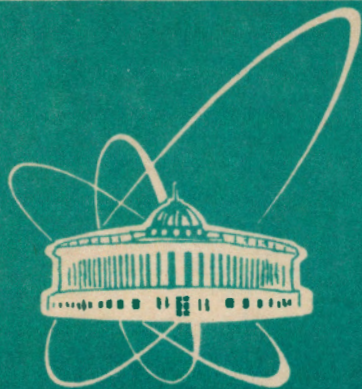


93-102



ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

Д2-93-102

Б.С.Неганов

ТОМАСОВСКОЕ ВРАЩЕНИЕ
КАК ПРОЯВЛЕНИЕ ЛОРЕНЦЕВСКОГО
СОКРАЩЕНИЯ ПРИ ДВИЖЕНИИ
ПО КРИВОЛИНЕЙНОЙ ТРАЕКТОРИИ

Направлено в журнал «Теоретическая и математическая физика»

1993

А всё-таки она вертится!

Галилео Галилей

ВВЕДЕНИЕ

Томасовское вращение как физическое явление реально проявляется в дополнительной прецессии спина релятивистских частиц, движущихся во внешнем поле по криволинейной траектории. Применительно к атомным электронам, движущимся в кулоновском поле ядра, эта дополнительная прецессия спина, несмотря на малую величину скорости электронов, вызывает тем не менее уменьшение в два раза величины расщепления спектральных линий, обусловленного спин-орбитальным взаимодействием. Явление томасовского вращения имеет, однако, общий характер и заключается в повороте движущегося объекта и соответственно сопровождающей системы координат вокруг направления нормали к плоскости его траектории. Это необычное поведение собственной системы отсчета, отсутствующее в классической механике, следует непосредственно из так называемых общих преобразований Лоренца без вращений и является не менее фундаментальным следствием релятивистской кинематики, чем лоренцевское сокращение и замедление хода движущихся часов, следующих из специальных преобразований Лоренца. Однако это следствие, пропущенное классиками теории относительности и установленное Томасом лишь в 1926 году [1] в связи с упомянутым двойным расхождением измеренных и вычисленных расщеплений в сверхтонкой структуре оптических спектров, не получило всё же достаточно широкого освещения и поэтому до сих пор остаётся мало известным большинству физиков, не занимающихся непосредственно прецессией спина релятивистских частиц. Такое положение с освещением третьего фундаментального свойства релятивистской кинематики нужно, конечно, исправить. Другая, более серьёзная причина привлечения всеобщего внимания к этому странному, на первый взгляд, явлению и необходимости его дальнейшего более глубокого изучения связана с обнаруженной и обсуждаемой в работах [2,3,4] возможностью нарушения принципа относительности в явлениях, связанных с томасовским вращением, хотя этому, по-видимому, в силу всеобщего предубеждения, и не уделяется пока серьёзного внимания. Такое нарушение может быть объяснено отсутствием групповых свойств у общих преобразований Лоренца без вращений [5], что и проявляется в форме именно томасовского поворота движущегося объекта и связанных с ним векторов.

Краткий обзор работ, посвященных томасовскому вращению, приведен в работе [6]. В этой работе были получены точные выражения для томасовского поворота в интегральной форме на основе формального алгебраического метода в матричной форме. Ранее аналогичные соотношения были получены в работах [7,8].

1. МЕХАНИЗМ И ДЕТАЛЬНЫЙ РАСЧЁТ ТОМАСОВСКОГО ВРАЩЕНИЯ

Основная цель данного сообщения заключается в том, чтобы показать, что непосредственной физической причиной, приводящей неизбежно к томасовскому вращению, является изменение направления в пространстве продольного лоренцевского сокращения движущегося объекта при движении его по криволинейной траектории. Для доказательства этого положения мы используем более наглядный геометрический метод, который, приводя к тем же количественным результатам, что и в работах [6,7,8], позволяет вскрыть физическую сторону явления путем простого геометрического построения (приведенного на рис. 2).

Итак, пусть первоначально покоящемуся в некоторой инерциальной системе отсчёта X, Y, Z, t телу под действием внешней силы, прилагаемой к его центру инерции (не вызывающей его вращения), сообщается скорость $\beta_x = v/c$ в направлении оси X , величина которой затем под действием аналогичной силы, прилагаемой в направлении оси Y , изменяется по модулю и направлению, принимая некоторые значения β_{iy} , удовлетворяющие условию

$$\beta_1^2 = \beta_x^2 + (\beta_{iy} / \gamma_x)^2; \quad \gamma_x = 1/\sqrt{1-\beta_x^2} \quad (1)$$

где β_{iy} — величина добавочной скорости в направлении оси Y в системе отсчёта, движущейся со скоростью β_x по отношению к исходной, неподвижной. Условие (1) выделяет частный случай, когда векторы β_x и β_{iy} взаимно ортогональны, что существенно упрощает решение задачи и позволяет затем получить решение и в общем случае путём простой комбинации двух частных решений. Соответствующие треугольники скоростей ABC и ABD на евклидовой плоскости в едином масштабе исходной неподвижной системы координат приведены на рис. 1. Соотношения между изображенными величинами и значениями β_{iy} и β_k в системах отсчёта, движущихся со скоростями β_x и β_1 соответственно, вытекающие из закона сложения скоростей, суть следующие:

