 V^*, 0,0). \qquad (10)$$

Теперь, однако, нас подстерегает другая трудность, которую проще всего пояснить на известном примере с плоскопараллельным заряженным конденсатором (см., например, [5,6]). На основании требования ковариантности для импульса конденсатора имеем

$$G^i = T^{ik}V_k, \qquad (11)$$

где T^{ik}— тензор энергии-импульса электромагнитного поля; причем, что для нас существенно, $T^{11}_* \neq 0$. Отсюда с учетом (10) заключаем, что у покоящегося конденсатора импульс не равен нулю ($G^1_* \neq 0$), тогда как у движущегося, напротив, $G^1 = 0$. С похожей трудностью сталкиваются при вычислении в различных системах отсчета заряда проводника с током (см., например, [7,8]). Поскольку при этом требование релятивистской ковариантности формально выполнено, то здесь мы имеем характерный пример трудности, связанной именно с краевыми условиями.

Автор выражает благодарность проф. А.А.Тяпкину за ценные критические замечания.

[1]Мы не обсуждаем здесь правильность такого утверждения.

Литература

1. Борн М. — Эйнштейновская теория относительности. М.: Мир, 1964, с.306.
2. Стрельцов В.Н. — Сообщения ОИЯИ Р2-84-843, Дубна, 1984; Д2-92-341, Дубна, 1992.
3. Меллер К. — Теория относительности. М.: Атомиздат, 1975, с.90, 100.
4. Strel'tsov V.N. — Found. Phys., 1976, 6, p.293.
5. Rindler W., Denur J. — Am.J.Phys., 1988, 56, p.795.
6. Strel'tsov V.N. — Hadronic J., 1990, 13, p.345.
7. Feinman R.P., Leighton R.B., Sands M. — The Feinman Lectures on Physics, Addison — Wesley, Reading, Mass., 1964, v.2, 13-6.
8. Strel'tsov V.N. — Hadronic J., 1992, 15 (in press).

Рукопись поступила в издательский отдел
4 июня 1993 года.