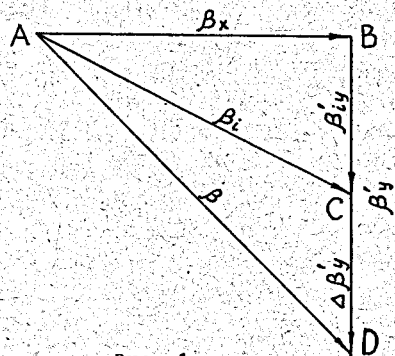


Рис. 1

$$\beta'_{iy} = \beta_{iy} / \gamma_x, \quad \beta'_y = \beta_y / \gamma_x, \quad \beta^2 = \beta_x^2 + (\beta'_y)^2, \quad (2)$$

$$\beta_y = \frac{\beta_k + \beta_{iy}}{1 + \beta_k \beta_{iy}}, \quad \Delta\beta'_y = \beta'_y - \beta'_{iy} = \frac{\beta_k (1 - \beta_{iy}^2)}{\gamma_x (1 + \beta_k \beta_{iy})}$$

Задача заключается в том, чтобы найти, как изменится первоначальная ориентация тела в пространстве после изменения величины и направления его движения, определяемого векторами β_x , β'_{iy} и $\Delta\beta'_y$.

Выделим мысленно внутри тела сферу с радиусом R , изображенную на рис. 2. В состоянии движения со скоростью β_x эта сфера, очевидно, превратится в эллипсоид вращения, сплюснутый в направлении оси X на величину $a_x/R = 1/\gamma_x$, где a_x — малая полуось эллипсоида, координаты точек поверхности которого в плоскости XY удовлетворяют уравнению эллипса $x^2/a_x^2 + y^2/R^2 = 1$.

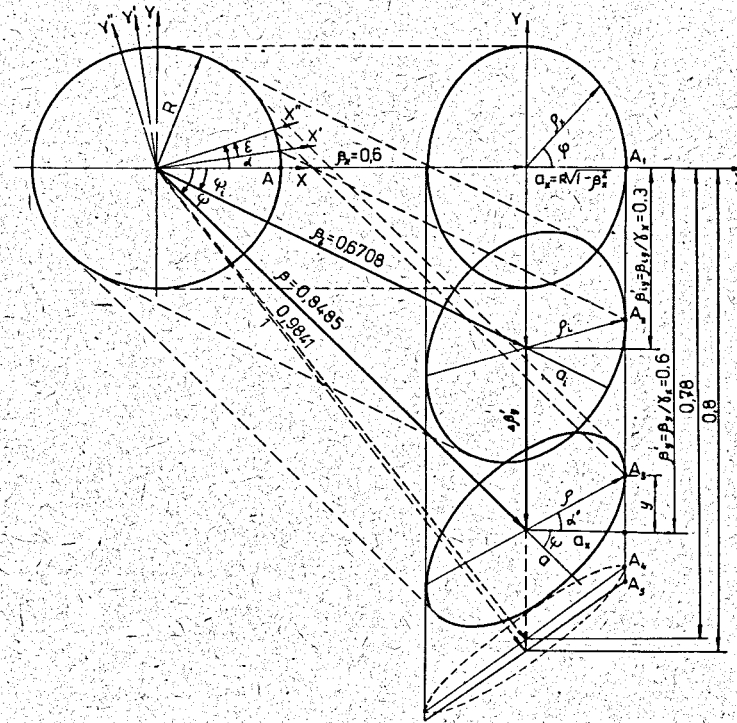


Рис. 2

В соответствии с этим для радиус-вектора ρ_x точек данной поверхности в этой плоскости имеет место равенство

$$\rho_x = a_x / (1 - \beta_x^2 \sin^2 \phi)^{1/2}, \quad (3)$$

где ϕ — угол между осью X и радиус-вектором ρ_x .

Очевидно, в состоянии движения с любой скоростью β , форма выделенной поверхности будет представлять собою также эллипсоид вращения, сплюснутый в направлении вектора β на величину $a/R = (1-\beta^2)^{1/2}$ и повернутый по отношению к первому эллипсу на угол $\psi = -\text{Arccos}(\beta_x/\beta)$ при неизменной величине большой полуоси, равной по-прежнему радиусу первоначальной сферы, как это и изображено на рис. 2. Максимальные проекции точек обоих эллипсов на ось X при этом остаются неизменными в силу сохранения составляющей скорости в этом направлении и отсутствия добавочной деформации в поперечном по отношению к вектору β_{ly} направлении, представляемом осью X. В силу этих условий точка A на поверхности сферы R будет соответствовать точке A_1 в состоянии движения ее со скоростью β_x и точки A_2 и A_3 при скоростях β_1 и β соответственно, положения которых могут быть легко найдены. Так, например, для координаты "y" точки A_3 (см. рис. 2) из уравнения соответствующего эллипса

$$\rho = a / [1 - \beta^2 \sin^2(\alpha' + \psi)]^{1/2} \quad (4)$$

и условия $\rho^2 = a^2 + y^2$ следует, что

$$y^2 = \frac{a^2}{\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2(\alpha' + \psi)}} - a^2 \quad (5)$$

Выражая $\sin(\alpha' + \psi)$ через функции, следующие из рис. 2 и (2),

$$\cos \psi = \beta_x / \beta, \quad \sin \psi = \beta_y / \beta \gamma_x, \quad \cos \alpha' = a_x / \rho, \quad \sin \alpha' = (1 - a_x^2 / \rho^2)^{1/2}, \quad (6)$$

получим в итоге простое выражение для величины "y" в виде

$$y = a_x \beta_x \beta_y \gamma_x$$

Разрешая затем уравнение (5) относительно $\sin(\alpha' + \psi)$ и используя найденное значение "y", получим для угла поворота точки A_3 выражение

$$\sin(\alpha' + \psi) = \frac{\beta_y \gamma_y}{\beta \sqrt{\gamma_y^2 - \beta_x^2}}, \quad \text{где } \gamma_y = (1 - \beta_y^2)^{-1/2}$$

Значение угла $(\alpha' + \psi)$ в собственной системе отсчета определяется вытекающими из лоренцевского сокращения формулами преобразования углов

$$\sin x = \frac{\sin x'}{\gamma \sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 x'}}, \quad \cos x = \frac{\cos x'}{\sqrt{1 - \beta^2 \sin^2 x'}} \quad (7)$$

где x - угол в собственной системе отсчета. Так как $(\alpha' + \psi)$ есть угол в движущейся системе, то соответствующий ему угол в собственной системе на основании (7) будет равен

$$\sin(\alpha + \psi) = \beta_y \gamma_y / \gamma \beta [(\gamma_y^2 + \beta_x^2)(1 - \beta_y^2 \gamma_y^2 / (\beta_y^2 - \beta_x^2))]^{1/2} = \beta_y \gamma_y \gamma_x / \gamma \beta$$

Так как $(1 - \beta_y^2)(1 - \beta_x^2) = 1 - \beta_x^2 - \beta_y^2(1 - \beta_x^2) = 1 - \beta^2$, то $\gamma_y \gamma_x = \gamma$ и, следовательно,

$$\sin(\alpha + \psi) = \beta_y / \beta = \gamma_x \sin \psi \quad (8)$$

Разрешая теперь (8) относительно угла α и применяя опять подстановки (6), получим в итоге для угла поворота системы координат α выражение

$$\sin \alpha = \frac{(\gamma + 1) \beta_x \beta_y}{\gamma^2 \beta^2} = \frac{-(\gamma + 1) \sqrt{(\gamma_x^2 - 1)(\gamma_y^2 - 1)}}{\gamma_x \gamma_y (\gamma^2 - 1)}$$

Выбор знака (-) связан с противоположностью знака угла томасовского поворота по отношению к углу ψ , отражающему направление поворота вектора β . Отбрасывая решение со знаком (+) как нефизическое, получим окончательно для угла поворота собственной координатной системы решение в виде

$$\sin \alpha = - \frac{\sqrt{(\gamma_x^2 - 1)(\gamma_y^2 - 1)}}{\gamma + 1}, \quad \cos \alpha = \frac{\gamma_x + \gamma_y}{\gamma + 1} \quad (9)$$

строго совпадающее с решением, полученным в работе [6] в подобном частном случае. При замене вектора β на вектор β_1 (см. рис. 2) решение, очевидно, будет иметь аналогичный вид

$$\sin \alpha_1 = - \frac{\sqrt{(\gamma_x^2 - 1)(\gamma_{1y}^2 - 1)}}{\gamma_1 + 1}, \quad \cos \alpha_1 = \frac{\gamma_x + \gamma_{1y}}{\gamma_1 + 1} \quad (10)$$

Найденные значения углов томасовских поворотов α и α_1 , отвечающие скоростям β и β_1 соответственно, останутся, очевидно, неизменными, если вернуть теперь тело в исходную неподвижную систему отсчета, так как соответствующие эллипсоиды вращения, трансформируясь в сферу, не испытывают какого-либо поворота, как и при первоначальном ускорении тела при сообщении ему скорости β_x . Координатная система его при этом окажется повернутой по отношению к исходной на соответствующий томасовский угол, как это и показано на рис. 2.

Найдем теперь выражение для разности углов $\epsilon = \alpha - \alpha_1$, которое, очевидно, будет соответствовать решению в общем случае, не ограниченном условием ортогональности складываемых векторов. Делая подстановки (9) и (10) в разложение функции $\cos(\alpha - \alpha_1)$ по составляющим, получим

$$\cos \epsilon = \frac{(\gamma_x + \gamma_y)(\gamma_x + \gamma_{1y}) + \sqrt{(\gamma_y^2 - 1)(\gamma_{1y}^2 - 1)}(\gamma_x^2 - 1)}{(\gamma + 1)(\gamma_1 + 1)}$$

и, умножая числитель и знаменатель на γ_x^2 с учетом, что $\gamma_y \gamma_x = \gamma$, получим

$$\text{Cos} \varepsilon = \frac{(\gamma_x^2 + \gamma)(\gamma_x^2 + \gamma_1) + \sqrt{(\gamma_1^2 - \gamma_x^2)(\gamma^2 - \gamma_x^2)} (\gamma_x^2 - 1)}{(\gamma + 1)(\gamma_1 + \gamma_x^2)} \quad (11)$$

Поступая аналогичным образом, для Sin ε получим

$$\text{Sin} \varepsilon = - \frac{\left[\sqrt{\gamma^2 - \gamma_x^2} (\gamma_x^2 + \gamma_1) - (\gamma_x^2 + \gamma) \sqrt{\gamma_1^2 - \gamma_x^2} \right] \sqrt{\gamma_x^2 - 1}}{(\gamma + 1)(\gamma_1 + 1) \gamma_x^2} \quad (12)$$

Для практического применения выражений (11) и (12) необходимо найти ещё связь входящих в них лоренц-факторов γ_x и γ с произвольно задаваемыми величинами скоростей β_1 , β_k и углом между ними θ , определяющими величину результирующей скорости β и значение γ .

Выражение для γ можно получить, используя общую формулу сложения скоростей

$$\beta = \frac{\sqrt{\beta_1^2 + \beta_k^2 + 2\beta_1\beta_k \text{Cos} \theta - \beta_1^2\beta_k^2 \text{Sin}^2 \theta}}{1 + \beta_1\beta_k \text{Cos} \theta} \quad (13)$$

Делая подстановку (13) в выражение для γ , получим

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2} = \gamma_1\gamma_k + \sqrt{(\gamma_1^2 - 1)(\gamma_k^2 - 1)} \text{Cos} \theta, \quad (14)$$

одним из частных случаев которого при $\theta = \pi/2$ мы уже неоднократно пользовались выше. Следовательно, в случае сложения компланарных векторов β_{1y} и β_k , образующих вектор β_y , имеет место равенство

$$\gamma_y = \gamma_1\gamma_k + [(\gamma_{1y}^2 - 1)(\gamma_k^2 - 1)]^{1/2},$$

а для ортогональных векторов β_{1y} и β_x соответственно $\gamma_1 = \gamma_{1y}\gamma_x$.

Для γ имеет место также равенство

$$\gamma = \gamma_x\gamma_y = \gamma_x \{ \gamma_{1y}\gamma_k + [(\gamma_{1y}^2 - 1)(\gamma_k^2 - 1)]^{1/2} \} = \gamma_1\gamma_k + [(\gamma_1^2 - \gamma_x^2)(\gamma_k^2 - 1)]^{1/2},$$

и, следовательно, используя опять (14), имеем

$$[(\gamma_1^2 - 1)(\gamma_k^2 - 1)] \text{Cos}^2 \theta = (\gamma_1^2 - \gamma_x^2)(\gamma_k^2 - 1),$$

откуда для значения γ_x получим искомое соотношение в виде

$$\gamma_x = \sqrt{\gamma_1^2 \text{Sin}^2 \theta + \text{Cos}^2 \theta} \quad (15)$$

Таким образом, для нахождения угла томасовского поворота ε в произвольном случае, определяемом скоростями β_1 и β_k и образуемым ими углом θ , измеряемым в системе отсчета, движущейся со скоростью β_1 , достаточно по формулам (14) и (15) определить значения γ и γ_x и, подставляя их в выражение (11) или (12), найти величину ε . Решение, записанное в форме (11) и (12), отражает случай при $\theta < \pi/2$, изображенные на рис. 2,

когда направления двух "элементарных" томасовских поворотов (соответствующих сложению ортогональных векторов), например α и α_1 , совпадают. Однако при $\theta > \pi/2$ угол α меняет знак, и в соответствии с этим знак перед вторыми членами в формулах (11) и (12) меняется на обратный. Найденные выражения (11) и (12), обобщенные таким образом и на случай $\theta > \pi/2$, тождественны формулам, найденным в работе [6] сугубо формальным методом и имеющим вид

$$\text{Cos} \varepsilon = 1 - \frac{(\gamma_1 - 1)(\gamma_k - 1)}{\gamma + 1} \text{Sin}^2 \theta, \quad (16)$$

$$\text{Sin} \varepsilon = - \frac{\text{Sin} \theta}{\gamma + 1} \left[\sqrt{(\gamma_1^2 - 1)(\gamma_k^2 - 1)} + (\gamma_1 - 1)(\gamma_k - 1) \text{Cos} \theta \right].$$

В этом легко можно убедиться простым численным расчетом, но не столь легко доказать алгебраическим методом, кроме частного случая при $\theta = \pi/2$, в котором обе группы формул очень просто сводятся к найденному выше частному решению (9). Результат, полученный ранее в работах [7, 8], представим в несколько более компактном виде

$$\text{Sin} \varepsilon = - [\beta_1 \times \beta_k] \cdot \frac{\gamma_1 \gamma_k (1 + \gamma_1 + \gamma_k + \gamma)}{(1 + \gamma_1)(1 + \gamma_k)(1 + \gamma)}$$

Данное выражение тождественно формулам (11), (12) и (16).

В качестве простейшего практического примера рассмотрим теперь случай кругового движения частицы со спином с угловой скоростью

$$\omega = d\psi/dt = \beta c/r,$$

где r - радиус её орбиты. Так как в данном случае $\theta = \pi/2$, то, применяя (9) и записывая дифференциал азимутального угла ψ в виде $d\psi = d\beta_y / \beta_x \gamma_x$, а также учитывая, что в данном пределе $\beta_x = \beta$ и $\gamma_y = 1$, получим

$$\text{Sin} d\varepsilon = d\varepsilon = \frac{\beta_x \gamma_x d\beta_y \gamma_y}{\gamma + 1} = - \frac{\beta^2 \gamma^2 d\psi}{\gamma + 1} = - d\psi (\gamma - 1)$$

Для угловой скорости томасовского вращения спина частицы тогда получим

$$\omega_s = d\varepsilon/dt = - \omega_c (\gamma - 1) = - (\gamma - 1) \beta c/r = - (\gamma - 1) [\beta \times \dot{\beta}] / \beta^2,$$

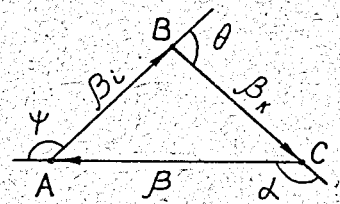
к чему приводит и формальное решение этой задачи с применением инфинитезимальных преобразований Лоренца без вращения, как это изложено в [5].

2. Свойства томасовского поворота и его следствия

Рассмотрим теперь некоторые общие свойства томасовского вращения, вытекающие из приведенных выше результатов.

Отметим прежде всего, что для любого замкнутого треугольника скоростей β_1 , β_k и β (см. рис. 3) для образуемых ими углов θ , α и ψ между

парами векторов $\beta_1, \beta_k, \beta_k$ и β и β и β_1 соответственно имеют место следующие весьма простые по форме соотношения:



$$\begin{aligned} \sin \psi &= \sqrt{\frac{\gamma_k^2 - 1}{\gamma^2 - 1}} \sin \theta, \\ \sin \theta &= \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma_1^2 - 1}} \sin \alpha, \\ \sin \alpha &= \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma_k^2 - 1}} \sin \psi. \end{aligned} \quad (18)$$

Рис. 3

Действительно, связь между углами, например ψ и θ , обусловленная законом сложения скоростей (13), имеет, как известно, вид

$$\cos \psi = \frac{\beta_k \cos \theta + \beta_1}{\sqrt{\beta_1^2 + \beta_k^2 + 2\beta_1 \beta_k \cos \theta - \beta_1^2 \beta_k^2 \sin^2 \theta}}, \quad (19)$$

которую на основании (13) можно представить также в форме

$$\cos \psi = \frac{\beta_k \cos \theta + \beta_1}{\beta(1 + \beta_1 \beta_k \cos \theta)} = \frac{(\beta_k \cos \theta + \beta_1) \gamma_k \gamma_1}{\beta \gamma} = \frac{(\beta_k \cos \theta + \beta_1) \gamma_k \gamma_1}{\sqrt{\gamma^2 - 1}}$$

Задача сводится, таким образом, к установлению тождества

$$\cos^2 \psi = \frac{(\beta_k \cos \theta + \beta_1)^2 \gamma_k^2 \gamma_1^2}{\gamma^2 - 1} \equiv 1 - \frac{\gamma_k^2 - 1}{\gamma^2 - 1} \sin^2 \theta = \frac{\gamma^2 - \gamma_k^2 \sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\gamma^2 - 1},$$

которое легко доказывается, если разрешить его относительно величины γ^2

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \gamma_k^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + (\beta_k \cos \theta + \beta_1)^2 \gamma_1^2 = \gamma_k^2 \sin^2 \theta + \cos^2 \theta + \beta_k^2 \gamma_1^2 \cos^2 \theta + \\ &+ 2\beta_k \beta_1 \gamma_1^2 \cos \theta + \beta_1^2 \gamma_1^2 = \gamma_k^2 + \cos^2 \theta (1 - \gamma_k^2 + \beta_k^2 \gamma_1^2 \gamma_k^2) + 2\beta_k \beta_1 \gamma_1^2 \cos \theta + (\gamma_1^2 - 1) \gamma_k^2 = \\ &= \gamma_1^2 \gamma_k^2 + 2\beta_k \beta_1 \gamma_1^2 \gamma_k^2 \cos \theta + \beta_1^2 \beta_k^2 \gamma_1^2 \gamma_k^2 \cos^2 \theta = (\gamma_1 \gamma_k + \beta_1 \beta_k \gamma_1 \gamma_k \cos \theta)^2 = \gamma^2. \end{aligned}$$

Остальные выражения получаются как следствия обратимости циклической перестановкой векторных индексов, так как обратный любому из векторов является результатом сложения двух остальных.

Треугольник скоростей, изображенный условно на рис. 3, отражает движение тела с возвращением его в исходную систему покоя, которой пока может служить любая из вершин нашего треугольника. Образующие ее два вектора и угол между ними являются собственными параметрами данной системы отсчета, так как они измеряются в ее масштабах длины и време-

ни. Остальные три параметра, измеряемые в других системах отсчета, в соответствии с этим будем называть несобственными. Томасовский поворот, с точки зрения наблюдателей любой из трех инерциальных систем отсчета, представляемых вершинами треугольника, происходит лишь в вершине, противоположной обратному вектору, являющемуся результатом сложения собственного вектора с несобственным. Так, с точки зрения наблюдателя системы отсчета А с собственными параметрами ψ , β , и β_1 , такой поворот тело испытывает в вершине с параметрами θ , β_1 и β_k , а с точки зрения наблюдателя системы В, в вершине α , β_k , β и т.д. Это связано с тем, что томасовский поворот, как это следует из приведенного выше расчета, связан лишь с изменением направления результирующего вектора, а не с изменением его модуля, то есть когда можно выделить плоскость, вокруг нормали к которой он и происходит. Можно попутно отметить, что величина томасовского поворота не зависит от ускорения тела, так как определяется лишь конечным значением сообщаемой ему добавочной скорости.*)

Покажем теперь, что томасовский поворот, связанный с замкнутым треугольником скоростей, изображенным на рис. 3, несмотря на различные значения производящих его векторов и их направлений, является инвариантом, то есть имеет одно и то же значение в любой из трех инерциальных систем отсчета и, следовательно, в отличие от других релятивистских эффектов является не относительным, а абсолютным явлением. Действительно, используя подстановки полученных выше соотношений (18) в формулу для томасовского поворота (16), эквивалентную полученной нами (11), получим доказательство равенства поворота относительно всех вершин, то есть инвариантности и абсолютности томасовского поворота.

$$\begin{aligned} \cos \epsilon &= 1 - \frac{(\gamma_1 - 1)(\gamma_k - 1)}{\gamma + 1} \cdot \sin^2 \theta = 1 - \frac{(\gamma_1 - 1)(\gamma_k - 1)}{\gamma + 1} \cdot \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma_k^2 - 1} \cdot \sin^2 \psi = 1 - \frac{(\gamma_1 - 1)(\gamma - 1)}{\gamma_k + 1} \cdot \sin^2 \psi = \\ &= 1 - \frac{(\gamma_1 - 1)(\gamma - 1) \gamma_k^2 - 1}{\gamma_k + 1} \cdot \sin^2 \alpha = 1 - \frac{(\gamma - 1)(\gamma_k - 1)}{\gamma_1 + 1} \cdot \sin^2 \alpha. \end{aligned}$$

Таким образом, относительно величины и направления томасовского поворота три наблюдателя, связанные с вершинами треугольника скоростей, придут к единому мнению, однако о соответствующей ему вершине договориться между собой все же не смогут.

*) Отметим также, что треугольник скоростей, условно изображенный на рис. 3, может быть построен лишь на плоскости пространства отрицательной кривизны, так как сумма его внутренних углов всегда меньше π и, в частности, для равностороннего треугольника в релятивистском пределе $\gamma \rightarrow \infty$, согласно (14) и (18), стремится к нулю. Величина ϵ при этом стремится к π .

Теперь возникает естественный вопрос, можно ли каким-либо наблюдением установить ту вершину, в которой данный поворот все же объективно происходит. От правильного ответа на этот вопрос, очевидно, зависит и дальнейшая судьба специальной теории относительности. Любопытный читатель, по-видимому, сможет теперь и сам ответить на этот принципиальный вопрос. Отметим лишь: то, что в одной из систем этот поворот происходит, мы знаем достоверно, так как пробное тело, посетив последовательно все системы отсчета и вернувшись в исходную, оказывается повернутым относительно её координатной системы на угол ϵ . В то же время возможность такого поворота любым из наблюдателей в его собственной системе отрицается, и виновной в повороте указывается та система, в которую тело им и отправляется. В такой ситуации, очевидно, как вариант, вполне надежным арбитром может быть лишь четвертый наблюдатель, связанный с самим пробным телом. Система отсчета этого наблюдателя с неизбежностью томасовского поворота оказывается неизбежно вращающейся, что с такой же неизбежностью проявится в наблюдаемом им в этот момент повороте всей Вселенной на томасовский угол ϵ в обратном направлении, и принцип равноправия систем, на который опирались три наблюдателя, окажется все же с неизбежностью разрушенным.

Таким образом, мы впервые сталкиваемся с ситуацией, когда предсказания, сделанные в рамках теории, могут совпадать с действительностью лишь для одного из наблюдателей, а именно того, который действительно покоится. В самом деле, если все же допустить от противного, что все наблюдатели правы и во всех трех вершинах происходит одинаковый поворот, то результирующий будет превосходить в три раза расчётный, а если допустить, что суммарный при этом равен ϵ , то расчёт локального не будет соответствовать измеряемому, и теории, таким образом, не остается ничего иного, как смириться с данной действительностью, то есть правотой лишь неподвижного наблюдателя и, следовательно, привилегированностью его системы отсчета. Эта действительность заключается в том, что для объективного и однозначного описания процесса томасовского вращения концепция только относительных скоростей, господствующая как в классической, так и современной физике, является явно недостаточной для полного и непротиворечивого описания этого явления и должна быть дополнена концепцией абсолютных скоростей в соответствии с абсолютным характером данного явления.

Продемонстрируем теперь это положение на конкретных примерах расчёта локальных томасовских поворотов в случаях, когда ни одна из вершин заданного треугольника скоростей не является покоящейся и, следовательно, ни один из трех движущихся наблюдателей не способен теперь правильно предсказать результаты наблюдений ускоряемого - четвертого.

Простейшей является полностью симметричная ситуация, когда каждая из вершин представляет собою систему отсчета, движущуюся с одинаковой по величине скоростью β_0 относительно неподвижной точки, представляемой центром равностороннего треугольника скоростей со стороной β . Представить данную ситуацию просто, если покоящемуся равностороннему треугольнику скоростей сообщить в целом добавочную скорость β_0 в направлении медианы его неподвижной вершины, удовлетворяющую условию (14)

$$\gamma = \gamma^2 + (\gamma^2 - 1) \cos \psi, \quad (20)$$

где $\psi = 60^\circ$ - дополнительный угол между медианами треугольника. Ответ в этом случае очевиден и без расчёта, просто из симметрии задачи и сводится к тому, что томасовский поворот будет иметь место во всех трех вершинах и составлять лишь треть часть расчётной величины наблюдателей, оперирующих только относительным параметром β . Угол θ между векторами β можно найти из (14), записав его в виде $\gamma = \gamma^2 + (\gamma^2 - 1) \cos \theta$, и предсказываемый движущимися наблюдателями локальный томасовский поворот ϵ , отнесенный к любой из его вершин, будет равен

$$\cos \epsilon = 1 - \frac{(\gamma - 1)^2 \sin^2 \theta}{\gamma + 1}$$

Так, если, например, $\gamma = 4$, то $\theta = 143,13^\circ$ и величина $\epsilon = 69,39^\circ$. Эта величина является томасовским инвариантом данного треугольника скоростей и определяет полный поворот при обходе по замкнутому контуру. Рассчитаем теперь действительный поворот с учетом абсолютной скорости вершин β_0 . Соединив центр треугольника с его вершинами векторами β_0 , получим дополнительно три треугольника, которые следует назвать абсолютными, так как одна из вершин любого из них по условию покоится, и можно теперь уверенно рассчитать томасовский поворот в движущихся вершинах, подтверждаемый поворотом звездного неба четвертого наблюдателя. Так как, по определению, угол между векторами β_0 равен 120° и соответствующий угол ψ равен 60° , для угла томасовского поворота ϵ_0 имеем

$$\cos \epsilon_0 = 1 - \frac{(\gamma_0 - 1)^2 \sin^2 \psi}{\gamma_0 + 1}$$

где величина γ_0 связана с γ соотношением (20). При $\gamma = 4$ $\gamma_0 = 1,7321$ и для ϵ_0 получим в итоге значение $\epsilon_0 = 23,13^\circ$, которое, естественно, ровно в три раза меньше ожидаемого движущимися наблюдателями. Так как абсолютных треугольников три и каждый дает одинаковый вклад в суммарный поворот, то при обходе по внешнему замкнутому контуру результирующий поворот будет в три-раза больше, то есть равен найденному выше инварианту, и, следовательно, его значение, как и подобает истинному инварианту, не зависит от абсолютного движения. В соответствии с этим при любом сме-

шении неподвижной точки в пределах треугольника локальные томасовские повороты в его вершинах будут перераспределяться в пределах заданной суммы, не меняя лишь своего направления и обращаясь в ноль в двух вершинах, когда с одной из них эта точка совмещается. При выходе неподвижной точки за пределы треугольника инвариантность суммы также сохраняется, но направление поворота в одной из вершин меняется на обратное и поворот в одной из вершин превышает инвариантное значение. Схема одного из таких движений для наглядности приведена на рис. 4,

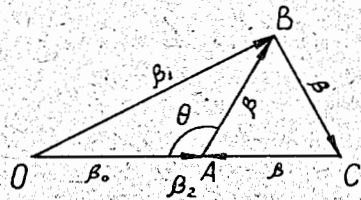


Рис. 4

где для простоты расчёта движущийся относительный треугольник скоростей ABC выбран также равносторонним, а неподвижные вершины двух абсолютных треугольников OAB и OBC, определяющих действительные повороты в вершинах A и B относительного, выбраны на продолжении одного из его векторов. При данном выборе двух свободных параметров β_0 и θ , полностью задающих движение треугольника ABC, третий абсолютный треугольник вырожден в прямую OS и, следовательно, вклад его в результирующий поворот равен нулю, то есть поворот в движущейся вершине "C" отсутствует. Томасовский поворот в вершине B, в которой, как видно из схемы на рис. 4, происходит изменение абсолютно-го вектора β_1 на другой абсолютный вектор β_2 как результат сложения с относительным вектором β , может быть найден из инварианта поворота треугольника OBC, отнесенного к любой из его вершин. Поэтому

$$\cos \epsilon_B = 1 - \frac{(\gamma - 1)(\gamma_2 - 1)\sin^2 \theta}{\gamma_1 + 1}$$

где значения γ_1 и γ_2 определяются на основании (14) как

$$\gamma_1 = \gamma \cdot \gamma + \sqrt{(\gamma^2 - 1)(\gamma^2 - 1)} \cos(180 - \theta); \quad \gamma_2 = \gamma \cdot \gamma + \sqrt{(\gamma^2 - 1)(\gamma^2 - 1)}$$

Задавая, например, значение $\gamma_0 = 3$ и сохраняя прежнее значение $\gamma = 4$, а следовательно, и $\theta = 143,13^\circ$, для томасовского угла поворота в вершине B движущегося треугольника ABC получим теперь величину $\epsilon_B = 95,13^\circ$.

Поворот в другой его вершине "A" определяется аналогичным образом из инварианта томасовского поворота треугольника OAB как

$$\cos \epsilon_A = 1 - \frac{(\gamma_0 - 1)(\gamma - 1)\sin^2(180 - \theta)}{\gamma_1 + 1}$$

из которого при заданных значениях параметров получим $\epsilon_A = 25,74^\circ$.

Томасовский поворот, как это следует непосредственно из построе-

ния на рис. 2, всегда происходит в противоположном направлении по отношению к направлению поворота вектора результирующей скорости относительно первоначального вектора. Из рис. 4 следует, что поворот в вершине A обратный по отношению к повороту в вершине B. Поэтому геометрическая сумма поворотов $\epsilon_{A+B+C} = 69,34^\circ$, то есть равна инварианту треугольника ABC, как и утверждалось выше. Но в вершине B поворот уже превышает инвариантное значение, что связано с выходом выбираемой неподвижной точки "O" за пределы рассматриваемого относительного треугольника скоростей.

Мы приходим, таким образом, к следующему важному выводу. Для нахождения действительного угла томасовского поворота совершенно не достаточно категории лишь относительных скоростей, а необходимо знание ещё и действительной, то есть абсолютной скорости движения и его направления.

Следует отметить, что все расчёты выглядят весьма простыми лишь благодаря использованию, по существу, алгебры векторов пространства отрицательной кривизны, то есть алгебры геометрии Лобачевского. Решение этих же задач непосредственно в геометрии Евклида, выполненное нами вначале лишь для частного случая, привело бы, конечно, к чересчур громоздкому аппарату, и в этом, как видим, нет никакой необходимости.

Осмисливая теперь полученные результаты, можно видеть, что всё обстоит вполне естественным образом. Действительно, в распоряжении стандартного подхода в рамках СТО было всего три свободных параметра, определяющих произвольный треугольник скоростей, и они были нами полностью "израсходованы" на задание его инварианта, то есть результирующего томасовского поворота при обходе его в заданном направлении. Для ответа на вопрос о конкретных томасовских поворотах (избежать который нельзя хотя бы из-за поворота окружающего нас Мира), в распоряжении СТО больше нет других свободных параметров, и она не способна ответить на этот вопрос. Для разложения инварианта по конкретным трем вершинам требуется дополнительно, как минимум, еще два свободных параметра, которыми могут быть в данном случае лишь абсолютная скорость и её направление, отнесенные к какой-либо из вершин свободного пока треугольника скоростей. Лишь после этого он приобретает своё определённое положение в реальном пространстве и конкретный масштаб, и тогда его инвариант разлагается на составляющие, аналогично свету в призме.

Конечно, для выхода из создавшегося кризиса и сохранения теории в её первоначальном виде достаточно лишь запретить каким-то образом реальное измерение локальных томасовских поворотов, но это представляется все же выходящим за пределы твёрдого рассудка. Кроме уже имеющейся возможности наблюдения поворотов окружающего нас Мира, могут быть использованы, по-видимому, и другие способы наблюдения за поведением ус-

коряемого тела, не требующие ускорения самого наблюдателя. В частности, наиболее подходящим объектом является электрон, а методом изучения его томасовского вращения при ускоренном движении – измерение его спиновой прецессии на конечных промежутках его траектории, что и обсуждается детально в упомянутых в начале работах [2,3,4].

З а к л ю ч е н и е

Специальная теория относительности, построенная на принципе относительности и на не проверяемом ни одним опытом утверждении о постоянстве относительной скорости света в любом направлении, исключая существование абсолютной системы покоя, является внутренне непротиворечивой лишь в рамках однопараметрических, или так называемых специальных преобразований Лоренца, которые в ней, исходя из этого принципа и дополнительного "светового" постулата, и выводятся. При переходе к общим преобразованиям Лоренца, не составляющим группы, несмотря на восстановление группы Лоренца с помощью дополнительных трехмерных поворотов, внутренняя непротиворечивость с исходным принципом исчезает, так как абсолютная система покоя становится все же выделенной отсутствием в ней томасовского поворота пробного тела при прямолинейном ускорении его в любом направлении. В любой другой системе отсчета такой поворот не происходит лишь при аналогичном ускорении в направлении движения системы отсчета. При ускорении пробного тела в произвольном направлении оно испытывает томасовский поворот, являющийся функцией абсолютной скорости систем, её направления и конечной скорости тела.

Л и т е р а т у р а

- 1) L.H. Thomas. Nature, 117, 514 (1926); Phil. Mag. 3,1(1927).
- 2) Б.С. Неганов. Препринты ОИЯИ Р4-89-827, Е4-89-827, Дубна, 1989.
B.S. Neganov. Hadronic Journal, 1991, V. 14, pp.377-394.
- 3) Б.С. Неганов. Сообщение ОИЯИ Д1-91-96, Дубна, 1991.
- 4) Б.С. Неганов. Препринт ОИЯИ Д2-92-446, Дубна, 1992.
- 5) К. Мёллер. Теория относительности, М.: Атомиздат, 1975.
- 6) A.A. Ungar. Foundations of Physics Letters, 1988, V. 1, p. 57.
- 7) H. Stapp. Phys. Rev., 103, 425, 1956.
- 8) В.И. Ритус. ЖЭТФ, т.40, в.1, 352, 1961.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 марта 1993 года.

Принимается подписка на препринты, сообщения Объединенного института ядерных исследований и «Краткие сообщения ОИЯИ».

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

Индекс	Тематика	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	915 р.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	2470 р.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	365 р.
4.	Теоретическая физика низких энергий	735 р.
5.	Математика	460 р.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	275 р.
7.	Физика тяжелых ионов	185 р.
8.	Криогеника	185 р.
9.	Ускорители	460 р.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	560 р.
11.	Вычислительная математика и техника	560 р.
12.	Химия	90 р.
13.	Техника физического эксперимента	720 р.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	460 р.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	460 р.
16.	Дозиметрия и физика защиты	90 р.
17.	Теория конденсированного состояния	365 р.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	90 р.
19.	Биофизика	185 р.
	«Краткие сообщения ОИЯИ» (6 выпусков)	560 р.

Подписка может быть оформлена с любого месяца года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 141980, г. Дубна, Московской области